

1° SIMULAZIONE 3° PROVA SCRITTA ESAME DI STATO - Tipologia B

Materia : ELETTROROTECNICA & ELETTRONICA

Classe : 5° Aea

1. SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER DI UN' ONDA QUADRA :

- Espressioni generali
- Coefficienti di Fourier ed effetto su di essi di particolari simmetrie dell' O.Q.
- Spettro di Ampiezza e sue modifiche in seguito a variazioni del duty-cycle O.Q.

RISPOSTA (espansa)L'espressione generale dello sviluppo in serie di Fourier per un generico segnale **periodico** $f(t)$;

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega t) \quad \text{oppure} \quad f(t) = C_k + \sum \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

- b) Se $f(t)$ è alternata pari, lo sviluppo è composto solo da : cosinusoidi di frequenza multipla della freq. Fondamentale [quella di $f(t)$]
- c) Se $f(t)$ è alternata dispari, lo sviluppo è composto solo da sinusoidi di frequenza multipla della freq. Fondamentale
- d) Se $f(t)$ NON è alternata è presente anche C_0 , la componente continua

ONDA QUADRA ALTERNATA PARI (con frequenza f_0) :Le armoniche sono coseni , la cui ampiezza max (B_k) è data dalla formula :

$$B_k = 2V_{pp} \tau / T \frac{\sin(k\pi \tau / T)}{k\pi \tau / T} \gggg \gg 2 / k\pi \sin(k\pi/2) \quad \text{ponendo ad es. } V_{pp} = 1$$

si annullano le componenti a freq. multipla pari di f_0 , si alternano i segni**ONDA QUADRA ALTERNATA DISPARI (con frequenza f_0) :**Le armoniche sono seni, la cui ampiezza max (A_k) è data dalla formula :

$$A_k = V_{pp} / k\pi * [1 - \cos(k\pi)] \quad \text{essendo per ipotesi } V_{pp} = 1 ,$$

Considerando l' ONDA QUADRA ALTERNATA PARI , si nota come le righe dello spettro di ampiezza siano modulate dalla funzione $\sin(x)/x$, dove $x = k\pi \tau / T$; in ogni lobo della curva è contenuta una riga dello spettro. Al diminuire di τ / T , aumenta il n° di righe in ogni lobo e si annulla la riga la cui frequenza è pari alla fondamentale moltiplicata per l'inverso del τ / T .

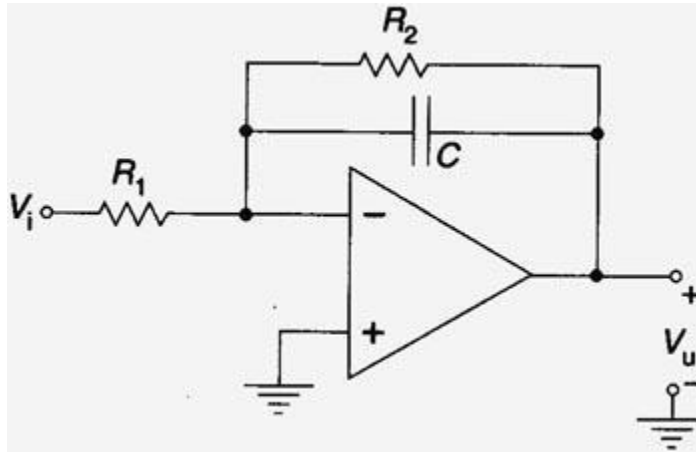
Es : per $\tau / T = 1/5$, si annulla la riga a frequenza = $5f_0$

2. FILTRI ATTIVI

- Schema circuitale del Filtro Attivo **PASSA – BASSO RC INVERTENTE** del 1° ordine
- $\bar{G}(j\omega)$, $|G|$, $\text{Fase}(G)$
- Dimensionamento dei componenti in modo che $|G_{LF}| = 20 \text{ [dB]}$ $f_t = 1.000 \text{ [Hz]}$

Soluzione

1. Schema circuitale :



2. $\bar{G}(j\omega)$, $|G|$, $\text{Fase}(G)$

Ricaviamo la f.d.t. :

$$\bar{G} = - \bar{Z}_p / R_1 \quad \bar{Z}_p = (R_2 * 1 / j\omega C) / (R_2 + 1 / j\omega C) = R_2 / (1 + j\omega R_2 C)$$

$$\bar{G} = - R_2 / (R_1 + j\omega R_1 R_2 C) \quad \text{da cui si vede come } G(j0) = - R_2 / R_1$$

$$G(j\infty) = 0$$

Meglio scrivere la Fdt in questa forma, dividendo ogni addendo per R1 :

$$\bar{G} = - \frac{R_2 / R_1}{1 + j\omega R_2 C} \quad \omega t = \frac{1}{R_2 C} \quad |G| = \frac{R_2 / R_1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad \text{Fase}(G) = +/- 180^\circ - \text{artan}(\omega R_2 C)$$

3. Dimensionamento : $f_t = 1/2\pi R_2 C = 1000 \text{ [Hz]}$ $\gggg R_2 = 1/2\pi f_t C$ pongo $C = 1 \text{ [nF]}$ ricavo:

$$R_2 = \frac{1}{2\pi * 10^3 * 10^{-9}} = \frac{10^6}{2\pi} \approx 160 \text{ [K}\Omega\text{]} \quad 20\text{Log}|G| = 20\text{[dB]} \ggg |G| = 10 = R_2 / R_1$$

$$\text{da cui } R_1 = R_2 / 10 \approx 16 \text{ [K}\Omega\text{]}$$

Per soddisfare pienamente alle specifiche, si prevede di usare un trimmer in serie a una R_2 di valore inferiore e di scegliere ovviamente i valori di una serie commerciale, p.e. E24 / E48

3. METODO GRAFICO DI BODE

Spiegare come si disegnano le curve asintotiche di Modulo e Fase, nell'ipotesi di Zeri e Poli della FdT Reali, Negativi, Semplici.

RISPOSTA (espansa)

$$\text{La FdT sar\`a di questo tipo : } G(j\omega) = K \frac{(j\omega + \omega_{z1})^* (j\omega + \omega_{z2})^* (\dots)}{(j\omega + \omega_{p1})^* (j\omega + \omega_{p2})^* (\dots)}$$

La Curva di Bode del Modulo di \bar{G} \`e il grafico, IN SCALA LOGARITMICA delle ω , di :

$$20\text{Log}|G| = 20 \text{Log} \left| K \frac{(j\omega + \omega_{z1})^* (j\omega + \omega_{z2})^* (\dots)}{(j\omega + \omega_{p1})^* (j\omega + \omega_{p2})^* (\dots)} \right| \text{ che, per le propriet\`a dei Moduli,}$$

[Modulo del Quoziente=Quoziente dei Moduli e
Modulo del Prodotto= Prodotto dei Moduli], diventa :

$$20\text{Log} K \frac{|j\omega + \omega_{z1}|^* |j\omega + \omega_{z2}|^* \dots}{|j\omega + \omega_{p1}|^* |j\omega + \omega_{p2}|^* \dots} = 20\text{Log} K \frac{\sqrt{\omega^2 + \omega_{z1}^2} * \sqrt{\omega^2 + \omega_{z2}^2} * \dots}{\sqrt{\omega^2 + \omega_{p1}^2} * \sqrt{\omega^2 + \omega_{p2}^2} * \dots}$$

A questo punto, applicando le propriet\`a dei Logaritmi [Log del Quoziente = LogNum - LogDenom e
Log del Prodotto = Somma dei Logaritmi] :

$$20\text{Log}|G| = 20\text{Log}K + 20\text{Log} \sqrt{\omega^2 + \omega_{z1}^2} + 20\text{Log} \sqrt{\omega^2 + \omega_{z2}^2} + \dots - 20\text{Log} \sqrt{\omega^2 + \omega_{p1}^2} - 20\text{Log} \sqrt{\omega^2 + \omega_{p2}^2} - \dots$$

Il grafico universale relativo a ogni addendo col segno + , associato a ciascuno ZERO della FdT, \`e simmetrico, rispetto all'asse ω , a quello relativo a ogni addendo col segno - , associato a ciascun POLO della FdT .

- Il grafico (asintotico) associato a un generico Zero \`e una spezzata composta da una semiretta orizzontale, da $\omega=0$ fino a ω_{zi} e da una semiretta crescente, con pendenza + 20dB/dec, da ω_{zi} in poi
- Il grafico (asintotico) associato a un generico Polo \`e una spezzata composta da una semiretta orizzontale, da $\omega=0$ fino a ω_{pi} e da una semiretta decrescente, con pendenza - 20dB/dec, da ω_{pi} in poi
- Il grafico di $20\text{Log}K$ \`e una retta orizzontale nel semipiano positivo, se $K > 1$, nel semipiano negativo, se $K < 1$
- **Il grafico risultante \`e la somma grafica dei vari contributi**

Grafico asintotico della fase :

- i fattori a Numeratore, essendo N° Complessi, danno ciascuno un contributo pari a + $\text{artan}(\omega / \omega_{zi})$
- quelli a denominatore, danno ciascuno un contributo pari a - $\text{artan}(\omega / \omega_{pi})$

il grafico asintotico associato a ogni **Zero** si sviluppa su circa 2 decadi, **da $0,1\omega_{zi}$ a $10\omega_{zi}$** :

- Semiretta orizzontale pari a 0° fino a $0,1\omega_{zi}$, poi segmento crescente di + $45^\circ/\text{decade}$ fino a $10\omega_{zi}$, poi Semiretta orizzontale pari a + 90°

il grafico asintotico associato a ogni **Polo** si sviluppa su circa 2 decadi, **da $0,1\omega_{pi}$ a $10\omega_{pi}$** :

- Semiretta orizzontale pari a 0° fino a $0,1\omega_{pi}$, poi segmento decrescente di + $45^\circ/\text{decade}$ fino a $10\omega_{zi}$, poi Semiretta orizzontale pari a - 90°

- **Il grafico risultante \`e la somma grafica dei vari contributi**

Nel caso di Zeri / Poli doppi, tripli,... la pendenza delle Curve diventa :

- +/- 40/60... [dB/decade] per la Curva del Modulo
- +/- 90/135... [gradi/decade] per la Curva di Fase