1) **Numeri complessi, rappresentazione vettoriale grandezze sinusoidali.**

a) Dato i due vettori di fig. 1, determinare l'espressione in forma polare e in forma cartesiana.

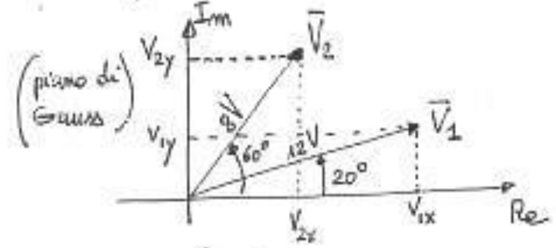


fig. 1

Soluzione

$$\overline{V}_1 = 12\, e^{+j20°} \ [V] \qquad \text{f. polare}$$
$$\overline{V}_2 = 8\, e^{+j60°} \quad ''$$

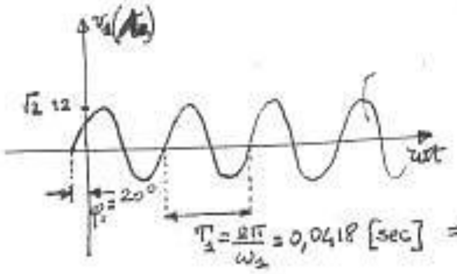
$$\overline{V}_1 = V_{1x} + j\,V_{1y} = 12\cos 20° + j\,12 \sin 20° = \boxed{11{,}28 + j\,4{,}1}$$
$$\overline{V}_2 = V_{2x} + j\,V_{2y} = 8\cos 60° + j\,8 \sin 60° = \boxed{4 + j\,6{,}92}$$

b) supponendo che i 2 vettori rappresentino 2 tensioni di pulsazione diverse ($\omega_1 = 150$ rad/sec $\omega_2 = 400$ rad/sec), scrivere l'espressione analitica delle 2 tensioni e disegnarle, nel dominio di t

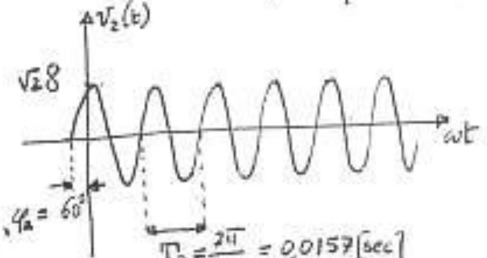
soluz.

$$v_1(t) = V_{1MAX} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) = 12\sqrt{2} \sin(150\,t + 20°) \ [V]$$
$$v_2(t) = V_{2MAX} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) = 8\sqrt{2} \sin(400\,t + 60°) \quad ''$$

$\left[\begin{array}{l} V_{1\,eff} \equiv \text{modulo di } \overline{V}_1 \\ \varphi_1 = \text{fase di } \overline{V}_1 \end{array}\right]$ $\left[\begin{array}{l} V_{2\,eff} \equiv \text{modulo di } \overline{V}_2 \\ \varphi_2 \equiv \text{fase di } \overline{V}_2 \end{array}\right]$



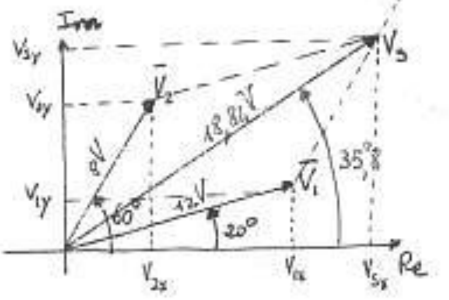
$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0{,}0418$ [sec] $\Rightarrow f_1 = \frac{1}{T_1} = 23{,}87$ [Hz]



$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0{,}0157$ [sec]

$f_2 = \frac{1}{T_2} = 63{,}66$ [Hz]

c) determinare il vettore somma $\overline{V}_1 + \overline{V}_2 = \overline{V}_S$, nelle due forme.

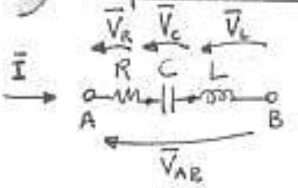


soluz:

$$\overline{V}_S = V_{Sx} + j\,V_{Sy} = (V_{1x} + V_{2x}) + j(V_{1y} + V_{2y}) =$$
$$= (11{,}28 + 4) + j(4{,}1 + 6{,}92) = \boxed{15{,}28 + j\,11{,}02} \ [V] \ (\text{f. cartes.})$$

$$\overline{V}_S = \sqrt{(15{,}28)^2 + (11{,}02)^2}\; e^{j \arctan \frac{11{,}02}{15{,}28}} = \boxed{18{,}84\, e^{j35{,}8°}} \ [V] \ (\text{f. polare})$$

2) Impedenze di bipoli RCL.



DATI:

$$\begin{cases} i(t) = \sqrt{2}\,150 \sin(2000t - 30°)\ [mA] \\ R = 50[\Omega] \\ C = 20[\mu F] \\ L = 30[mH] \\ \omega = 2000[rad/sec] \end{cases}$$

Determinare:

a) l'impedenza equivalente $\overline{Z}_{RCL}$

b) disegnare $\overline{Z}_R, \overline{Z}_C, \overline{Z}_L, \overline{Z}_{RCL}$ nel piano di Gauss

c) determinare $\overline{V}_R, \overline{V}_C, \overline{V}_L, \overline{V}_{AB}$

d) disegnarle ↗

soluzione:

a) $\overline{Z}_R = R = 50[\Omega]$

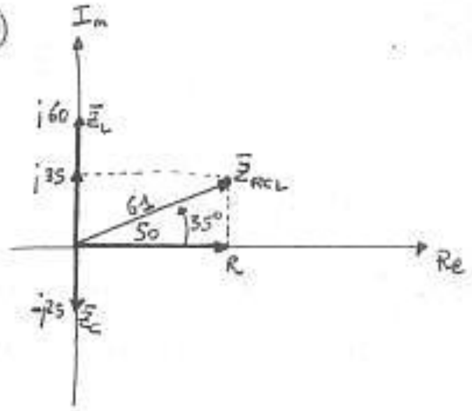
$$\overline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{2\cdot 10^3 \cdot 20\cdot 10^{-6}} = -j\frac{1000}{40} = -j\,25\,[\Omega]$$

$$\overline{Z}_L = j\omega L = j\,2\cdot 10^3\cdot 30\cdot 10^{-3} = j\,60\,[\Omega]$$

$$\overline{Z}_{RCL} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R - j\frac{1}{\omega C} + j\omega L = 50 - j25 + j60 = 50 + j\,35\,[\Omega]$$

$$= \sqrt{50^2 + 35^2}\, e^{j\,\mathrm{arctan}\frac{35}{50}} \cong 61\, e^{+j35°}\,[\Omega]$$

b)



c) $\overline{V}_R = \overline{I}\cdot R = 150\angle{-30°}\cdot 50\angle{0°} = 150\cdot 50\angle{-30°} = 7{,}5\angle{-30°}\,[V]$

$\overline{V}_C = \overline{I}\cdot\overline{Z}_C = 150\angle{-30°}\cdot 25\angle{-90°} = 3{,}75\angle{-120°}$ "

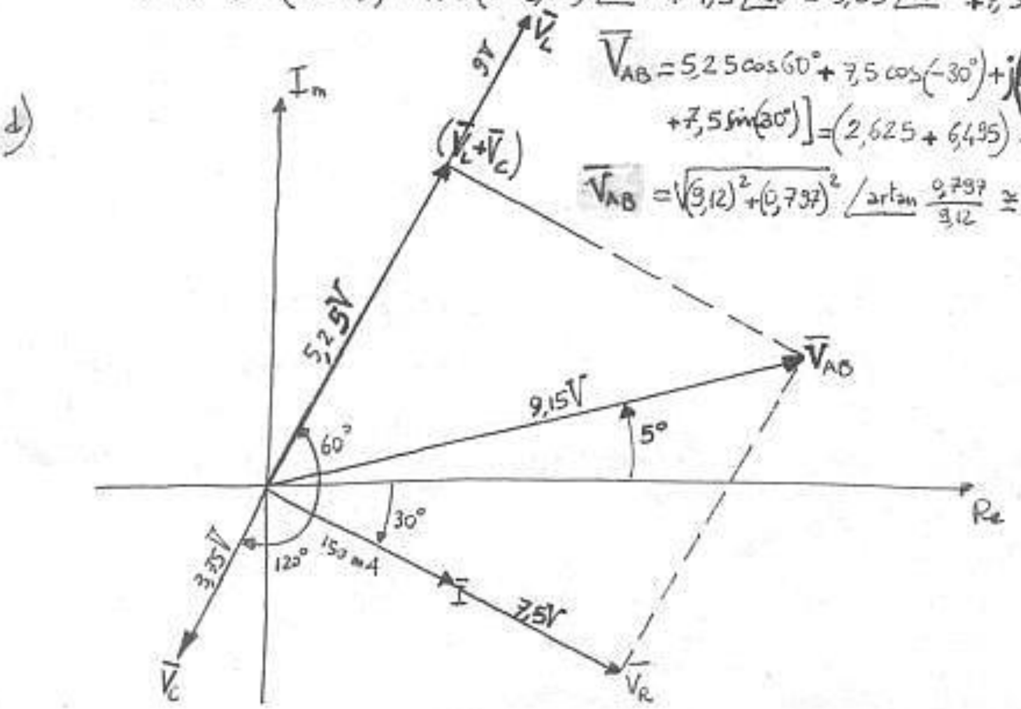
$\overline{V}_L = \overline{I}\cdot\overline{Z}_L = 150\angle{-30°}\cdot 60\angle{+90°} = 9\angle{+60°}$ "

$\overline{V}_{AB} = \overline{V}_R + \overline{V}_C + \overline{V}_L = (\overline{V}_C + \overline{V}_L) + \overline{V}_R = (9 - 3{,}75)\angle{60°} + 7{,}5\angle{-30°} = 5{,}25\angle{60°} + 7{,}5\angle{-30°}$ (f. polare)

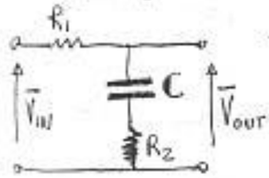
$\overline{V}_{AB} = 5{,}25\cos 60° + 7{,}5\cos(-30°) + j[5{,}25\sin 60° + 7{,}5\sin(-30°)] = (2{,}625 + 6{,}495) + j(4{,}547 - 3{,}75) = \boxed{9{,}12 + j\,0{,}797}$ (f. cartesiana)

$\overline{V}_{AB} = \sqrt{(9{,}12)^2 + (0{,}797)^2}\,\angle{\mathrm{arctan}\frac{0{,}797}{9{,}12}} \cong 9{,}15\angle{5°}\,[V]$

d)



3) FILTRI PASSIVI RC, RL; funzioni di trasferimento, grafici di Bode.
(in regime sinoidale)



SOLUZ:

a) $$\bar{G} = \frac{\bar{V}_{OUT}}{\bar{V}_{IN}} = \frac{R_2 + Z_C}{R_1 + R_2 + Z_C} = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{j\omega C R_2 + 1}{\cancel{j\omega C}}}{\frac{j\omega C (R_1 + R_2) + 1}{\cancel{j\omega C}}} = \frac{1 + j\omega C R_2}{1 + j\omega C (R_1 + R_2)}$$

DATI

$R_1 = 10\,K\Omega$
$R_2 = 10\,K\Omega$
$C = 0{,}20\,\mu F$

determinare: a) f. di trasfer.
b) grafici di Bode
c) grafici vettoriali per

$\bar{V}_{IN} = 8 \angle{-45^\circ}$ [V]

$\omega_1 = \omega_P$
$\omega_2 = 300$ [r/s]
$\omega_3 = \omega_Z$
$\omega_4 \gg \omega_Z$

$\bar{G}(j\emptyset) = 1 \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = \bar{V}_{IN}$

$\bar{G}(j\infty) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \bar{V}_{IN}$

(filtro PASSA-BASSO con attenuazione limitata in H.F.)

$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10}{20} = 0{,}5 \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = 0{,}5 \bar{V}_{IN}$ (in H.F.)

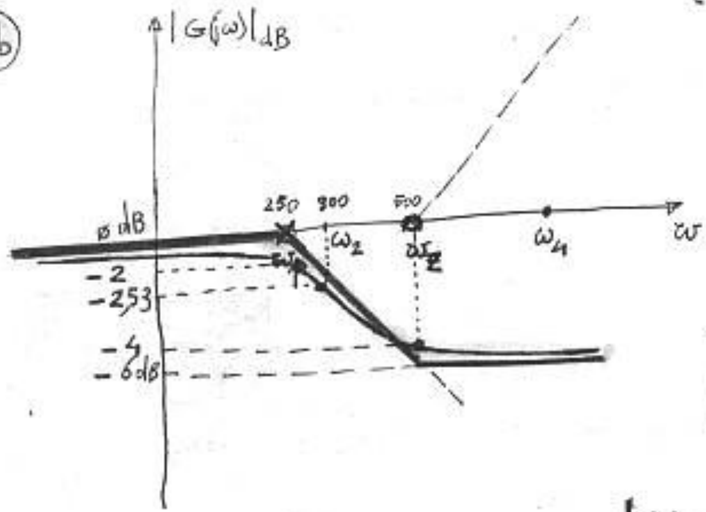
$|\bar{V}_{OUT}| = |\bar{V}_{IN}| - 6\,dB$

1 ZERO in $\omega_Z = \frac{1}{R_2 C}$

1 POLO in $\omega_P = \frac{1}{(R_1 + R_2) C}$

$(\omega_P < \omega_Z)$

b)



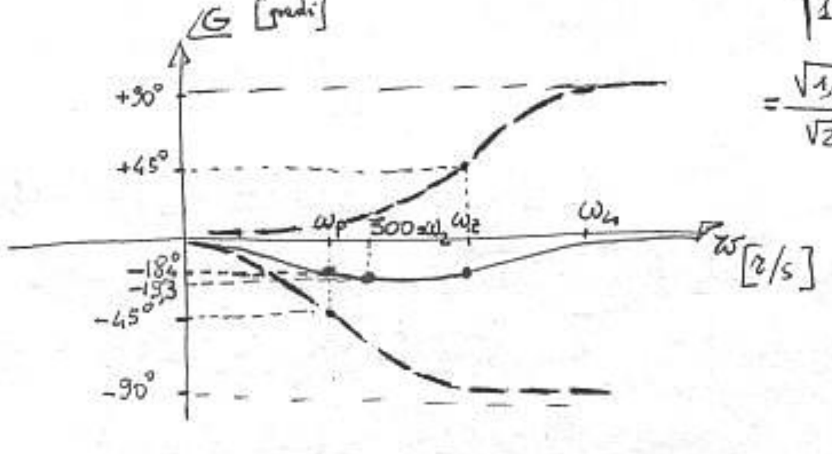
$$\omega_Z = \frac{1}{10^4 \cdot 0{,}20 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^2}{0{,}2} = \frac{10^3}{2} = 500\,[rad/s]$$

$$\omega_P = \frac{1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{4} = 250\,[rad/s]$$

$$\begin{cases} |G(j\omega)| = \dfrac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 (R_1 + R_2)^2}} \\ \angle G = \arctan \omega R_2 C - \arctan \omega (R_1 + R_2) C \end{cases}$$

$$|G(j\omega_P)| = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1 \cdot C \cdot R_2}{C (R_1 + R_2)}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left[\frac{1 \cdot C \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) C}\right]^2}} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1 + (0{,}5)^2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{1{,}25}}{\sqrt{2}} \cong -2\,dB \quad [0{,}79]$$



$$|G(j\omega_z)| = \frac{\sqrt{1+\left(\frac{1}{R_2 C}\cdot C R_2\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{1\, C(R_1+R_2)}{R_2 C}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cong \boxed{-4\,dB}\ [0{,}63]$$

$$\angle G(j\omega_p) = \arctan \frac{1}{(R_2+R_1)C}\cdot R_2 C - \arctan \frac{1}{(R_1+R_2)C}\cdot (R_1+R_2)C = \arctan \frac{R_2}{R_1+R_2} - \arctan 1 = \arctan 0{,}5 - 45^\circ \cong -18{,}4$$

$$\angle G(j\omega_z) = \arctan \frac{1}{R_2 C} R_2 C - \arctan \frac{1}{R_2 C}(R_1+R_2)C = \arctan 1 - \arctan \frac{R_1+R_2}{R_2} = 45^\circ - \arctan 2 \cong -18{,}4^\circ$$

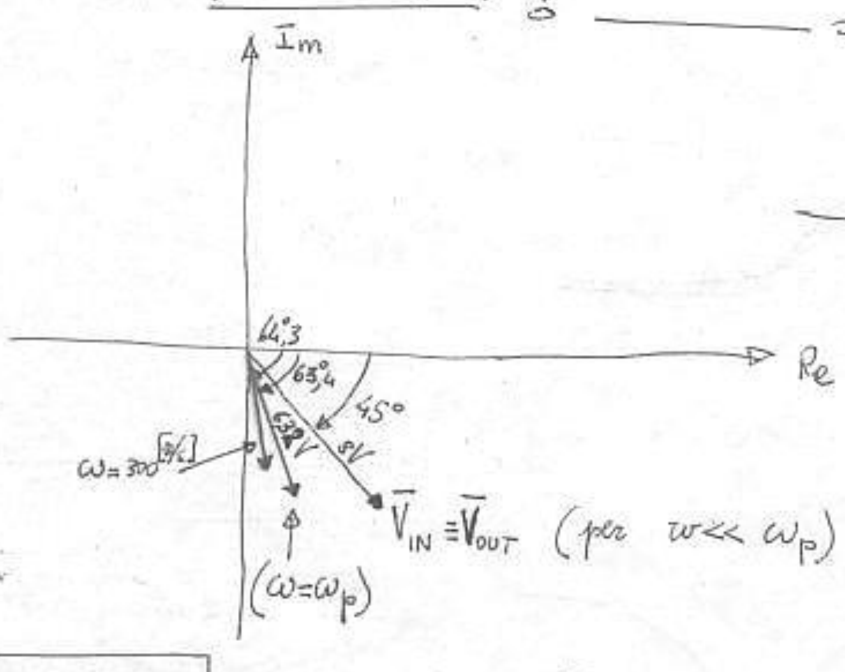
$$|G(j300)| = \frac{\sqrt{1+(300\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{4})^2}}{\sqrt{1+(300\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{4})^2}} = \frac{\sqrt{1+(0{,}6)^2}}{\sqrt{1+(1{,}2)^2}} = \frac{1{,}166}{1{,}562} = 0{,}746 \Rightarrow \boxed{-2{,}53\ dB}$$

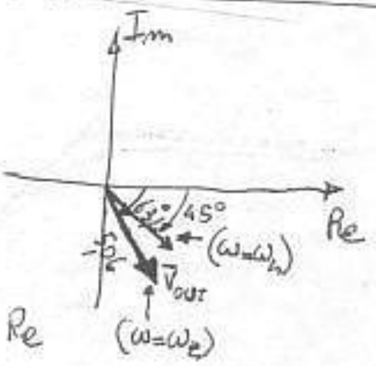
$$\angle G(j300) = \arctan(300\cdot 10^{4}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}) - \arctan(300\cdot 2\cdot 10^{4}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}) =$$

$$= \arctan(0{,}6) - \arctan(1{,}2) = 30{,}9^\circ - 50{,}2^\circ = \boxed{-19^\circ{,}3}$$

$|G(j\omega_4)| \cong -6dB \Rightarrow 0{,}5 \qquad \angle G(j\omega_4) \cong 0^\circ$

c)





$$\boxed{\bar{V}_{OUT} = \bar{V}_{IN}\cdot \bar{G}}$$

per $\omega=\omega_p \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = 8\angle{-45^\circ}\cdot 0{,}79\angle{-18{,}4^\circ} = 6{,}32\angle{-63{,}4^\circ}$

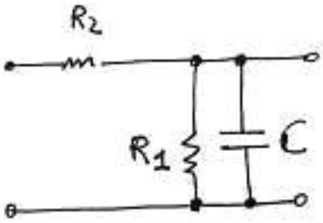
per $\omega=\omega_z \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = 8\angle{-45^\circ}\cdot 0{,}63\angle{-18{,}4^\circ} = 5{,}06\angle{-63{,}4^\circ}$ [V]

per $\omega=300\,[r/sec] \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = 8\angle{-45^\circ}\cdot 0{,}746\angle{-19{,}3^\circ} = 5{,}97\angle{-64{,}3^\circ}$

per $\omega=\omega_4 >> \omega_z \Rightarrow \bar{V}_{OUT} = 8\angle{-45}\cdot 0{,}5\angle{0^\circ} = 4\angle{-45^\circ}$

ESERCIZIO SUI FILTRI PASSIVI I° ORDINE

Es 6)

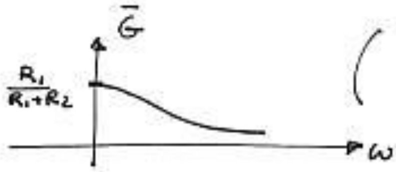


$$\bar{G} = \frac{\bar{Z}_p}{\bar{Z}_p + R_2}$$

$$\bar{Z}_p = R_1 /\!/ \bar{Z}_C = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R_1}{j\omega C}}{\frac{j\omega C R_1 + 1}{j\omega C}} = \frac{R_1}{1 + j\omega C R_1}$$

$$\bar{G} = \frac{\frac{R_1}{1+j\omega C R_1}}{R_2 + \frac{R_1}{1+j\omega C R_1}} = \frac{\frac{R_1}{\cancel{1+j\omega C R_1}}}{\frac{R_1+R_2+j\omega C R_1 R_2}{\cancel{1+j\omega C R_1}}} = \frac{R_1}{(R_1+R_2)+j\omega C R_1 R_2} \Rightarrow \omega_p = \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2 C} = \frac{1}{R_p C}$$

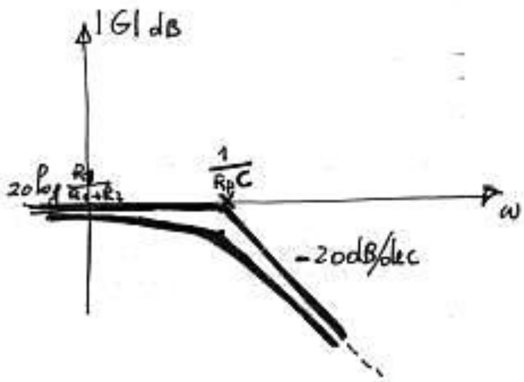
$$\bar{G}(j\emptyset) = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$
$$\bar{G}(j\infty) = \emptyset$$

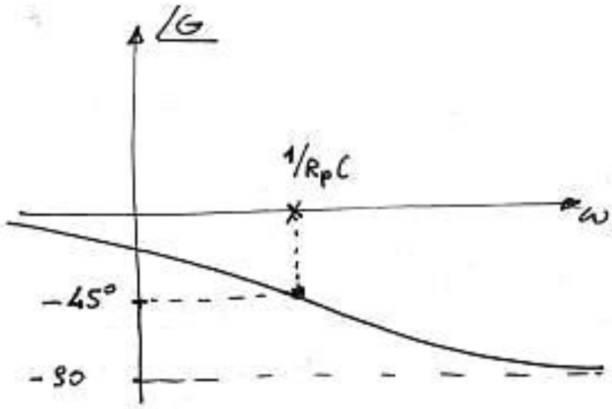


(F.P.B con guadagno limitato in L.F.)

$$|G| = \frac{R_1}{\sqrt{(R_1+R_2)^2 + (\omega C R_1 R_2)^2}}$$

$$\angle G = -\arctan\left(\omega C \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\right) = -\arctan(\omega R_p C)$$





1) se $R_1 = R_2 \Rightarrow |G(j\emptyset)| = -6\,dB$

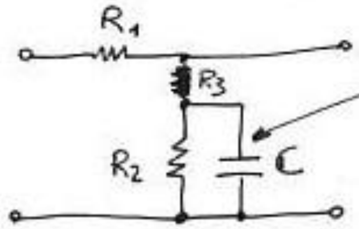
2) se $R_2 = 9R_1 \Rightarrow |G(j\emptyset)| = -20\,dB$

3) in L.F. (con $R_1 = R_2$) $\Rightarrow \begin{cases} |G| = -6\,dB \\ \angle G = \emptyset° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |V_{OUT}| = \frac{|V_{IN}|}{2} \\ \bar{V}_{OUT} \text{ in fase con } \bar{V}_{IN} \end{cases}$

4) in V.H.F. $\Rightarrow \begin{cases} |G| = -\infty\,dB \Rightarrow |V_{OUT}| \Rightarrow \emptyset \\ \angle G \Rightarrow -90° \Rightarrow \bar{V}_{OUT} \text{ in ritardo di } 90° \text{ su } \bar{V}_{IN} \end{cases}$

5) nel polo (con $R_2 = 9R_1$) $\Rightarrow \begin{cases} |G| = |G(j\emptyset)| - 3\,dB = -20-3 = -23\,dB \\ \angle G = -45° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |\bar{V}_{OUT}| = 0{,}1 \cdot 0{,}7 |\bar{V}_{IN}| = 0{,}07 |\bar{V}_{IN}| \\ \bar{V}_{OUT} \text{ in ritardo di } 45° \text{ su } \bar{V}_{IN} \end{cases}$

Come si può fermare l'attenuazione in H.F.?
Bisogna introdurre uno <u>zero</u> nella $\bar{G}$, cioè, a livello circuitale, inserire una R in serie al condensatore per evitare il cortocircuito in V.H.F.



R_3 può essere inserita anche nel ramo del condensatore

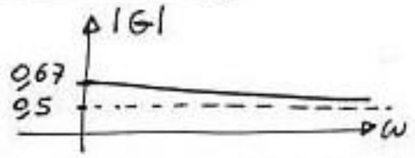
In questo circuito, in L.F., quando il condensatore è praticamente un circuito aperto, il guadagno del filtro è $\dfrac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}$;

in H.F., quando il condensatore è praticamente un corto circuito e bypassa R_2, il guadagno è $\dfrac{R_3}{R_1+R_3}$.

Per fissare le idee, supponiamo che $\boxed{R_1=R_2=R_3=R}$,

allora $|G(j\phi)| = \dfrac{2R}{3R} = \dfrac{2}{3} \simeq 0{,}67$

$|G(j\infty)| = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$



(F. P. BASSO con guadagno limitato in L.F. e attenuazione limitata in H.F.)

$$\left(R_2 /\!/ \bar{Z}_C = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{\frac{j\omega C R_2 + 1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1+j\omega C R_2} \right)$$

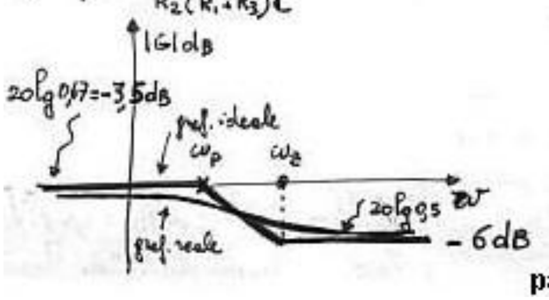
$$\bar{G} = \frac{R_3 + R_2/\!/\bar{Z}_C}{R_1 + R_3 + R_2/\!/\bar{Z}_C} = \frac{R_3 + \frac{R_2}{1+j\omega C R_2}}{R_1 + R_3 + \frac{R_2}{1+j\omega C R_2}} =$$

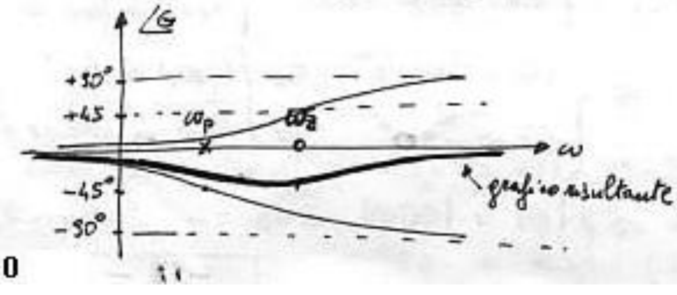
$$= \frac{\frac{R_2 + R_3 + j\omega C R_2 R_3}{1+j\omega C R_2}}{\frac{R_1 + j\omega C R_1 R_2 + R_3 + j\omega C R_2 R_3 + R_2}{1+j\omega C R_2}} = \frac{(R_2+R_3) + j\omega C R_2 R_3}{(R_1+R_2+R_3) + j\omega C R_2 (R_1+R_3)}$$

$$\bar{G}(j\phi) = \frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3} = \frac{2R}{3R} = 0{,}67$$

$$\bar{G}(j\infty) = \frac{R_3}{R_1+R_3} = \frac{R}{2} = 0{,}5$$

$$\begin{cases} \omega_z = \dfrac{R_2+R_3}{R_2 R_3 C} = \dfrac{1}{(R_2/\!/R_3)C} \\ \omega_p = \dfrac{R_1+R_2+R_3}{R_2(R_1+R_3)C} \end{cases} \quad \text{con } R_1=R_2=R_3=R \Rightarrow \begin{cases} \omega_z = \dfrac{1}{\frac{R}{2}C} = \dfrac{2}{RC} \\ \omega_p = \dfrac{3R}{R \cdot 2RC} = \dfrac{3}{2RC} = \dfrac{1{,}5}{RC} \end{cases} \quad \boxed{\omega_z > \omega_p}$$

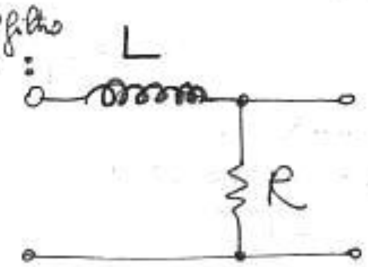




Esercizio 7)

Filtro passivo I° ORDINE **Passa-basso**

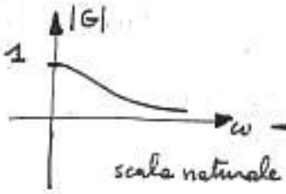
Dato il filtro standard:

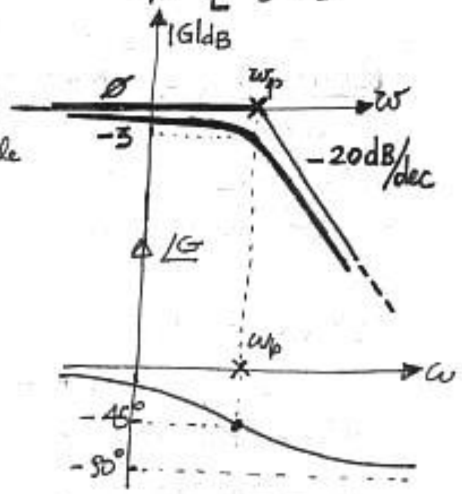


$$\overline{G} = \frac{R}{R + j\omega L}$$

POLO in $j\omega = -\frac{R}{L}$

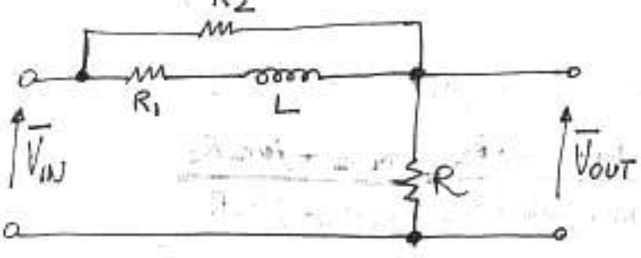
$\omega_p = \frac{R}{L}$ [r/s]





a cui corrispondono tali grafici → modificarlo circuitalmente in modo da avere un guadagno in continua pari a -10 dB e un'attenuazione in alta frequenza pari a -40 dB.
Determinarne poi $\overline{G}$, $|G|$, $\angle G$, zeri e poli, grafici di Bode.

Il guadagno unitario ($\emptyset$ dB) in continua è provocato dall'impedenza $\overline{Z}_L$, nulla in d.c.. Perciò, per avere un'attenuazione in bassa frequenza bisogna fare in modo che non ci sia tale corto circuito: mettiamo una R_1 in serie ad L.
Rimane però un circuito aperto in V.H.F. ($Z_L \to \infty$ per $\omega \to \infty$), che provoca guadagno nullo; la R_1 non risolve questo problema, per cui bisogna dare una "via di fuga" alla corrente, bypassando L con una R_2 in parallelo. Ecco perciò lo schema del nuovo filtro:



per $\omega \to \emptyset \Rightarrow \overline{Z}_L \to \emptyset$, $|G| \Rightarrow \frac{R}{R + R_p}$

$\boxed{R_p = R_1 // R_2}$

per $\omega \to \infty \Rightarrow \overline{Z}_L \to \infty$, $|G| \Rightarrow \frac{R}{R + R_2}$

Poiché dev'essere $|G(j\infty)| = -40$ dB $\Rightarrow |G| = 0{,}01$,
bisogna che $\frac{R}{R + R_2} = 0{,}01$ cioè $\boxed{R_2 = 99R}$

invece la seconda relazione : $|G(j0)| = -10\ dB \Rightarrow |G| = 10^{-\frac{10}{20}} = 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

produce questa condizione sulle resistenze: $|G| \simeq \boxed{0,32}$

$$|G(j0)| = 0,32 = \frac{R}{R+R_p} \Rightarrow$$

$$0,32R + 0,32R_p = R$$

$$0,32R_p = R - 0,32R = 0,68R$$

$$R_p = \frac{0,68}{0,32}R = 2,125R$$

cioè $\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = 2,125R$

se in questa relazione sostituiamo l'altra, già trovata, cioè $R_2 = 99R$ ottieniamo $\frac{R_1 \cdot 99R}{R_1 + 99R} = 2,125R$

$$99RR_1 = 2,125R(R_1 + 99R).$$

$$99RR_1 = 2,125RR_1 + 210,375R^2$$

$$96,875\cancel{R}R_1 = 210,375R^{\cancel{2}}$$

$$R_1 = \frac{210,375}{96,875}R \cong 2,17R$$

<u>In buona sostanza</u> ecco le 2 relazioni $\begin{cases} R_2 = 99R \\ R_1 = 2,17R \end{cases}$

Ponendo, ad esempio, $\begin{cases} R = 1[K\Omega] \\ R_1 = 2,17[K\Omega] \\ R_2 = 99\ [K\Omega] \end{cases}$, si ricava valori ottenibili tramite 2 potenziometri da 10 e 100 $[K\Omega]$

Verifichiamo : $R_1 // R_2 = \frac{2,17 \cdot 99}{2,17 + 99} \simeq 2,12[K\Omega]$

$|G(j0)| = \frac{R}{R+R_p} = \frac{1}{1+2,12} = \frac{1}{3,12} \cong 0,32 \Rightarrow \simeq -9,9[dB]$ ← come si voleva ottenere

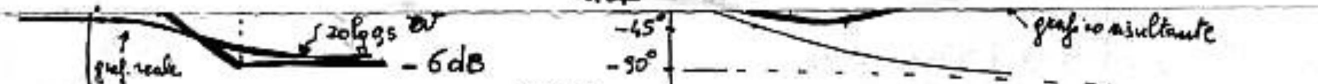
---

A questo punto determiniamo la $\overline{G}$ del nuovo filtro :

$$\overline{G} = \frac{R}{R + \overline{Z}_p} \qquad \text{dove } \overline{Z}_p = (R_1 + j\omega L) // R_2$$

$$\overline{Z}_p = \frac{(R_1 + j\omega L) \cdot R_2}{R_1 + j\omega L + R_2} = \frac{R_1R_2 + j\omega L R_2}{R_1 + R_2 + j\omega L}$$

$$\overline{G} = \frac{R}{R + \frac{R_1R_2 + j\omega L R_2}{R_1 + R_2 + j\omega L}} = \frac{R}{\frac{RR_1 + RR_2 + j\omega L R + R_1R_2 + j\omega L R_2}{R_1 + R_2 + j\omega L}} = \frac{RR_1 + RR_2 + j\omega L R}{RR_1 + RR_2 + R_1R_2 + j\omega L(R+R$$



Verifichiamo che per $\omega = \emptyset$ si ottenga quanto predetto dall'esame del

$$\bar{G}(j\emptyset) = \frac{RR_1 + RR_2}{RR_1 + RR_2 + R_1R_2} = \frac{R(R_1+R_2)}{R(R_1+R_2)+R_1R_2} =$$

dividendo sopra e sotto per (R_1+R_2) ottengo:

$$= \frac{R}{R + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}} = \frac{R}{R+R_p} \quad \text{c.v.d.}$$

$$\underset{\text{per } \omega \to \infty}{\bar{G}(j\omega)} \Rightarrow \frac{\cancel{L}R}{\cancel{L}(R+R_2)} = \frac{R}{R+R_2} \quad \text{c.v.d.}$$

Calcoliamo i valori per cui si annullano Numeratore e Denominatore di G :

$$j\omega LR + RR_1 + RR_2 = \emptyset$$

$$j\omega = -\frac{\cancel{R}(R_1+R_2)}{\cancel{R}L} = -\frac{R_1+R_2}{L}$$

$$\boxed{\omega_z = \frac{R_1+R_2}{L}}$$

$$j\omega L(R_1+R_2) + RR_1 + RR_2 + R_1R_2 = \emptyset$$

$$j\omega = -\frac{R(R_1+R_2)+R_1R_2}{L(R+R_2)} = -\frac{R+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{L\left(\frac{R+R_2}{R_1+R_2}\right)} = -\frac{R+R_p}{L\frac{R+R_2}{R_1+R_2}}$$

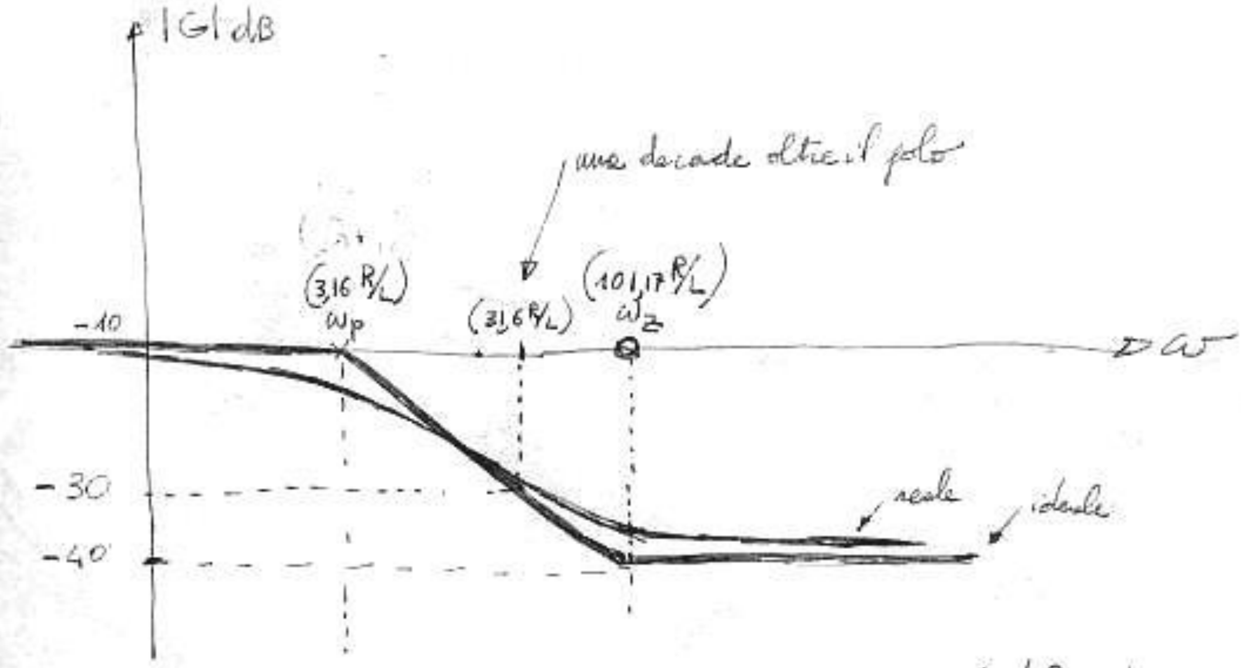
$$\boxed{\omega_p = \frac{R+R_p}{L\frac{R+R_2}{R_1+R_2}}}$$

Con le condizioni che abbiamo imposto, si ricava:

$$\omega_z = \frac{2{,}17R + 99R}{L} \simeq \boxed{101{,}17\frac{R}{L}}$$

Perciò c'è prima il polo e poi lo ZERO

$$\omega_p \cong \frac{R + 2{,}12R}{L\frac{R+99R}{2{,}17R+99R}} \simeq \frac{3{,}12R}{L\frac{100\cancel{R}}{101{,}17\cancel{R}}} \simeq \frac{3{,}12R}{L\,0{,}99} \simeq \boxed{3{,}15\frac{R}{L}}$$



$$|G| = \frac{\sqrt{R^2(R_1+R_2)^2 + (\omega L R)^2}}{\sqrt{(RR_1+RR_2+R_1R_2)^2 + [\omega L(R_1+R_2)]^2}}$$

$$\angle G = \arctan\left(\frac{\omega L R}{R(R_1+R_2)}\right) - \arctan \frac{\omega L(R_1+R_2)}{RR_1+RR_2+R_1R_2}$$