

## MACCHINA ASINCRONA

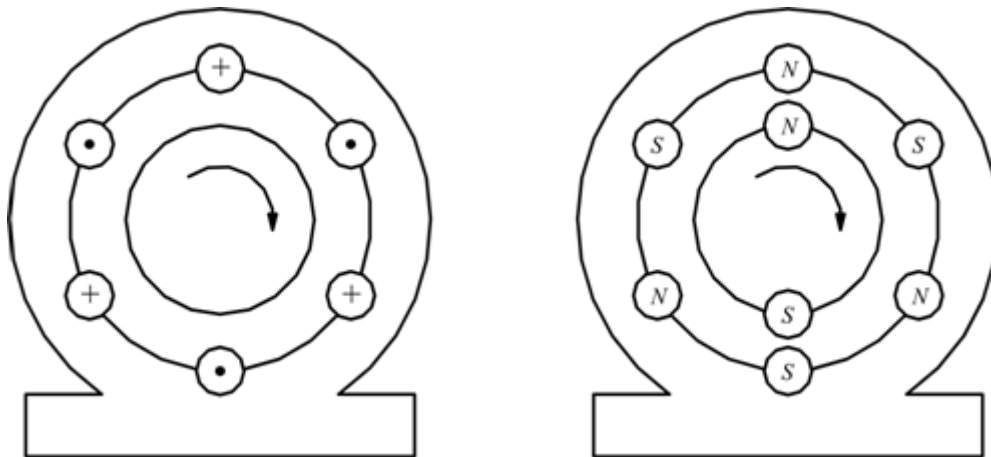
La macchina asincrona può funzionare come motore o come generatore ; come motore ha un vasto campo di impiego, grazie alla sua semplicità di applicazione, come generatore ha un utilizzo invece piuttosto raro.

Essa viene alimentata da un sistema polifase (perchè tale è la distribuzione dell'energia). E' costituita da due parti, una fissa, detta **statore** e una mobile, detta **rotore**.

Sullo statore vengono disposte un certo numero di coppie di bobine opposte fra loro. Disponendo 'p' coppie di bobine (coppie di poli) sfasate nello spazio e alimentandole con correnti sfasate nel tempo si genera un **campo magnetico rotante** all'interno dello statore.

Sotto è riportato un motore a 6 poli = 2p (con p = 3 coppie di poli sfasate fra loro di 120°).

Il circuito rotorico può essere costituito da 'p' circuiti chiusi in cortocircuito, dove **sotto l'effetto del campo magnetico rotante viene indotta una corrente circolante**. Ciascuno di questi circuiti viene denominato **fase rotorica**.



La corrente indotta in ciascuna fase rotorica crea a sua volta **un campo magnetico rotante con senso opposto a quello dello statore** ; se il polo del rotore e quello dello statore sono dello stesso tipo, essi si respingono e il rotore si mette in moto. Il rotore non può, comunque, ruotare alla ruota alla stessa velocità dello statore ma è sempre più lento, a causa del carico, e degli attriti meccanici cui va incontro col suo movimento.

La velocità relativa  $\omega_r$  tra il campo rotante che ruota a velocità  $\omega_0$  e il rotore che ruota alla velocità  $\omega_1$  è :

$$\omega_r = \omega_0 - \omega_1$$

viene definito lo **scorrimento** come il rapporto (adimensionale)

$$s = \frac{\omega_r}{\omega_0} = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{n_0 - n_1}{n_0}$$

Inoltre, se  $\omega$  è la pulsazione della rete di alimentazione, risulta:

$$\omega_0 = \frac{\omega}{p} \quad [\text{rad/s}] \quad n_0 = 60 \frac{f}{p} \quad [\text{giri/min}]$$

$\omega_r$  è dunque la velocità angolare relativa del campo rotante rispetto alla velocità del rotore; essa induce nell'avvolgimento rotorico una corrente di frequenza:

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} \quad s = \frac{\omega_r}{\omega_0} \Rightarrow \omega_r = s\omega_0$$

quindi  $f_r = s \cdot f_0$  frequenza (elettrica) della corrente rotorica.

in analogia possiamo scrivere  $E_2 = s \cdot E_{20}$

indicando con  $E_{20}$  il valore di  $E_2$  (tensione ai capi dell'avvolgimento rotorico secondario) durante il funzionamento a rotore bloccato (rotore fermo  $s = 1$ ).

Allo spunto  $s = 1$  e la frequenza della corrente rotorica coincide con quella del campo; poi ovviamente sapendo che:

$$s = \frac{n_0 - n_1}{n_0} \Rightarrow s = 1 - \frac{n_1}{n_0} \Rightarrow \frac{n_1}{n_0} = (1 - s) \Rightarrow n_1 = n_0(1 - s)$$

$n_1 = 60 \frac{f}{p} (1 - s)$  [giri/min] velocità (meccanica) del rotore

allo spunto  $s = 1$  e conseguentemente  $n_1 = 0$  (il rotore è fermo: la sua velocità è nulla) dalla meccanica sappiamo che:

o anche  $n = 60f$   $\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \Rightarrow 2\pi \cdot f = \frac{2\pi \cdot n}{60} \Rightarrow f = \frac{n}{60}$

per cui:

$$n_1 = 60f_1 \Rightarrow 60f_1 = 60 \frac{f}{p} (1 - s)$$

cioè:

$f_1 = \frac{f}{p} (1 - s)$  [Hz] frequenza (meccanica) del rotore con  $f$  = frequenza di rete

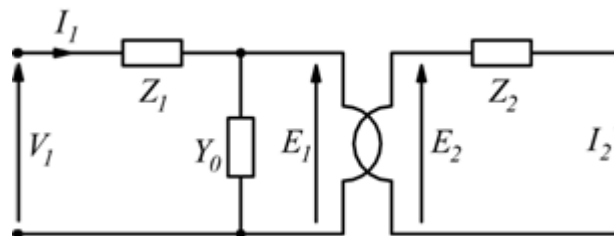
è ovvio che se  $s = 1$  deve essere  $n_R = 0$  quindi il rotore è fermo. Se  $s = 0$  deve essere  $n_R = n_s$  il motore funziona alla velocità di sincronismo del campo magnetico statorico. In genere  $s$  varia dal 1% al 5%.

In tabella sono indicate le velocità in giri/min in funzione delle coppie di poli:

coppie di poli	Velocità in g/min a 50Hz
1	3000
2	1500
3	1000
4	750
5	600
6	500

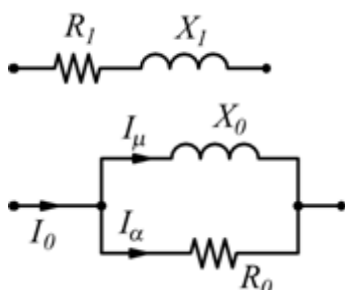
Essendo la struttura del motore sempre simmetrica, indipendentemente dal numero di fasi, sarà sufficiente studiarne una sola, per ottenere delle informazioni complessive sulla macchina.

Il circuito equivalente di ogni singola fase è illustrato nella seguente figura:



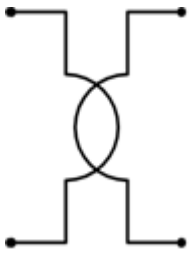
Rispetto al circuito equivalente del trasformatore ci sono le seguenti differenze:

- 1] La frequenza rotorica è diversa da quella statorica ed è variabile con lo scorrimento.
- 2] Il motore non alimenta un carico elettrico sul secondario, dato che le fasi rotoriche sono chiuse in corto circuito.
- 3] Alimentando il motore con una terna simmetrica di tensioni, esso si comporta sempre come un carico equilibrato e quindi per descrivere il suo funzionamento basta considerare quello che avviene in una fase.

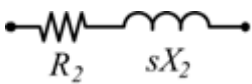


L'impedenza primaria statorica,  $Z_1 = R_1 + jX_1$  tiene conto della resistenza e della reattanza di dispersione di ogni fase.

L'ammettenza  $Y_0 = G_0 - jB_0$  raggruppa i parametri trasversali  $G_0$  e  $B_0$  tenendo conto delle perdite nel ferro ( $I_0$ ) e dalla potenza reattiva magnetizzante ( $I_\mu$ ).



Il trasformatore ideale con rapporto di trasformazione  $E_1/E_2$  di accoppiamento fra il circuito rotorico e statorico; essendo  $E_2$  variabile con lo scorrimento, anche tale valore rapporto di trasformazione dipenderà da  $s$ .



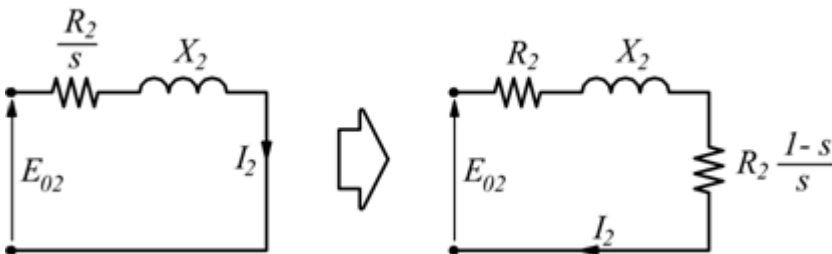
L'impedenza rotorica  $Z_2 = R_2 + jsX_2$  (dove la parte immaginaria dipende da  $s$ ).

Dato che  $E_2 = sE_{20}$  abbiamo :

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}} = \frac{E_{20}\sqrt{3}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}}$$

$$I_2 = \frac{E_{20}}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}}$$

In questo modo il circuito secondario (rotorico) può essere visto come:



$$R_2 + R_2 \frac{1-s}{s} = R_2 + \frac{R_2 s}{s} - R_2 = \frac{R_2}{s}$$

Infatti:

$R_2$  è la resistenza propria della fase rotorica mentre  $R_2 \frac{1-s}{s}$  può essere vista come una resistenza fittizia che rappresenta il carico meccanico. Poi si ha:

$$P_{em} = R_2 I_2^2 + R_2 \left(\frac{1-s}{s}\right) I_2^2$$

**Potenza elettrica trasmessa**

$$R_2 I_2^2 = P_{j2}$$

**Potenza persa nell'avvolgimento rotorico**

(perdita nel rame relativa ad una fase).

$$R_2 \frac{1-s}{s} I_2^2 = P_m$$

Potenza meccanica totale fornita all'albero meccanico, somma della potenza meccanica utile e della potenza meccanica persa per attrito e ventilazione.

$$P_{em} = \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad \text{e} \quad P_m = \frac{1-s}{s} R_2 I_2^2$$

$$P_m = (1-s) \cdot \left( \frac{R_2 I_2^2}{s} \right)$$

cioè:

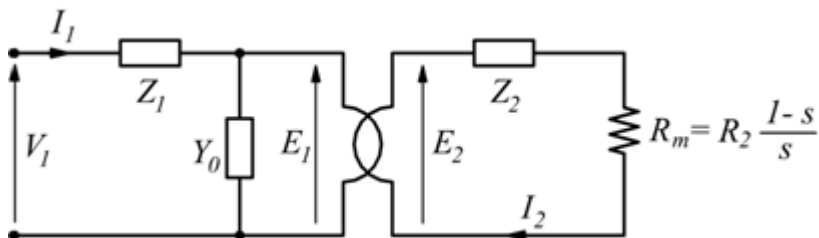
$$P_m = (1-s) P_{em}$$

Queste considerazioni confermano la possibilità di introdurre nel circuito equivalente la:

$$R_m = \frac{1-s}{s} R_2$$

**Resistenza di carico**

Si ha, quindi, il circuito equivalente completo:



Esso ha il vantaggio di usare un trasformatore ideale con  $K_0$  fisso non dipendente da  $s$  e pari al rapporto di trasformazione a rotore bloccato.

$$K_0 = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

### BILANCIO DELLE POTENZE

$$P_A = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \phi_1 \quad \text{Potenza assorbita}$$

Le perdite nel ferro valgono  $P_f = 3G_0 E_1^2$  ma  $E_1 = \frac{V_{1f}}{\sqrt{3}}$  da cui  $P_f = 3G_0 \left( \frac{V_{1f}}{\sqrt{3}} \right)^2$

$$P_f = G_0 V_{1f}^2$$

Perdite nel ferro (trascurabili nel funzionamento a carico)

$$P_{j1} = 3R_1 I_1^2$$

Perdite nel rame statoriche

$$P_{ADD} = \frac{0,5}{100} P_A$$

Perdite addizionali statoriche

$$P_T = P_A - P_f - P_{j1} - P_{ADD}$$

Potenza trasmessa al rotore (ricordarsi che

$$P_T = 3 \frac{R_2}{s} I_2^2 )$$

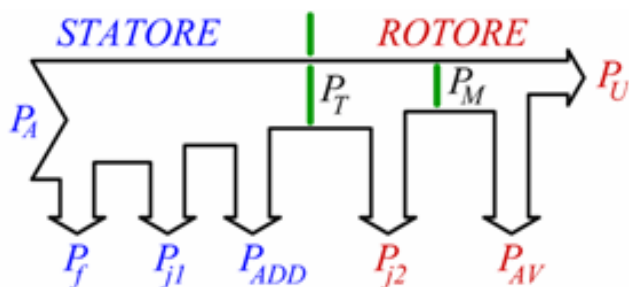
Si nota che

$$P_{j2} = s P_T$$

(importante)

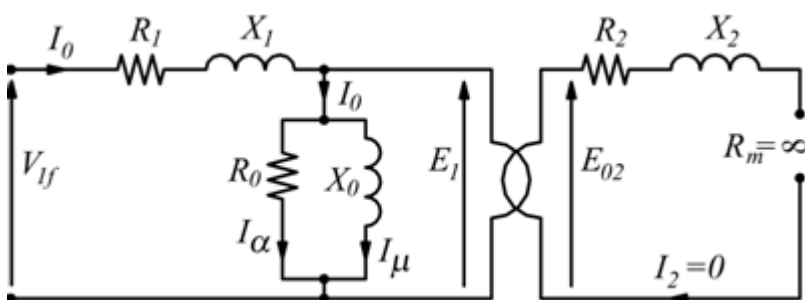
$$P_m = P_T - P_{j2}$$

Potenza meccanica a cui si deve ulteriormente sottrarre  $P_{AV}$ , cioè le perdite per attrito e ventilazione.



$$\eta = \frac{P_U}{P_A}$$

### MACCHINA ASINCRONA PROVA A VUOTO



Il motore funziona a vuoto quando non vi è carico meccanico collegato all'albero. L'avvolgimento statorico è alimentato con tensione  $V_1$  e assorbe una  $I_0$  di intensità ridotta rispetto alla  $I_1$  nominale.

In pratica la corrente assorbita  $I_1 = I_0$ . Le fasi rotoriche sono in circuito aperto, come nel trasformatore in cui il secondario a vuoto è aperto. Questo perchè a vuoto  $s = 0$ ; idealmente  $n_0 = n_1$ .

Al movimento del rotore si oppongono solo gli attriti e manca la coppia resistente del carico. La velocità del motore è prossima a quella di sincronismo. In queste condizioni:

$$E_2 = sE_{20} \cong 0 \quad I_2 = 0 \quad P_{j2} = 0$$

Nel caso ideale :  $s = 0 \rightarrow R_m = \infty$

$$P_0 = \sqrt{3}V_{1f}I_0 \cos \phi_0$$

$$Q_0 = \sqrt{3}V_{1f}I_0 \sin \phi_0$$

$$A_0 = \sqrt{3}V_{1f}I_0$$

$$P_f = G_0V_1^2$$

$$P_{j0} = 3R_1I_0^2$$

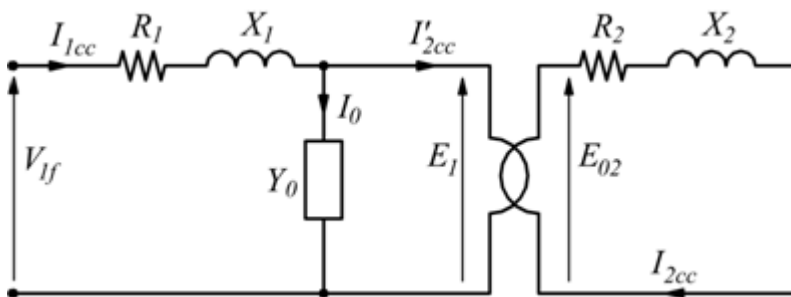
quindi :

$$P_0 = P_f + P_{j0} + P_{ADD} + P_{AV} \quad \eta = 0 \quad \text{essendo} \quad P_U = 0$$

le perdite addizionali  $P_{ADD}$  sono quantificabili come il 5% della  $P_0$ .

### MACCHINA ASINCRONA FUNZIONAMENTO A ROTORE BLOCCATO (FERMO)

Si ha **quando il rotore è fermo, la velocità è nulla e  $s = 1$** . In pratica si verifica all'istante iniziale dell'avviamento. E' anche indicato come **funzionamento di corto circuito** (locuzione ambigua, dato che le fasi rotoriche sono collegate in corto anche durante il funzionamento normale).



$$s = 1 \rightarrow R_m = \frac{1-s}{s} R_2 = 0$$

$$I_{2cc} = \frac{E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}$$

Si ha:

**Corrente rotorica di corto circuito**

$$K_0 = \frac{E_1}{E_{20}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_{2cc}}{I'_{2cc}} \quad \text{con} \quad I'_{2cc} = \frac{I_{2cc}}{K_0}$$

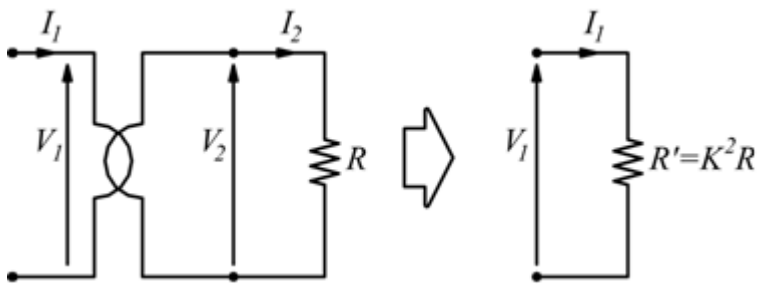
Dato che :

ma è  $I'_{2cc} \gg I_0$  bisogna trascurare l'ammettenza  $Y_0$ .

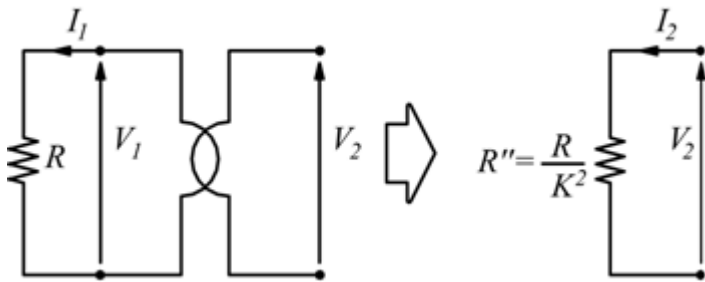
Si può usare una proprietà importante del trasformatore : la **trasformazione di impedenze**.

$$K = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

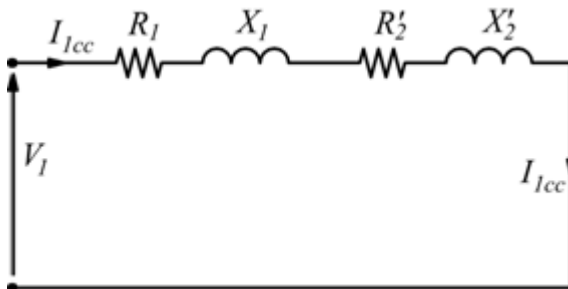
Riportiamo le grandezze dal secondario al primario :



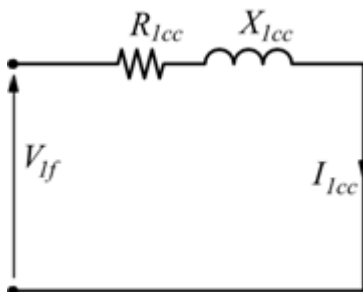
Si può anche effettuare il riporto delle grandezze dal primario al secondario :



A questo punto avremo :



Cioè :



$$R_{1cc} = R_1 + R'_2$$

$$X_{1cc} = X_1 + X'_2$$

che è il circuito equivalente statorico a rotore bloccato.

Con :

$$I_{1cc} = \frac{V_{1f}}{Z_{1cc}} = \frac{V_1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_{1cc}^2 + X_{1cc}^2}}$$

Corrente di avviamento o corrente di spunto

In questo caso  $P_U = P_{AV} = 0 \Rightarrow \eta = 0$  dato che il rotore è bloccato.



$$P_{j1} = 3R_{1cc} I_{1cc}^2$$

perdite nel rame statoriche

si ha inoltre  $P_f = G_0 V_{1f}^2$  e  $P_{ADD} = \frac{0,5}{100} P_A$

$$P_{Acc} = P_f + P_{ADD} + P_{j1}$$

potenza assorbita a rotore bloccato ( $P_U=0; \eta=0$ )

**Nella prova a rotore bloccato si alimenta il motore a tensione ridotta in modo da far circolare una corrente pari a quella nominale  $I_{1n}$ .**

In analogia con la prova di cortocircuito di un trasformatore si usa una  $V_{1cc}$  con la  $I_{1n}$ . Nella prova a rotore bloccato, essendo bassa la  $V_{1cc}$  si possono trascurare  $P_f = 0$  e  $P_{ADD} = 0$ .

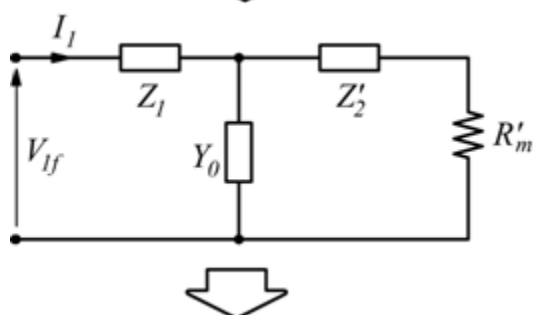
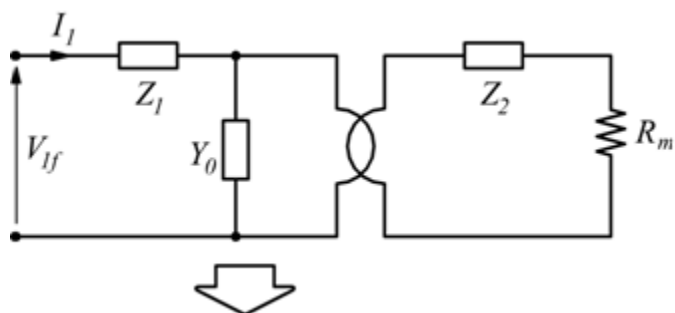
Si ha inoltre :

$P_A = P_j$  cioè potenza assorbita = perdite nel rame ; si ha poi  $P_j = P_{ccn} = 3R_{1cc} I_{1n}^2$

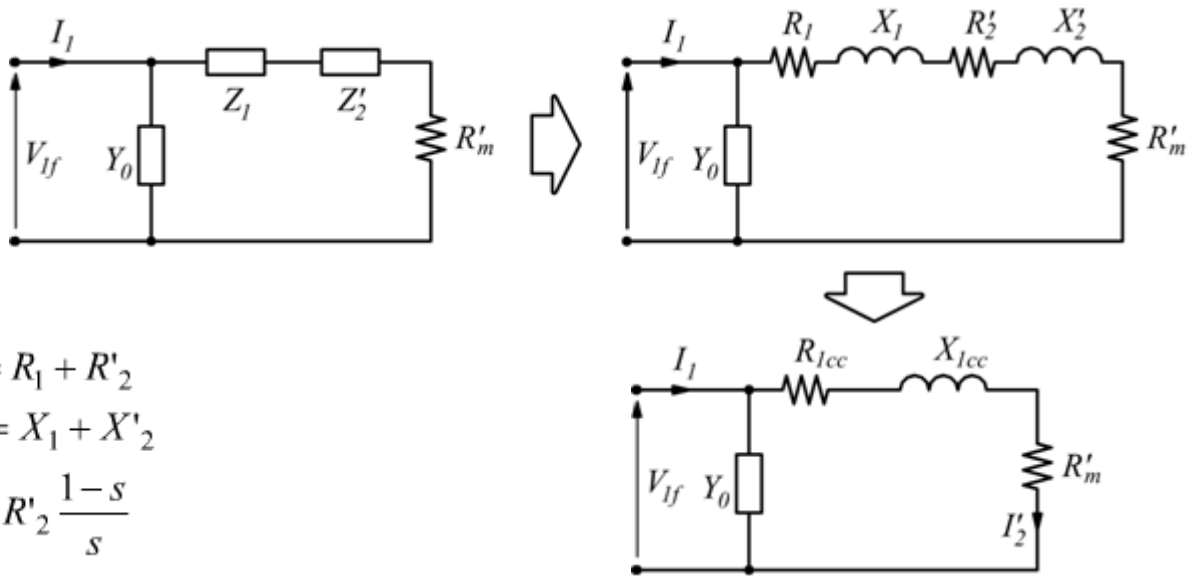
$$Z_{1cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3} I_{1n}} \quad R_{1cc} = \frac{P_{ccn}}{3 I_{1n}^2} \quad X_{1cc} = \sqrt{Z_{1cc}^2 - R_{1cc}^2}$$

$\cos \phi_{cc} = \frac{P_{ccn}}{\sqrt{3} V_{1cc} I_{1n}}$  oppure  $\cos \phi_{cc} = \frac{R_{1cc}}{Z_{1cc}}$

**MACCHINA ASINCRONA : CIRCUITO EQUIVALENTE SEMPLIFICATO**



Semplificando ulteriormente



$$R_{1cc} = R_1 + R'_2$$

$$X_{1cc} = X_1 + X'_2$$

$$R'_m = R'_2 \frac{1-s}{s}$$

### CARATTERISTICA MECCANICA DI UNA MACCHINA ASINCRONA

Bisogna ricordarsi la formula fra coppia, potenza e velocità angolare :

$$C = \frac{P}{\omega}$$

Per il calcolo della coppia, considero sempre  $C_T$  (coppia elettromagnetica trasmessa).

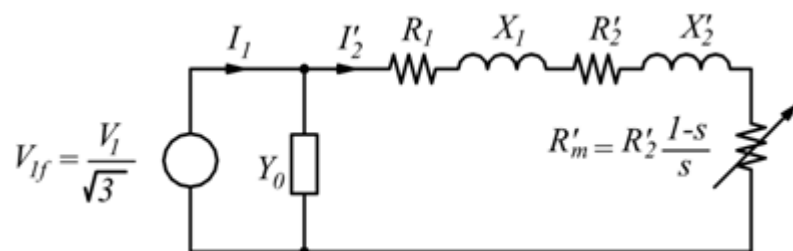
$$C_T = \frac{P_T}{\omega} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{2\pi \cdot n_0}{60} = \frac{2\pi \cdot 60f}{60 \cdot p} = \frac{2\pi}{p} \cdot f \\ P_{j2} = sP_T \Rightarrow P_T = \frac{P_{j2}}{s} \end{cases}$$

avendo indicato con  $p$ , il numero di coppie polari e sapendo che

$$P_{j2} = 3R_2 I_2^2 \quad \text{perdite rotoriche nel rame, quindi avremo :}$$

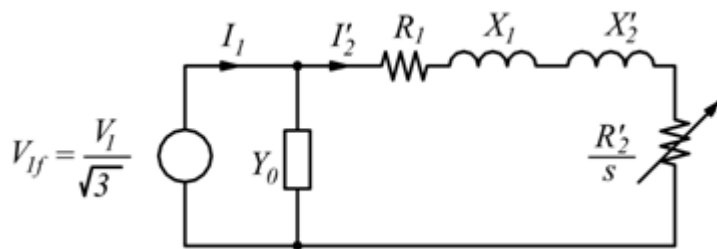
$$C_T = \frac{P_{j2}}{s\omega_0} = \frac{P_{j2}}{s \cdot 2\pi \cdot f / p} = \frac{p \cdot P_{j2}}{s \cdot 2\pi \cdot f}$$

Dal circuito equivalente semplificato avremo :



$$R'_2 + R'_m = R'_2 + R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} = \frac{sR'_2 + R'_2 - sR'_2}{s} = \frac{R'_2}{s}$$

n.b. :



$$P_{j2} = 3R'_2 \cdot (I'_2)^2$$

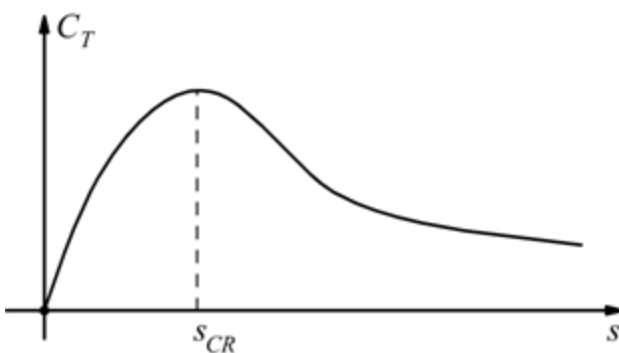
$$I'_2 = \frac{V_1 / \sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

abbiamo detto che  $C_T = \frac{p \cdot P_{j2}}{s \cdot 2\pi \cdot f}$  con  $P_{j2} = 3R'_2 \cdot (I'_2)^2$  quindi :

$$P_{j2} = \cancel{3} \cdot R'_2 \cdot \frac{V_1^2}{\cancel{3} \cdot \left[ \left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

$$C_T = \frac{pR'_2 V_1^2}{2\pi \cdot f \cdot s \cdot \left[ \left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

evidentemente :  $C_T = C_T(s)$  cioè  $C_T$  dipende da  $s$ . Ricordiamo che  $s = 1$  all'avviamento.



Si ha un massimo in  $s_{CR}$  (scorrimento critico)

$$s_{CR} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} \cong \frac{R'_2}{(X_1 + X'_2)}$$

dato che  $R_1 \ll (X_1 + X'_2)$

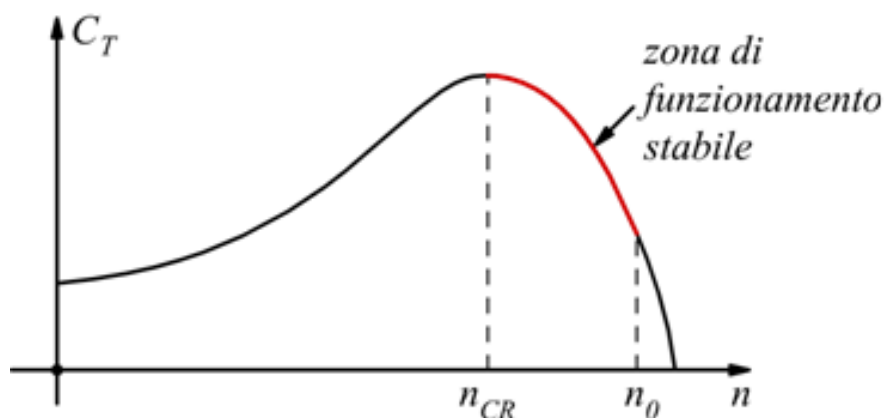
possiamo notare che :

$$s = \frac{n_0 - n_1}{n_0} \Rightarrow n_1 = n_0 - n_0 s \Rightarrow n_1 = n_0(1 - s) \Rightarrow n_{CR} = n_0(1 - s_{CR})$$

in corrispondenza dello scorrimento critico si ha la coppia massima :

$$C_{MAX} = \frac{pV_1^2}{4\pi \cdot f \cdot (X_1 + X'_2)}$$

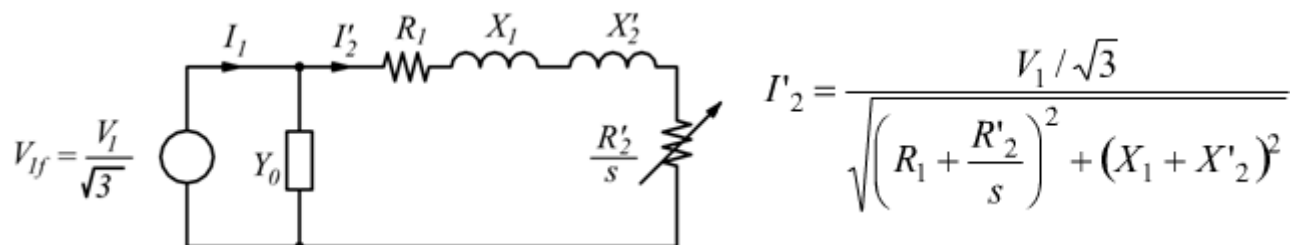
All'aumentare della resistenza rotorica, aumenta lo scorrimento critico mentre diminuisce la velocità critica.



Per  $n > n_{CR}$  si è in condizioni di equilibrio meccanico stabile, dato che ad un rallentamento corrisponde un aumento della coppia motrice.

Per  $n < n_{CR}$  si ha equilibrio meccanico instabile.

### AVVIAMENTO



$$I'_2 = \frac{V_1 / \sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}}$$

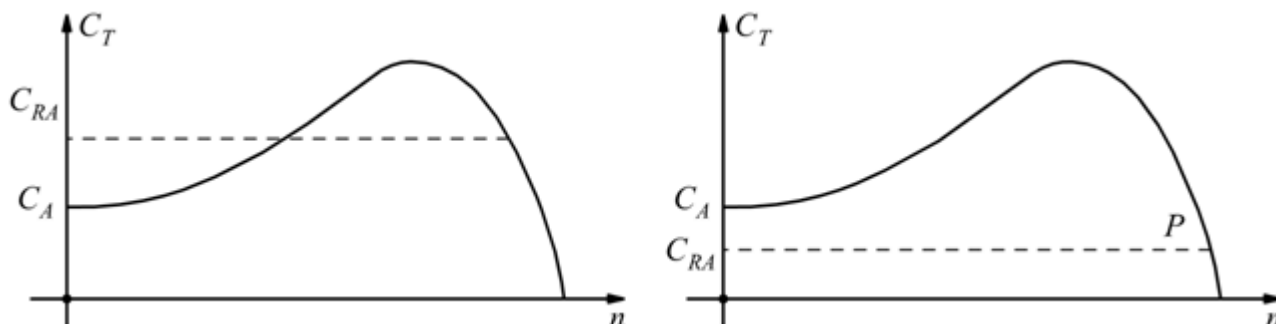
$$s = \frac{n_0 - n_1}{n_0} = 1$$

allo spunto (avviamento)

quindi :

$$I'_2 = \frac{V_1 / \sqrt{3}}{\sqrt{\left(R_1 + K_0^2 R'_2\right)^2 + \left(X_1 + K_0^2 X'_2\right)^2}}$$

All'aumentare della velocità, lo scorrimento si riduce, la resistenza equivalente del rotore  $R_2/s$  aumenta e la corrente assorbita dal motore diminuisce. Affinché un motore possa avviarsi e sviluppare una certa accelerazione angolare iniziale, la coppia di avviamento del motore deve essere maggiore della coppia resistente di avviamento del carico meccanico.



Come si nota nel primo caso :  $C_A < C_{RA}$  (coppia resistente all'avvio) : il motore non si avvia.

Nel secondo :  $C_A > C_{RA}$  il motore si avvia e il funzionamento si stabilizza in  $P$ .