MODULAZIONE DI FREQUENZA

GENERALITÀ

Inventata da Armstrong nel 1935, ma regolamentata solo nel 1961 in Europa all'interno delle radiodiffusioni stereofoniche, costituisce un considerevole miglioramento rispetto alla AM sia per immunità ai disturbi cui è invece molto soggetta la AM, che per numero di canali effettivamente disponibili, che per l'alta fedeltà delle trasmissioni.

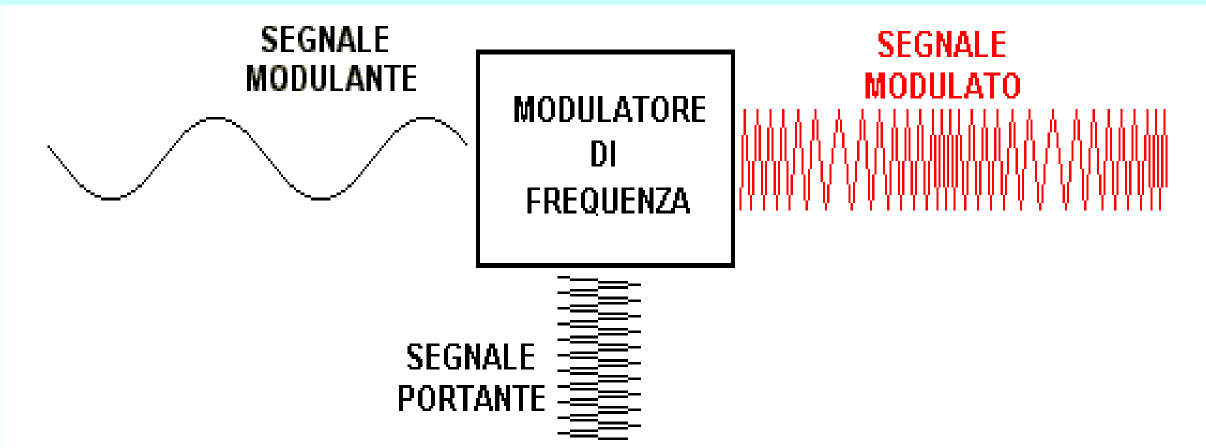
E' usata anche per la parte audio del segnale televisivo, trasmesso via etere, per la televisione satellitare analogica, oltre che per alcune trasmissioni dei radioamatori.

Per le trasmissioni stereofoniche sono riservate in Italia le frequenze da 88 a 108 MHz all'interno della Banda VHF.

Questo è un altro motivo che determina la bontà delle trasmissioni in stereofonia, in quanto la maggior parte dei disturbi, interferenze, rumori, ecc. hanno spettro che si estende fino a circa 50 MHz e non oltre.

Ha lo svantaggio di avere una banda molto maggiore della AM, per cui è stato necessario attribuirle una gamma di frequenze di cento volte più alta per consentire di usare larghezze di banda molto maggiori.
Ha anche lo svantaggio di richiedere circuiti alquanto più complessi della AM sia in trasmissione che in ricezione.

Nella modulazione di frequenza, la frequenza della portante viene fatta variare secondo l'ampiezza della modulante, mentre l'ampiezza della portante rimane invariata, come schematicamente è rappresentato nell'animazione seguente.



La modulazione di frequenza (FM) è applicata nel campo delle trasmissioni stereofoniche nella gamma delle VHF.

APPROFONDIMENTO

Le radiodiffusioni in **stereofonia** attualmente usano la **FM** (Frequency Modulation)

L'insieme delle frequenze che un microfono registra, è costituito dalla banda stereofonica

B = 30 - 15.000 Hz

Questa banda coincide quasi con la banda di sensibilità dell'orecchio umano che è, mediamente:

B = 20 – 20.000 Hz

in modo che questo sistema stereofonico consente praticamente di trasmettere tutto quello che l'orecchio umano può sentire.

Diversamente avveniva per le trasmissioni in **AM ,** attualmente attive ma in disuso, che avendo una banda di **5.000 Hz** sono molto più simili alla banda telefonica che è:

B = 300 - 3.400 Hz

Nella **AM** , infatti, si trasmette la voce umana ma non la musica , o meglio , non fedelmente, visto che i violini, ad esempio, hanno uno spettro che supera i **9.000 Hz** e che quindi è ben trasmesso dalla **FM** ,che arriva a **15.000 Hz** , ma è mal trasmesso dalla **AM** che arriva appena a **5.000 Hz .**

NOZIONI TEORICHE

Nella **FM** sono presenti: una **modulante** di tipo **analogico**, ed una **portante sinusoidale (dell' ordine del centinaio di MHz)**

Un segnale modulante periodico può svilupparsi in serie di **Fourier**, cioè in una somma di infiniti termini sinusoidali , somma che può essere troncata a quella armonica la cui ampiezza ha **valore trascurabile** per gli strumenti e i sensi dell'uomo.

Se la modulante è **non periodica** , si considera la sua **Trasformata di Fourier**, che fornisce uno spettro continuo e limitato in frequenza.

Pertanto, è sempre lecito considerare il segnale modulante come costituito da singole sinusoidi.

Per semplicità esaminiamo una sola di queste armoniche la cui funzione matematica si può esprimere indifferentemente sia in seno che in coseno.

Ad esempio:

PORTANTE: $v_p(t) = V_p \cos(\omega_p t)$	**MODULANTE:** $v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$	Con $\omega_p >> \omega_m$

Nella modulazione di frequenza **FM** , l'ampiezza del segnale modulato è mantenuta costante ed eguale al valore dell'ampiezza della portante a riposo $\mathbf{V_p}$.

La frequenza, invece, varia proporzionalmente all'ampiezza istantanea del segnale modulant ed il massimo scarto di frequenza, rispetto alla frequenza portante a riposo si chiama **Δf** (in Europa è uguale a **75 KHz**)

La rapidità con cui avviene tale variazione è determinata dalla rapidità della variazione nel tempo del segnale modulante stesso, ω_m .

Pertanto, mentre nella portante a riposo:

$$v_p(t) = V_p \cos \omega_p t$$

la pulsazione ω_p ha **valore costante**, nel segnale modulato la nuova pulsazione deve essere proporzionale, secondo una costante $\mathbf{K_F}$ caratteristica del modulatore, all'ampiezza del segnale modulante:

$$v_m(t) = V_m \cos \omega_m t$$

Dunque la pulsazione istantanea ω_{FM} del segnale modulato in **FM** deve avere la forma:

$$\omega_{FM}(t) = \omega_p + K_F V_m \cos \omega_m t = 2\pi \left(f_p + \frac{K_F V_m}{2\pi} \cos \omega_m t \right) = 2\pi (f_p + \Delta f \cos \omega_m t)$$

$$\Delta f = \frac{K_F V_m}{2\pi}$$

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$d\varphi(t) = \omega(t) dt$$

$$\varphi(t) = \int (\omega_p + K_F V_m \cos \omega_m t)\, dt = \omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m} sen \omega_m t$$

$$v_{FM}(t) = V_p \cos\left(\omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m} sen\,\omega_m t\right) = V_p \cos(\omega_p t + m sen\,\omega_m t)$$

$$m = \frac{K_F V_m}{\omega_m} = \frac{K_F V_m}{2\pi f_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

$$v_{FM}(t) = V_p \cos(\omega_p t + m sen\,\omega_m t)$$

In base alla serie di ***Bessel*** *si dimostra che il segnale suddetto, rappresentante la modulazione in frequenza di una* ***portante sinusoidale*** *con una* ***modulante sinusoidale****, è rappresentato da* ***infinite sinusoidi*** *secondo l'espressione matematica:*

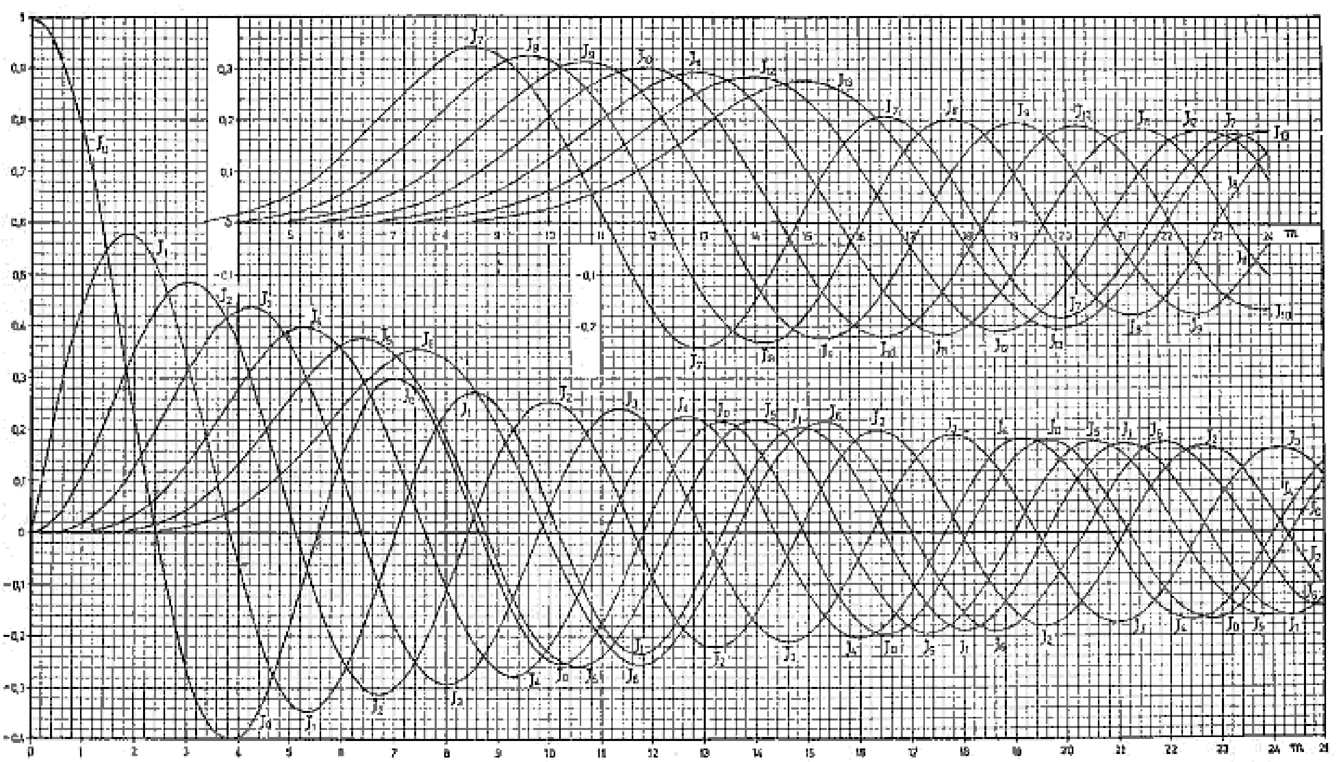
$$v(t) = V_p J_0(m)\, sen\, \omega_p t +$$

$$+V_p J_1(m)\left[sen(\omega_p + \omega_m)\, t - sen(\omega_p - \omega_m)\, t\right] +$$

$$+V_p J_2(m)\left[sen(\omega_p + 2\omega_m) t + sen(\omega_p - 2\omega_m) t\right] +$$

$$+V_p J_3(m)\left[sen(\omega_p + 3\omega_m)\, t - sen(\omega_p - 3\omega_m)\, t\right] +$$

$$+V_p J_4(m)\left[sen(\omega_p + 4\omega_m)\, t + sen(\omega_p - 4\omega_m)\, t\right] + \ldots$$



Sull'asse delle ascisse vi è l'indice di modulazione **m,** e sulle ordinate le funzioni di **Bessel** -

4

J_0,J_1, J_2, ...

Le funzioni di **Bessel** possono assumere valori inferiori a **1** in modulo ed anche il valore **0.**

Si deduce che per alcuni valori dell'indice di modulazione **m,** alcune righe dello spettro del segnale modulato in **FM** possono sparire.

Si chiamano zeri di **Bessel** quei valori dell'indice di modulazione **m** (2,4 ; 5,5 ; 8,7; 11,8 ....) che annullano **J_0**, per cui la trasmissione avviene in assenza di portante , e quindi con rendimento del **50%.**

SPETTRO DEL SEGNALE MODULATO IN FM

Per lo studio dello spettro, cioè dell'insieme di tutte le sinusoidi che rappresentano nel dominio della frequenza il segnale modulato, è più semplice fare un esempio.

Esercizio:

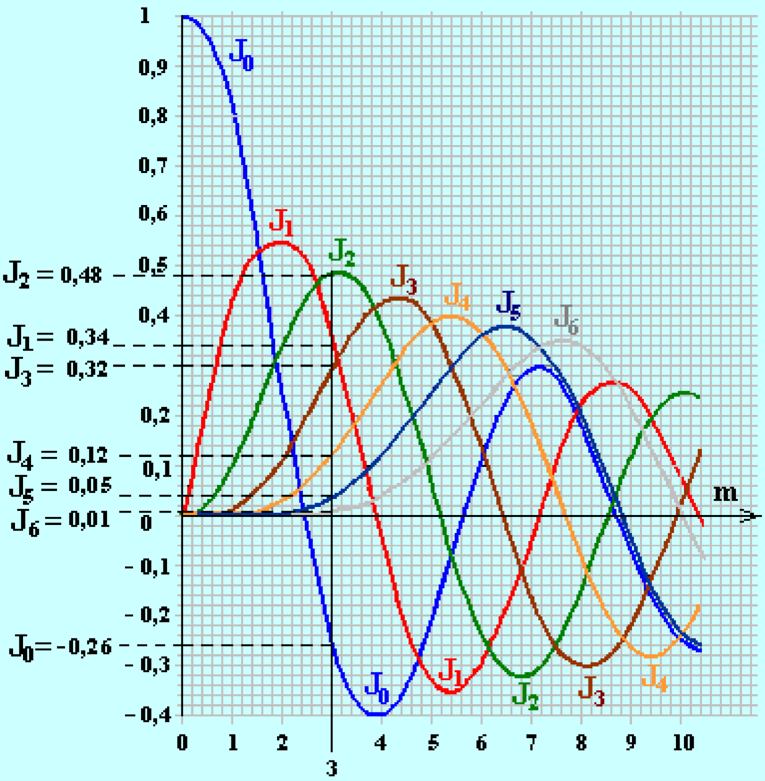
Tracciare lo spettro di un segnale in modulazione di frequenza FM con:

- **f_p=100 MHz**
- **f_m= 15 KHz**
- **Δf = 45 KHz**
- **V_p= 100 V**

Si determina il valore di **m** in base alla formula:

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{45.000}{15.000} = 3$$

Si traccia, sul diagramma delle funzioni di **Bessel** , un segmento parallelo all'asse delle ordinate in corrispondenza del valore **m = 3** dell'indice di modulazione e, dall'intersezione con tutte le curve **J_0, J_1, J_2, ...,** si determinano i valori che queste funzioni **J_0, J_1, J_2, ...,** assumono come è schematicamente indicato nella figura sotto.



Risulta, dal grafico:

$J_0 = 0,26$

$J_1 = 0,34$

$J_2 = 0,48$

$J_3 = 0,32$

$J_4 = 0,12$

$J_5 = 0,05$

$J_6 = 0,01$

E quindi le ampiezze delle righe spettrali, in **Volt** *sono:*

$$J_0V_p = |-0,26| \cdot 100 = 26V$$

$$J_1V_p = 0,34 \cdot 100 = 34V$$

$$J_2V_p = 0,48 \cdot 100 = 48V$$

$$J_3V_p = 0,32 \cdot 100 = 32V$$

$$J_4V_p = 0,12 \cdot 100 = 12V$$

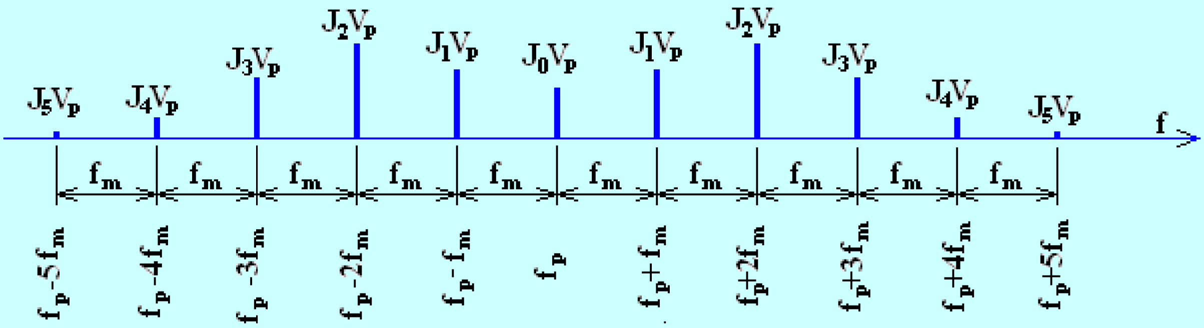
$$J_5V_p = 0,05 \cdot 100 = 5V$$

Si definisce **BANDA** di un segnale l'insieme delle frequenze di valore significativo che lo costituiscono e cioè , nel caso in esame , di ampiezza superiore all'**1%** della portante non modulata.

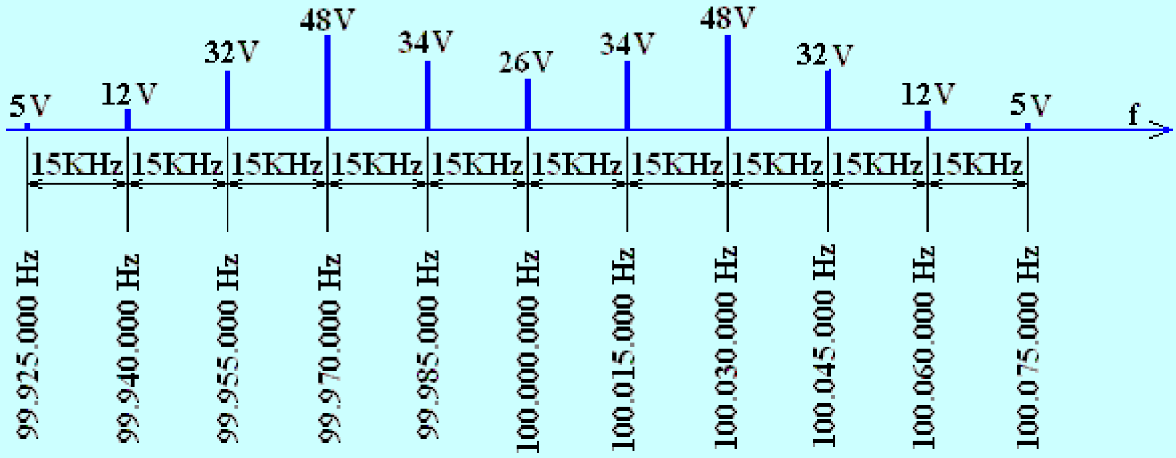
Nel caso in esame, osservando che nelle funzioni di **Bessel** il valore di riferimento della portante non modulata, cioè J_0 con $m = 0$ è uguale a **1** , si stabilisce di considerare come facenti parte integrante della **Banda** del segnale modulato in **FM** soltanto quelle funzioni di **Bessel** il cui valore in corrispondenza al valore di **m** prescelto, sia superiore, in modulo, a **0,01**.

Ecco perché nel nostro esempio abbiamo escluso J_6, sesta funzione di **Bessel** e le successive.

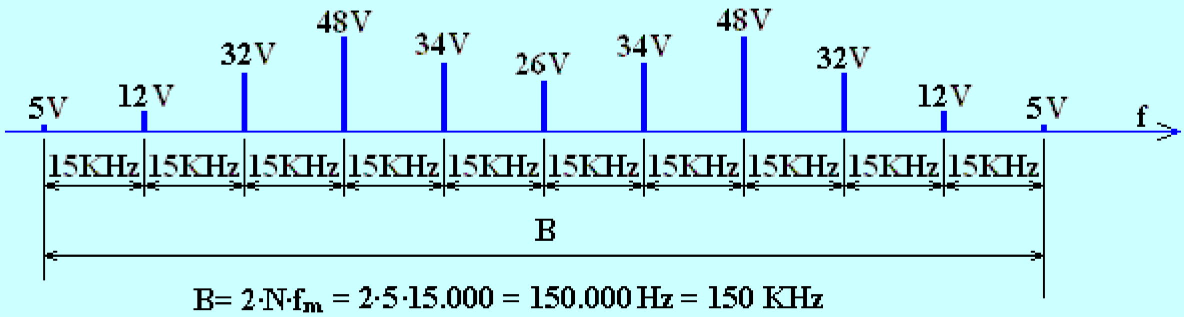
Ottenuti i valori delle funzioni di **Bessel**, si traccia la **banda** del segnale modulato in **FM**:



Lo stesso, con i valori numerici risulta:



Nel nostro esempio la larghezza di banda è la seguente:



La formula per determinare la larghezza di banda in **FM** è dunque:

$$B = 2 \cdot N \cdot f_m$$

Per determinare però la larghezza di banda occorre conoscere i diagrammi delle funzioni di Bessel, come abbiamo fatto noi, oppure il numero delle righe spettrali, cosa che è possibile solo disponendo di un buon **analizzatore di spettro**.

Si può calcolare la larghezza di banda, sia pure in modo approssimativo, senza disporre né dell'analizzatore di spettro, né delle funzioni di **Bessel**, usando una formula empirica, dovuta a **Carson:**

$$B = 2(\Delta f + f_{m\,max})$$

dove **Δf** è il massimo scarto in frequenza rispetto alla portante a riposo, e $\mathbf{f_{mmax}}$ è la massima frequenza modulante.Questa formula è tanto più esatta, quanto più **m** è grande, mentre per **m** piccolo non è molto precisa.

Nel caso dell'esempio precedente avrebbe dato:

$$B = 2(45.000 + 15.000) = 120.000\,Hz$$