

TLC - SEGNALI PERIODICI

LA SINUSOIDE

I parametri caratteristici di una sinusoide possono essere molteplici, ma legati a queste 3 grandezze :

1. AMPIEZZA

- Valore max $V_{\max} \equiv V_p$
- Valore efficace $V_{\text{eff}} = V_{\max} / \sqrt{2}$
- Valor medio (in un semiperiodo) $V_m = 2 V_{\max} / \pi$

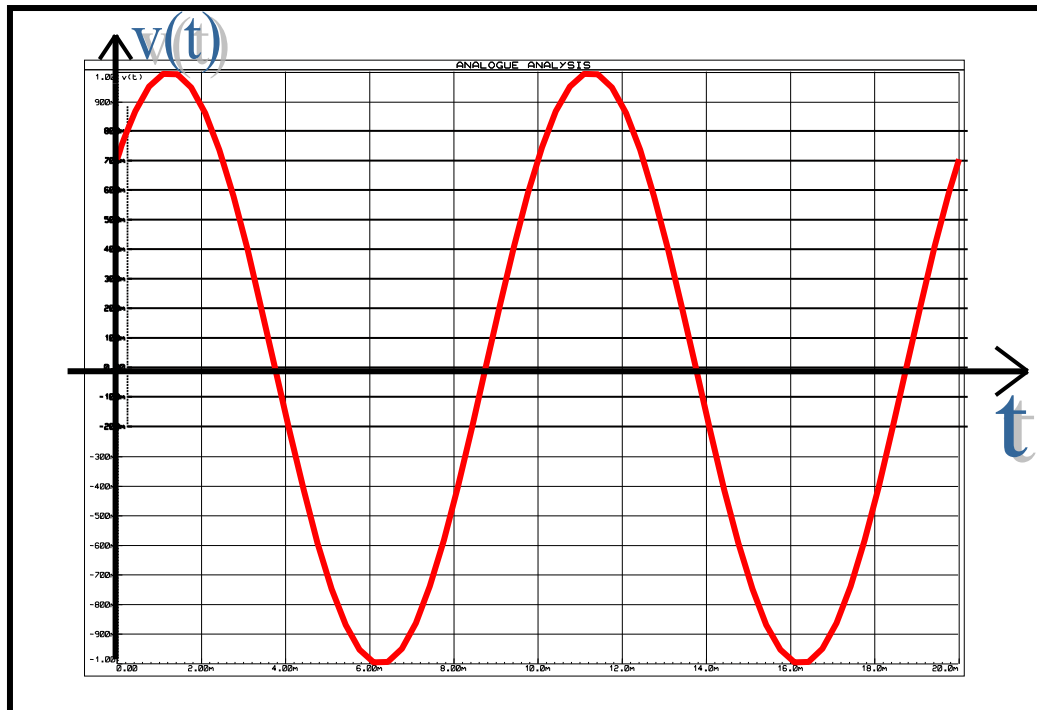
2. PERIODICITA'

- Periodo T [sec] $T = 1 / f = 2\pi / \omega$
- Frequenza f [Hz] $\omega = 2\pi f$
- Pulsazione ω [rad / sec]

3. FASE [in gradi o in radianti]

Esempio 1 : $v(t) = 1 \sin (2\pi 100 t + 45^\circ)$ [V]

sinusoide con $V_{\max} = 1$ [V] , frequenza $f = 100$ [Hz] (Periodo $T = 10$ [ms]) , fase iniziale = 45° di anticipo, ed essendo 45° pari a $360^\circ / 8$, ciò significa che la partenza della sinusoide avviene $T / 8 = 1,25$ [ms] **prima** dell'istante $t = 0$.



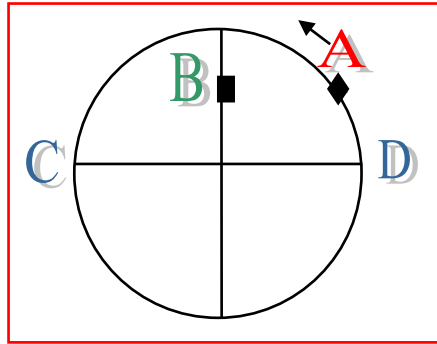
Per definire ω , bisogna ricordare il legame tra moto circolare uniforme e moto armonico o sinusoidale

Consideriamo un punto **A** che si muova di moto **circolare** uniforme su una circonferenza , partendo dal punto **D** all'istante $t = 0$: la sua proiezione sul **diametro orizzontale** si muoverà verso il centro con moto **cosinusoidale** .

Infatti la distanza dal centro è inizialmente massima e pari al raggio del cerchio “ trigonometrico” (il valore del raggio è posto per convenzione = 1).

Quando il punto sulla circonferenza ha fatto un quarto di giro ($90^\circ \equiv \pi/2$) la sua proiezione coincide col centro , cioè distanza 0 , quando ha fatto mezzo giro ($180^\circ \equiv \pi$), il punto proiezione si trova alla distanza max negativa dal centro e così via.

Il punto **B** proiezione sul **diametro verticale** si muove invece di moto **sinusoidale** .



- Se p.e. il punto **A** ruota sulla circonferenza , partendo da **D** , con velocità angolare $\omega = 200 \pi$ [rad /sec] , significa che compie 100 giri in 1 [sec] , mentre il punto **B** percorre 100 volte il diametro verticale partendo dal centro .
- La sinusoide , che descrive la distanza di **B** rispetto al centro del cerchio , ha quindi una frequenza di 100 [Hz] (100 cicli in 1 sec) e Periodo di 10 [ms] .
- In altre parole, in 10 [ms], **A** parte da **D** e ritorna in **D**, **B** parte dal centro, va su lungo il raggio, torna giù dalla parte opposta e ritorna al centro.
- Moltiplicando f per 2π , determino la **pulsazione** ω , cioè la velocità con cui la forma d'onda percorre l'asse ωt (tarato in gradi sessagesimali o in radianti), descrivendo un ciclo.
- Ricordiamo la definizione di **radiante** : angolo al centro che sottende un arco di lunghezza pari al raggio, per cui :

$$1 \text{ [rad]} = 360^\circ / 2\pi \approx 57^\circ$$

- Nei circuiti elettrici ad avere andamento sinusoidale è una tensione, una corrente o una potenza : la frequenza indica quante volte in 1 secondo viene raggiunto il valore max (e il minimo) .
- La Macchina Elettrica che crea le tensioni/correnti sinusoidali che vengono fornite dalla Rete Elettrica Nazionale è l'ALTERNATORE, costituito da due parti, una mobile, detta ROTORE e una fissa, detta STATORE. Il ROTORE viene posto in rotazione con moto circolare uniforme dall' Energia Meccanica di una Turbina, le cui pale vengono a loro volta mosse da : acqua in caduta nelle Centrali Idroelettriche, vento nelle Centrali Eoliche, vapore acqueo ad alta pressione prodotto tramite la combustione di un qualunque combustibile fossile, acqua riscaldata dall'Energia radiante di materiale radioattivo nelle Centrali Nucleari, ecc...). Nel Rotore ci sono delle coppie di Poli Magnetici che, ruotando, creano negli avvolgimenti di Rame presenti nello STATORE, per il fenomeno dell'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA, una corrente e una tensione SINUSOIDALI.

Esempio 2 :

RAPPRESENTAZIONE DI UN SEGNALE SINUSOIDALE con valore medio V_m

Espressione matematica :

$$\blacklozenge v(t) = V_m + V_{Max} * \text{sen} (2\pi/T * t) \quad [v] \quad \text{oppure}$$

$$\blacklozenge v(t) = V_m + V_{Max} * \text{sen} (2\pi*f * t) \quad \text{“} \quad \text{oppure}$$

$$\blacklozenge v(t) = V_m + V_{Max} * \text{sen} (\omega * t) \quad \text{“}$$

t variabile indipendente (tempo)

$v(t)$ variabile dipendente (tensione v oppure corrente i)

V_{Max} = valore massimo

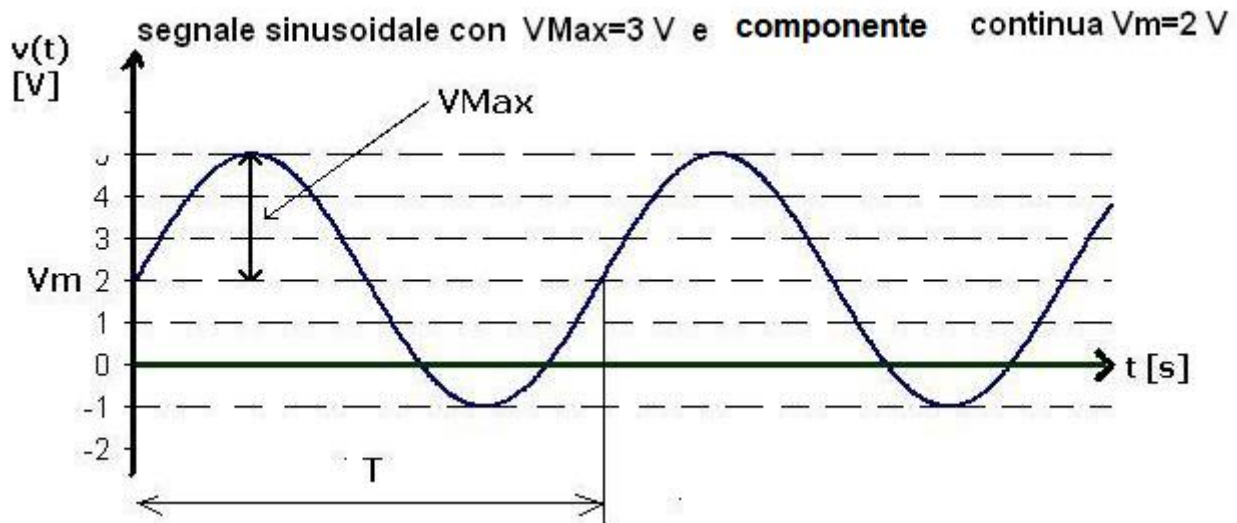
T = periodo

V_m = valore medio (componente continua del segnale)

T = periodo è misurato in secondi [s] da cui

frequenza $f = 1/T$ in Hertz [Hz] (n° cicli al secondo)

pulsazione $\omega = 2\pi/T = 2\pi * f$ in radianti / secondi [rad/s]



nota: sulla macchinetta calcolatrice ci sono deg rad grad
deg è la notazione in gradi dove 360° sono un giro della circonferenza (un ciclo)
rad è in radianti dove 2π radianti (6,28 radianti cioè il numero di volte che il raggio sta nella sua circonferenza) sono un giro della circonferenza (un ciclo)
grad è la notazione in gradi centesimali dove 400° sono un giro della circonferenza (un ciclo)

DATI :

$$V_{Max} = 3 \text{ [V]}$$

$$T = 2 \text{ [ms]} \quad \text{cioè} \quad 2 \cdot 10^{-3} \text{ [s]}$$

$$V_m = 2 \text{ [V]}$$

da cui :

$$\text{frequenza } f = 1/T = 0,5 \text{ [KHz]}$$

(cicli al secondo)

$$\text{pulsazione } \omega = 3142 \text{ [rad/s]}$$

espressione matematica del segnale :

$$v(t) = 2 + 3 \text{ sen } (2\pi / 2 \cdot 10^{-3} * t) \text{ [V]}$$

$$\text{oppure } v(t) = 2 + 3 \text{ sen } (2\pi * 500 * t)$$

$$\text{oppure } v(t) = 2 + 3 \text{ sen } (3142 * t)$$

Valore efficace di un segnale sinusoidale (con $V_{medio} = 0$)

$$V_{eff} = V_{Max} / \sqrt{2} \quad \text{ed} \quad I_{eff} = I_{Max} / \sqrt{2} \quad \text{da cui}$$

$$P_{media} = V_{eff} * I_{eff} = (V_{Max} / \sqrt{2}) * (I_{Max} / \sqrt{2}) =$$

$$= (V_{Max} * I_{Max}) / 2 \quad \text{[Watt]}$$

$$\text{dalla legge di ohm per un segnale sinusoidale : } P_{media} = (V_{Max} * I_{Max}) / 2 = V_{Max}^2 / 2R = R * I_{Max}^2 / 2$$

(solo su carichi resistivi, con tensione e corrente in fase)

POTENZA

Consideriamo il concetto di **potenza elettrica**. In Fisica la potenza è il lavoro compiuto da una forza per produrre uno spostamento, in un certo tempo.

La **potenza elettrica** è il lavoro svolto dal generatore per spostare gli elettroni e quindi produrre la corrente elettrica, permettendo all'utilizzatore di svolgere la sua funzione.

La potenza in un circuito elettrico, in **CORRENTE CONTINUA**, è uguale a : $P = V * I$. Si misura in **Watt**, simbolo [W].

Tutto ciò che abbiamo analizzato nella pagina precedente sono nozioni molto basilari, ma efficaci a far capire i principi. Tuttavia bisogna distinguere tra **corrente continua** e **corrente alternata**, in quanto nella seconda ricorrono altri fattori importanti ai fini di formule e calcoli.

Vediamo le differenze tra corrente continua ed alternata:

Una corrente è continua quando il suo senso di circolazione è sempre uguale. Più precisamente è una corrente creata da un generatore con **polarità costante**, cioè un polo è sempre negativo mentre l'altro è sempre positivo. Un generatore di corrente continua è la classica **pila**.

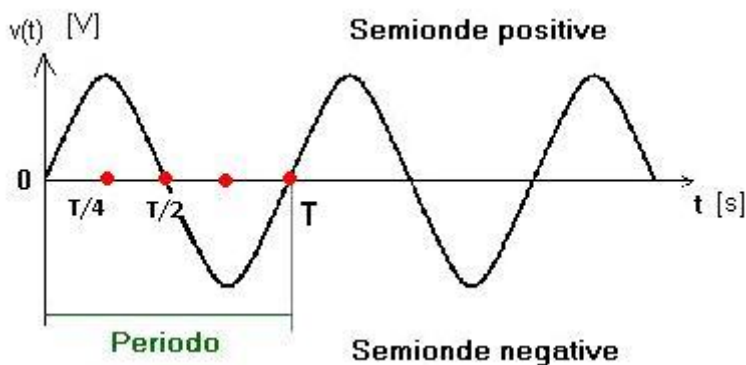
Una corrente è alternata quando il suo senso di circolazione cambia periodicamente nel tempo. Il generatore che crea tale corrente cambia periodicamente nel tempo la carica dei suoi poli da negativa a positiva e viceversa, raggiungendo sempre lo stesso valore di tensione, però con polarità invertite.

Il numero di variazioni di polarità che un generatore compie nel tempo di 1 [secondo] determina un fattore molto importante per le grandezze alternate, cioè la **frequenza (f)** che si misura in **Hertz**, simbolo [Hz].

Un generatore di corrente alternata è l'**alternatore**. La tensione presente nelle nostre abitazioni è di tipo alternato: **220 [V], 50 [Hz]**.

In figura è rappresentata una tensione **v(t) alternata, di forma sinusoidale**, su assi cartesiani. La tensione sale fino a un valore positivo e scende fino a un uguale valore negativo ; 0 è il punto in cui il valore è nullo, t è il tempo.

Un periodo è formato da una semionda positiva e una negativa. In una corrente a 50 [Hz] si compiono 50 periodi in 1 secondo.



In un circuito alimentato in corrente alternata oltre alla componente resistiva, determinata dai conduttori e dall'utilizzatore, entra in gioco anche un'altra componente : l' **induttanza**, simbolo **L**. Essa è causata dall' **induzione elettromagnetica**.

Un conduttore percorso da corrente elettrica genera intorno ad esso un campo elettromagnetico. In corrente alternata questo campo elettromagnetico, anch'esso alternato, provoca nel circuito una forza **controelettromotrice** che si oppone a quella del generatore.

L'induttanza , oltre che un aumento di resistenza , crea anche uno **sfasamento** tra tensione e corrente. **La tensione risulta in anticipo sulla corrente**, cioè nel circuito non vi è corrente nulla quando la tensione passa per lo zero nè corrente massima quando la tensione è massima, cioè le due grandezze **non sono in sincronia**.

Per esempio a tensione massima si potrebbe avere la metà della corrente totale, e avere la corrente massima quando la tensione si trova a metà del suo valore. Ovviamente questo avviene a livello di frazioni di secondo.

L'angolo di sfasamento tra tensione e corrente viene rappresentato con il simbolo φ (pronuncia : fi). Ai fini dei calcoli che ci interessano, viene considerato, in presenza di uno sfasamento, il **fattore di potenza che si definisce $\cos \varphi$** . Esso definisce il grado maggiore o minore di sfasamento.

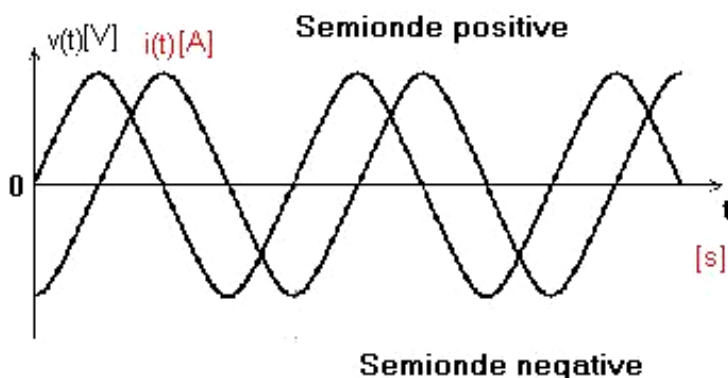
Un circuito in fase , cioè con $\varphi = 0$, possiede un **$\cos \varphi$ pari a 1**.

Più si scende (es. 0,8 - 0,7 ecc.), maggiore è il grado di sfasamento.

In

base alle direttive ENEL il $\cos \varphi$ di un impianto non deve essere inferiore a 0,8.

In figura sono rappresentate in forma sinusoidale una tensione $v(t)$ e la relativa corrente $i(t)$, sfasate di 90° (**un quarto di periodo**). Si noti che quando la tensione è al suo massimo valore, positivo o negativo, la corrente si trova allo zero. Allo stesso modo quando la corrente è al suo massimo valore la tensione è allo zero.



In un circuito la componente induttiva data dai conduttori di collegamento è bassissima, quindi, se non per linee davvero lunghe, essa è trascurabile. **La grossa componente induttiva è data principalmente da alcuni utilizzatori che il circuito può alimentare, e cioè quelli che sono costituiti da avvolgimenti di filo conduttore con molte spire.**

Tali carichi sono i motori elettrici, gli elettromagneti, i trasformatori ed altri.

In corrente alternata si definiscono 3 Potenze :

- POTENZA APPARENTE $P_{app} = V_{eff} * I_{eff}$ dove $V_{eff} = V_{max} / \sqrt{2}$ e analogamente per I_{eff}
- POTENZA ATTIVA $P_A = V_{eff} * I_{eff} * \cos \varphi$
- POTENZA REATTIVA $P_R = V_{eff} * I_{eff} * \sin \varphi$

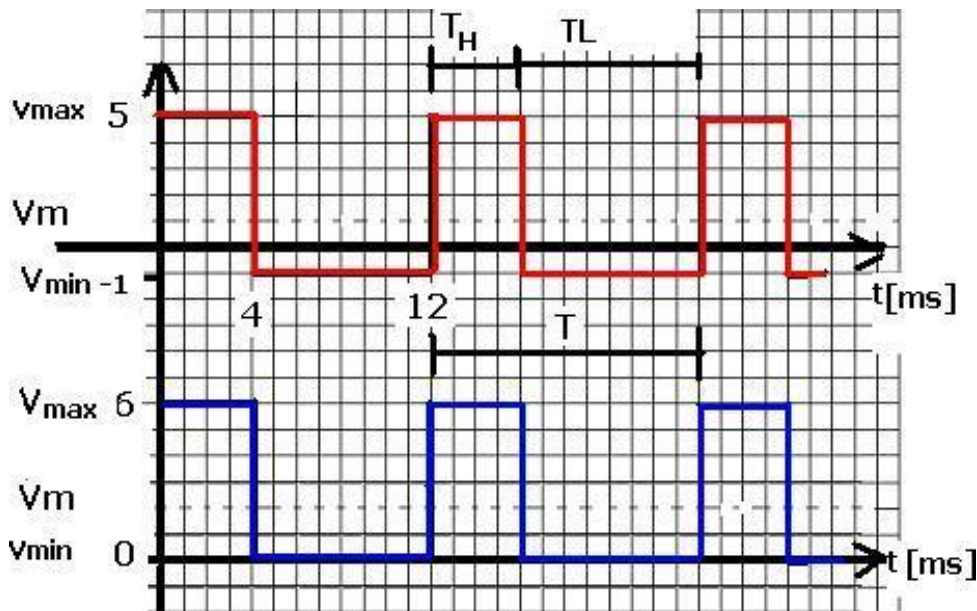
POTENZA APPARENTE = POTENZA ATTIVA + POTENZA REATTIVA

RAPPRESENTAZIONE DI UN' ONDA QUADRA avente valore medio Vm

Come dalle figure si deve dare : periodo T , $\delta = T_H / T$ (duty cycle) oppure $\delta\% = (T_H / T) * 100$
 V_{max} picco superiore , V_{min} picco inferiore, **Vpicco picco** $V_{pp} = V_{max} - V_{min}$

il valore medio medio si ottiene con $V_m = (V_{max} * T_H + V_{min} * T_L) / T$

nel caso di segnale unipolare con $V_{min} = 0$ allora $V_{max} = V_{pp}$ e $V_m = V_{pp} * T_H / T = V_{pp} * \delta$



Calcolo valore medio

Esempio 1 : segnale bipolare

Dati :

$V_{max} = 5 \text{ V}$ $V_{min} = -1 \text{ V}$
 $T = 12 \text{ ms}$ $T_H / T = 0,33$

Da cui $T_L = T - T_H = 12 - 4 = 8 \text{ ms}$

$V_m = (V_{max} * T_H + V_{min} * T_L) / T$

$V_m = (5 * 4 - 1 * 8) / 12 = 1 \text{ V}$

Esempio 2

segnale unipolare con $V_{min} = 0$

Dati :

$V_{max} = V_{pp} = 6 \text{ V}$
 $T = 12 \text{ ms}$ $T_H / T = 0,33$

Da cui

$V_m = V_{pp} * \delta = 6 * 0,33 = 2 \text{ V}$

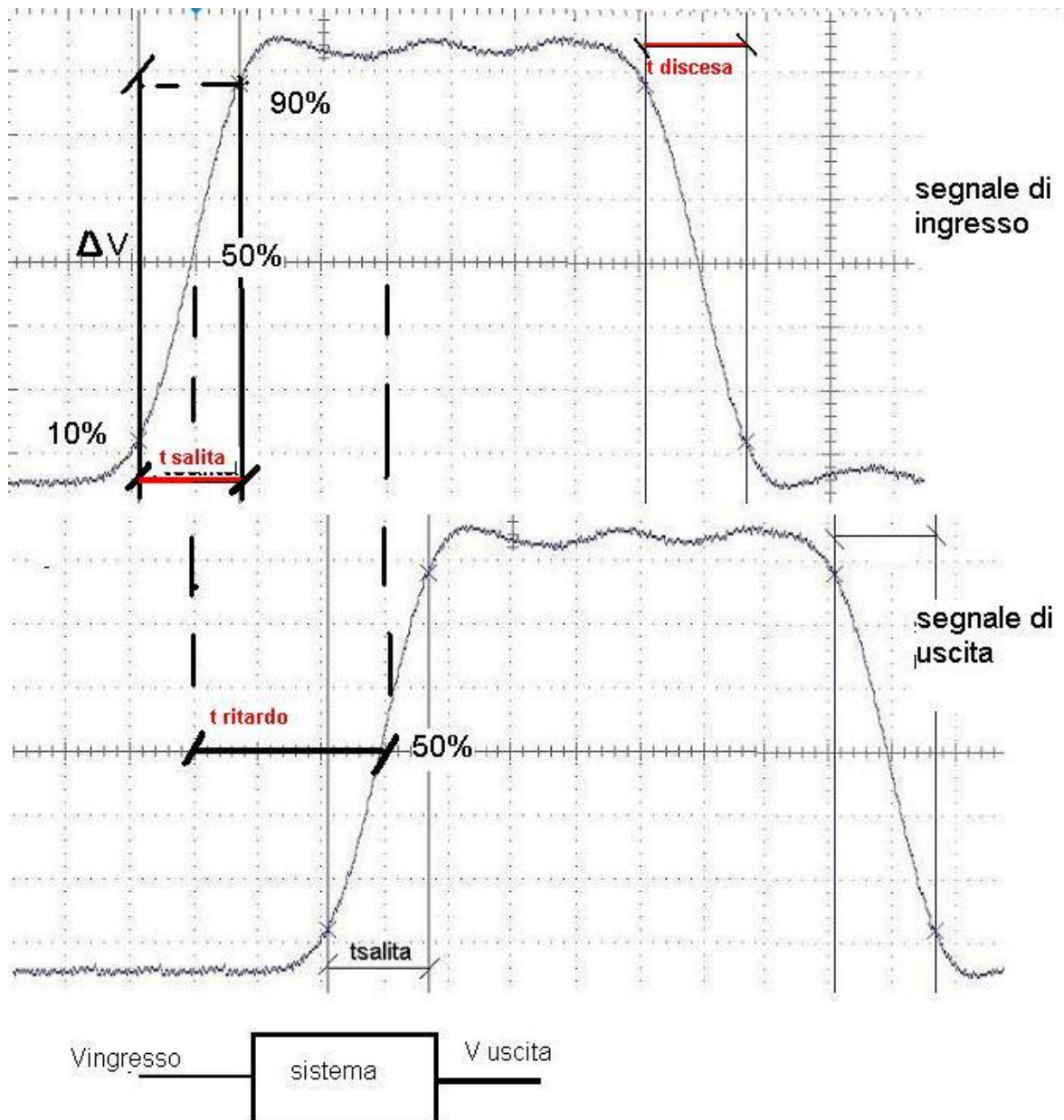
Valore efficace di un segnale onda quadra unipolare con $V_{min} = 0$

$$V_{eff} = V_{pp} * \sqrt{\delta}$$

Esempio 2 : $V_{eff} = 6 * \sqrt{0,33} = 3,45 \text{ V}$

$$P_{media} = V_{eff} * I_{eff} = (V_{pp} * I_{pp}) * \delta = V_{pp}^2 * \delta / R = R * I_{pp}^2 * \delta \quad [\text{Watt}]$$

Tempo di salita, Tempo di ritardo e Slew Rate



TEMPI DI SALITA / DISCESA

Si consideri un segnale reale a onda quadrata; impiegherà un certo tempo per passare da uno stato all'altro. Si definisce **tempo di salita** (rising time, t_r) il tempo occorrente al segnale per passare dal **10% al 90%** del valore finale (V_{max}), si definisce **tempo di discesa** (falling time, t_f) il tempo occorrente al segnale per passare dal **90% al 10%** del valore finale (V_{min}).

SLEW RATE

Si definisce Slew Rate di un segnale qualsiasi, la massima pendenza del segnale stesso; l'espressione è $SR = \Delta V / \Delta t$ (Volt/ μs , di solito);

per un segnale quadro, come da figura $SR = (90\% V_{finale} - 10\% V_{finale}) / \text{tempo salita}$

per un segnale sinusoidale $SR = \omega * V_{max}$ (ω pulsazione, V_{max} ampiezza o valore di picco)

TEMPO DI RITARDO (di Propagazione)

In qualsiasi sistema c'è un ritardo tra effetto e causa che ha generato l'effetto, cioè la risposta dell'uscita è ritardata rispetto all'ingresso. Tale ritardo viene detto **tempo di ritardo** o anche di propagazione del segnale. Per un dato segnale, si calcola andando a misurare il ritardo che intercorre tra segnale di ingresso e di uscita, quando questi sono al 50% del loro valore finale. Tale ritardo è in genere diverso a seconda che si consideri la transizione sul fronte di salita (dal livello basso al livello alto, t_{PLH}) o sul fronte di discesa, t_{PHL} .