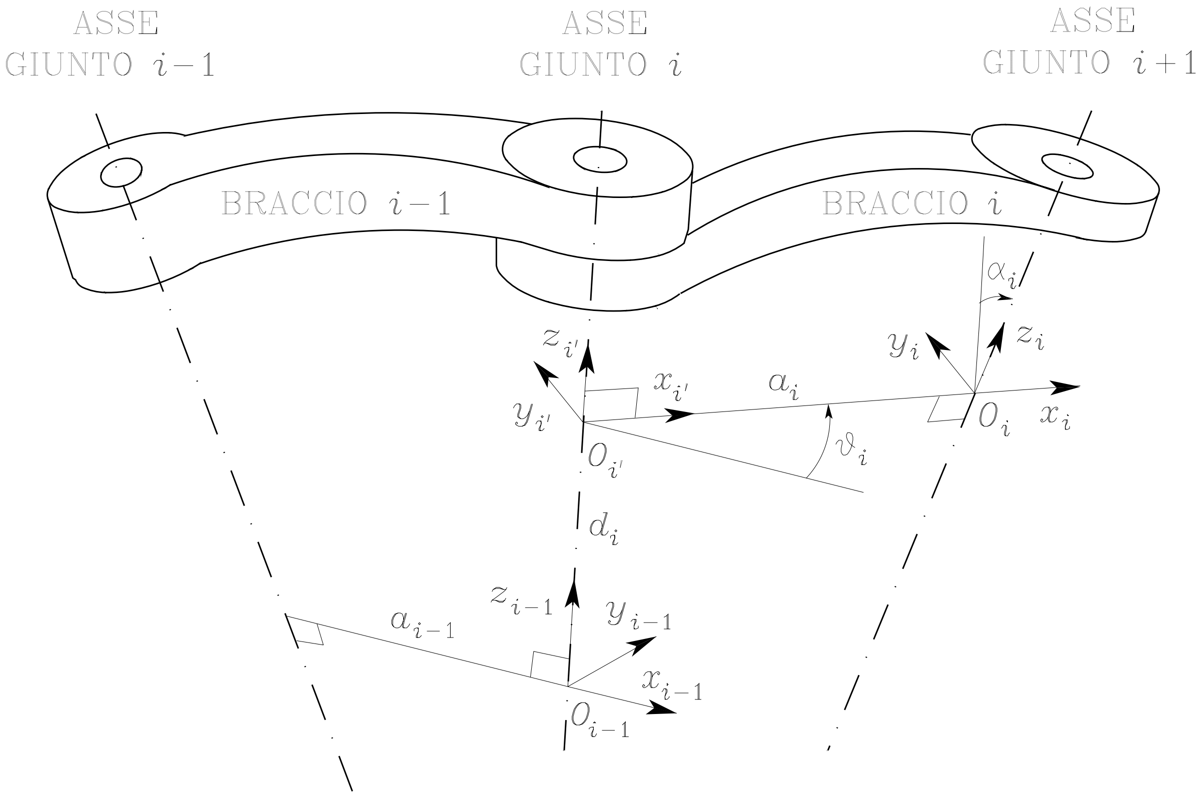
Convenzione di Denavit-Hartenberg



- si sceglie l'asse z_i giacente lungo l'asse del giunto $i+1$

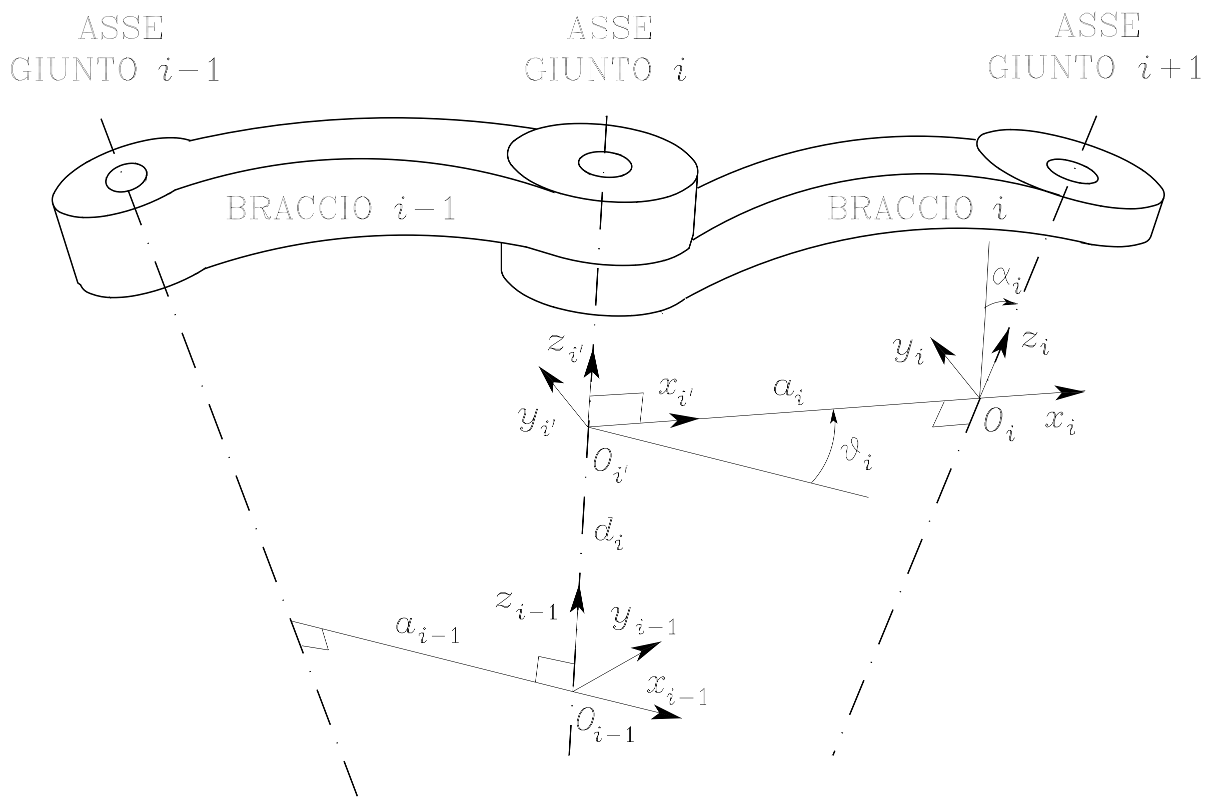
- si individua O_i all'intersezione dell'asse z_i con la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i, e con O'_i si indica l'intersezione della normale comune con z_{i-1}

- si assume l'asse x_i diretto lungo la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i con verso positivo dal giunto i al giunto $i+1$

- si sceglie l'asse y_i in modo da completare una terna levogira

- Definizione non univoca della terna:
  - $\star$ con riferimento alla terna 0, per la quale la sola direzione dell'asse z_0 risulta specificata: si possono quindi scegliere arbitrariamente O_0 ed x_0
  - $\star$ con riferimento alla terna n, per la quale il solo asse x_n risulta soggetto a vincolo (deve essere normale all'asse z_{n-1}): infatti non vi è giunto $n+1$, per cui non è definito z_n e lo si può scegliere arbitrariamente
  - $\star$ quando due assi consecutivi sono paralleli, in quanto la normale comune tra di essi non è univocamente definita
  - $\star$ quando due assi consecutivi si intersecano, in quanto il verso di x_i è arbitrario
  - $\star$ quando il giunto i è prismatico, nel qual caso la sola direzione dell'asse z_{i-1} è determinata

Parametri di Denavit-Hartenberg



a_i distanza di O_i da O_i';

d_i coordinata su z_{i-1} di O_i';

α_i angolo intorno all'asse x_i tra l'asse z_{i-1} e l'asse z_i valutato positivo in senso antiorario;

ϑ_i angolo intorno all'asse z_{i-1} tra l'asse x_{i-1} e l'asse x_i valutato positivo in senso antiorario.

- a_i e α_i sono sempre costanti
- se il giunto è *rotoidale* la variabile è ϑ_i
- se il giunto è *prismatico* la variabile è d_i

- Trasformazione di coordinate

$$\boldsymbol{A}_{i'}^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i} & 0 & 0 \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_{i}^{i'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_{i}^{i-1}(q_i) = \boldsymbol{A}_{i'}^{i-1}\boldsymbol{A}_{i}^{i'} = \begin{bmatrix} c_{\vartheta_i} & -s_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & s_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\vartheta_i} \\ s_{\vartheta_i} & c_{\vartheta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\vartheta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\vartheta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Procedura operativa

1. Individuare e numerare consecutivamente gli assi dei giunti; assegnare, rispettivamente, le direzioni agli assi $z_0, \ldots, z_{n-1}$

2. Fissare la terna base posizionandone l'origine sull'asse z_0; gli assi x_0 e y_0 sono scelti in maniera tale da ottenere una terna levogira

Eseguire i passi da **3** a **5** per $i = 1, \ldots, n-1$:

3. Individuare l'origine O_i all'intersezione di z_i con la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i. Se gli assi z_{i-1} e z_i sono paralleli e il giunto i è rotoidale, posizionare O_i in modo da annullare d_i; se il giunto i è prismatico, scegliere O_i in corrispondenza di una posizione di riferimento per la corsa del giunto (ad esempio un fine-corsa)

4. Fissare l'asse x_i diretto lungo la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i con verso positivo dal giunto i al giunto $i+1$

5. Fissare l'asse y_i in modo da ottenere una terna levogira

Per completare:

6. Fissare la terna n, allineando z_n lungo la direzione di z_{n-1} se il giunto n è rotoidale, ovvero scegliendo z_n in maniera arbitraria se il giunto n è prismatico; fissare l'asse x_n in accordo al punto **4**

7. Costruire per $i = 1, \ldots, n$ la tabella dei parametri $a_i, d_i, \alpha_i, \vartheta_i$

8. Calcolare sulla base dei parametri di cui al punto **7** le matrici di trasformazione omogenea $\boldsymbol{A}_i^{i-1}(q_i)$ per $i = 1, \ldots, n$

9. Calcolare $\boldsymbol{T}_n^0(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{A}_1^0 \ldots \boldsymbol{A}_n^{n-1}$ che fornisce posizione e orientamento della terna n rispetto alla terna 0

10. Assegnate $\boldsymbol{T}_0^b$ e $\boldsymbol{T}_e^n$, calcolare la funzione cinematica diretta $\boldsymbol{T}_e^b(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T}_0^b \boldsymbol{T}_n^0 \boldsymbol{T}_e^n$ che fornisce posizione e orientamento della terna utensile rispetto alla terna base