

# ANALISI IN FREQUENZA DI FILTRI PASSIVI DEL I° ORDINE

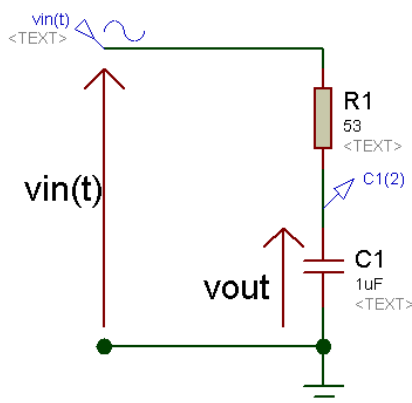
Sono stati analizzati singolarmente i comportamenti, al variare della frequenza, dei filtri passivi del I° ordine realizzati rispettivamente con reti RC (passa-basso) e CR (passa-alto), considerate come quadripoli. Il lavoro è stato condotto utilizzando il software di simulazione ISIS 6 Professional.

Il procedimento generale seguito per gli studi dei due filtri è così riassumibile:

- determinazione dell'espressione cartesiana, del modulo e della fase della funzione di trasferimento (FdT)  $\bar{G}(j\omega)$  del filtro, tramite il "metodo delle impedenze";
- impostazione della pulsazione di taglio (dalla quale la frequenza di taglio) del filtro;
- fissando un valore arbitrario di capacità del condensatore, determinazione del valore di resistenza del resistore;
- simulazione del comportamento dei filtri e tracciamento dei diagrammi di modulo e fase di ciascuno di essi. Per il diagramma del modulo, sono state utilizzate sia la scala lineare sia la scala logaritmica, suddividendo i valori di frequenza in decadi.

## Analisi filtro passivo RC

Lo schema circuitale del filtro è il seguente:



$$G(j\omega) = 1/(1+j\omega RC)$$

$$|G(j\omega)| = 1/\sqrt{1+(\omega RC)^2}$$

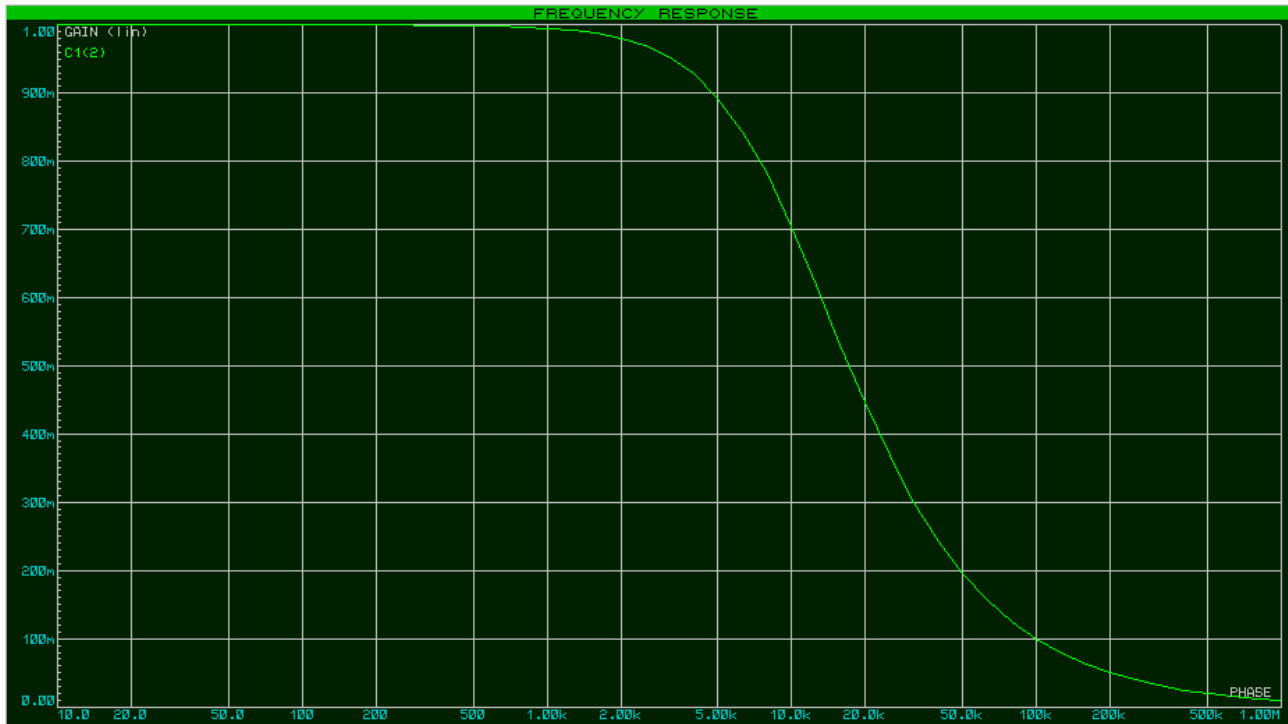
$$\angle G(j\omega) = -\arctg(\omega RC)$$

$$\omega_c = 1/RC \rightarrow f_c = 1/2\pi RC = 3[\text{kHz}]$$

Nella figura, appaiono l'espressione cartesiana, del modulo e della fase della FdT del filtro (sono stati omessi i passaggi intermedi per ricavarla).

I diagrammi di modulo e fase sono i seguenti:

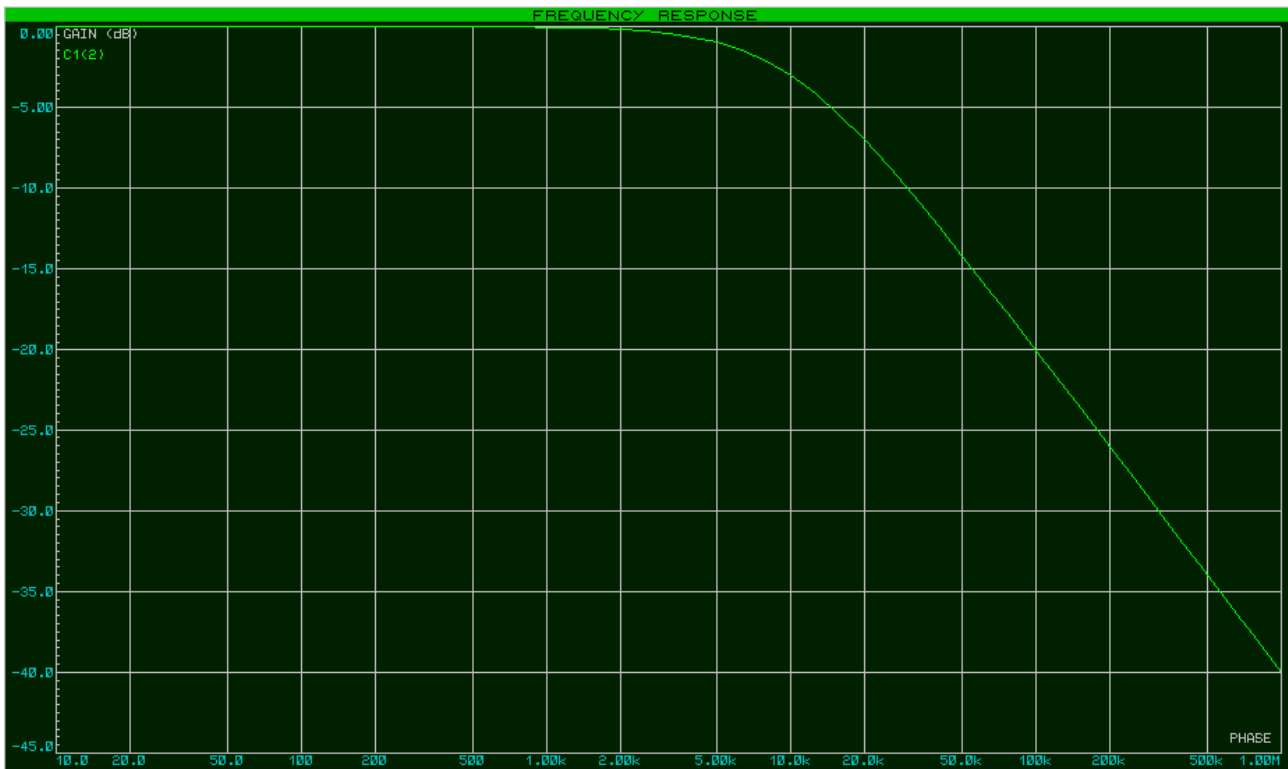
### Diagramma del modulo in scala lineare



Analizzando il grafico si osserva che:

- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 3$  [kHz]), le componenti del segnale d'ingresso vengono poco attenuate;
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 3$  [kHz]) è situato l'inizio del "declivio" significativo del guadagno ( $\rightarrow$  aumento dell'attenuazione);
- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 3$  [kHz]), le componenti del segnale d'ingresso vengono attenuate di molto, fino alla quasi totalità (la curva del guadagno assume andamento asintotico sul semiasse positivo delle frequenze).

## Diagramma del modulo in scala semilogaritmica



In questo grafico, il guadagno è espresso in [dB], ossia in unità logaritmiche. Il guadagno in [dB], noto il guadagno in scala lineare, è ricavabile mediante la formula

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \text{Log}(|G(j\omega)|)$$

Se invece si dispone già del valore del guadagno espresso in [dB], per ricavare il guadagno “lineare” si adopera la formula

$$|G(j\omega)| = 10^{\frac{|G(j\omega)|_{dB}}{20}}$$

Analizzando il grafico si osserva che:

- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 3$  [kHz]), le componenti del segnale d’ingresso vengono poco attenuate ( $0[\text{dB}] \leftrightarrow 1$ );
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 3$  [kHz]) è situato l’inizio del “declivio” del guadagno (attenuazione di  $-3[\text{dB}]$  sul guadagno in banda passante);
- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 3$  [kHz]), le componenti del segnale d’ingresso vengono attenuate di molto, fino alla quasi totalità (l’attenuazione assume

valori sempre più grandi in valore assoluto → ciò corrisponde, in scala lineare, a un guadagno tendente a zero).

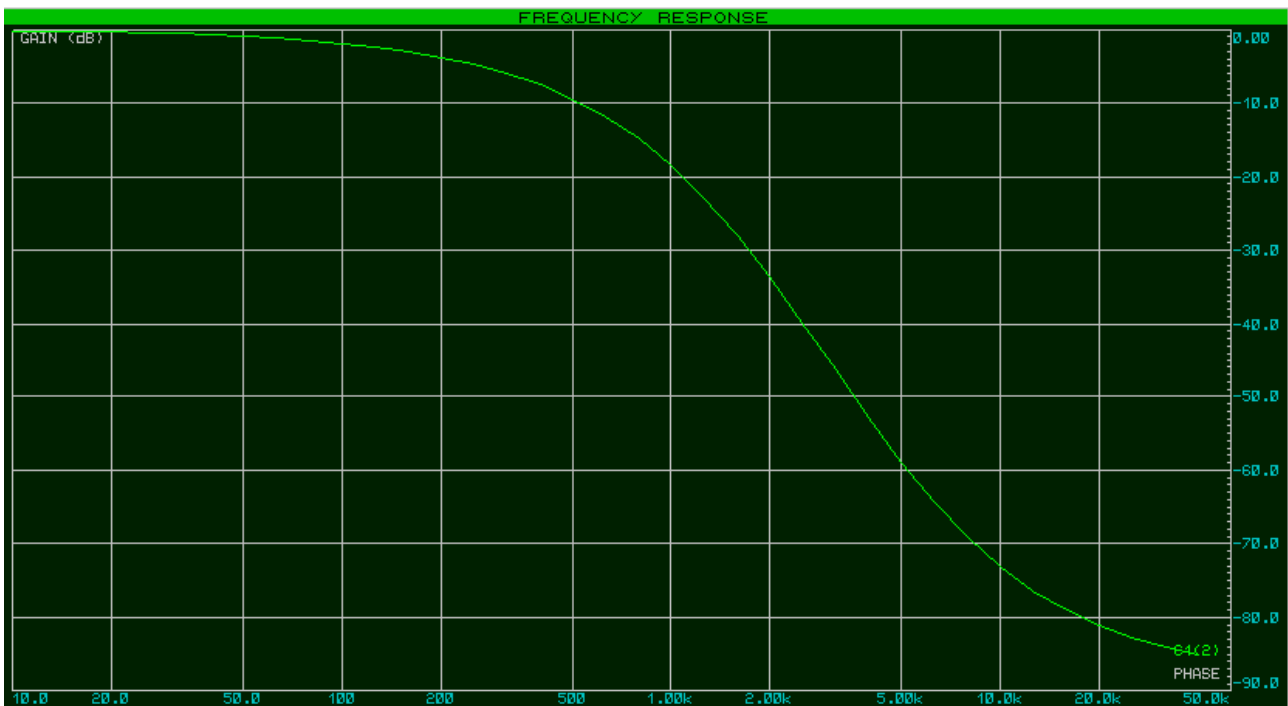
Osservando l'andamento del guadagno decade per decade, partendo dalla frequenza di taglio  $f_t$  e proseguendo per valori sempre maggiori,

$$|G(j\omega)|_{dB} = -20[dB] \text{ (prima decade dopo } f_t)$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = -40[dB] \text{ (seconda decade dopo } f_t)$$

si nota che (osservando anche il grafico) l'attenuazione aumenta in modo lineare di 20 [dB]/decade (oppure di 6[dB]/ottava). Ciò basta per affermare che il filtro in questione è un filtro passa-basso del 1° ordine.

### Diagramma della fase



Esaminando il grafico, si osserva che:

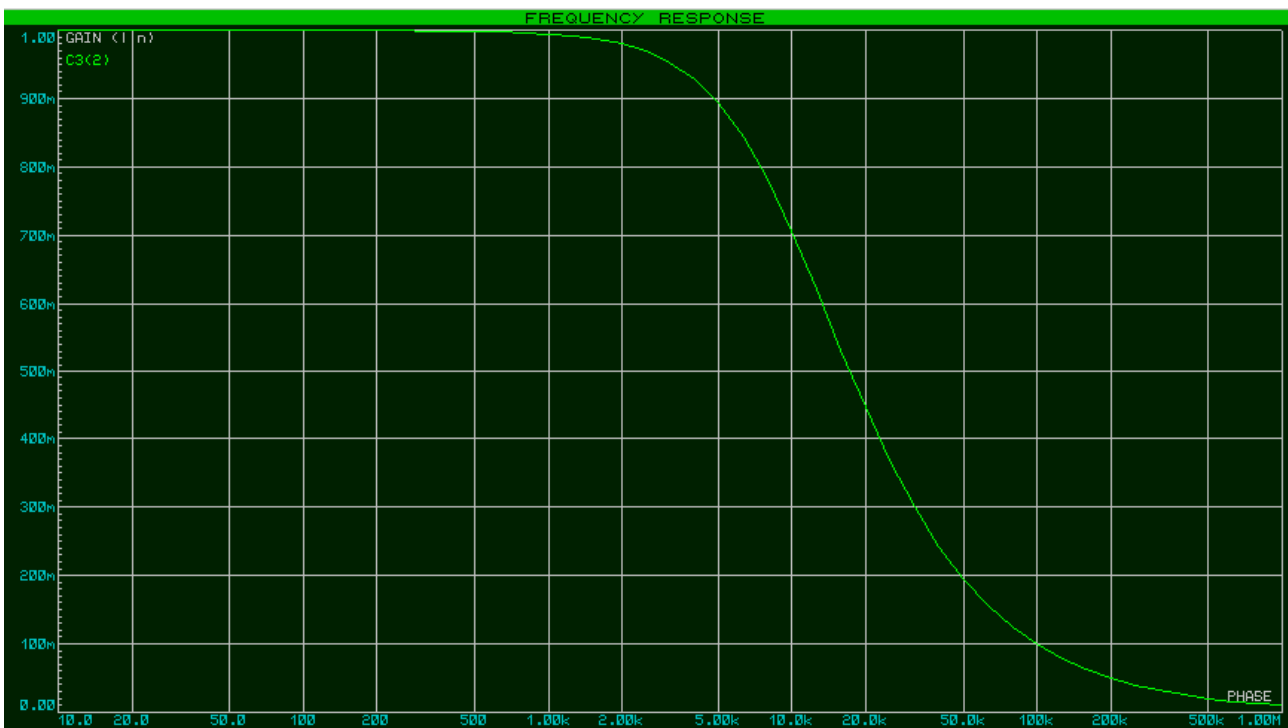
- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 3$  [kHz]), la fase tende ad assumere valori nulli;
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 3$  [kHz]) è situato l'inizio del "declivio" della fase (alla frequenza di taglio si registra una fase di  $-45^\circ$ );

- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 3$  [kHz]), la fase assume un andamento asintotico sui  $-90^\circ$ .

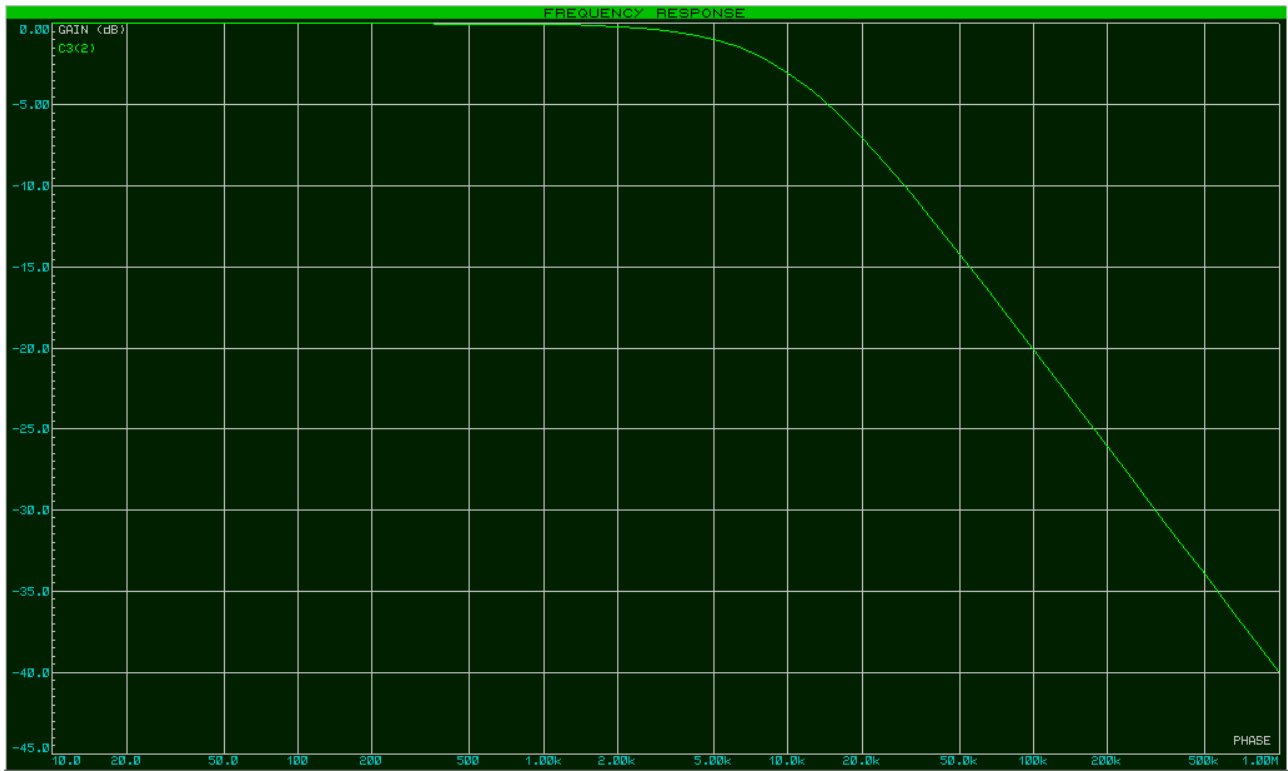
Per variare la frequenza di taglio (ad esempio a 10 [kHz]), potrei solamente cambiare il valore di resistenza del resistore ma, facendo i conti, verrebbe un valore di resistenza molto basso (circa 16R). Scelgo dunque di cambiare anche il valore di capacità del condensatore, ponendola arbitrariamente a 10 [nF]. In base alle formule note, partendo dalla frequenza di taglio, ottengo un valore di resistenza pari a 1.6 [k $\Omega$ ].

Coi nuovi valori di capacità e resistenza, i diagrammi si presentano così (le considerazioni fattibili sono analoghe a quelle avanzate per il caso precedente; cambia solamente il valore della frequenza di taglio e tutto ciò che ne deriva):

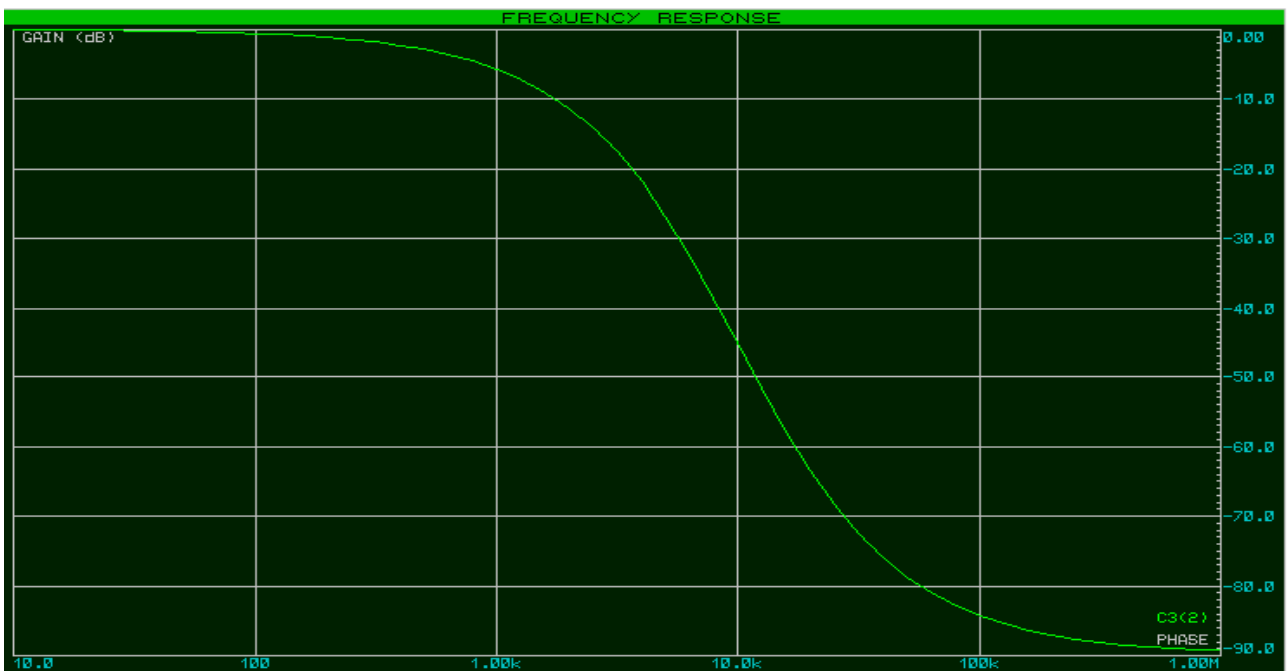
### Diagramma in scala lineare



## Diagramma in scala semilogaritmica



## Diagramma della fase

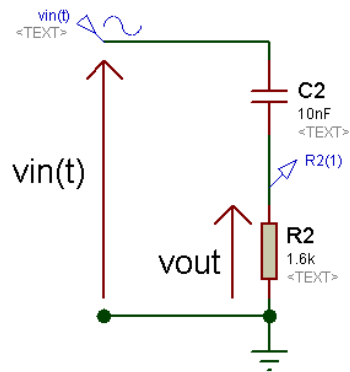


Riassumendo le considerazioni avanzate considerando il comportamento del filtro in funzione della frequenza (in entrambi i casi, andando a variare anche il valore della frequenza di taglio e in particolare riguardo al modulo della FdT), si può affermare che il filtro in esame è un **passa-basso**,

poiché attenua maggiormente le componenti del segnale d'ingresso aventi valori di frequenza maggiori della frequenza di taglio.

### Analisi del filtro passivo CR

Lo schema circuitale è il seguente:



$$G(j\omega) = j\omega CR / (1 + j\omega CR)$$

$$|G(j\omega)| = \omega CR / \sqrt{1 + (\omega CR)^2}$$

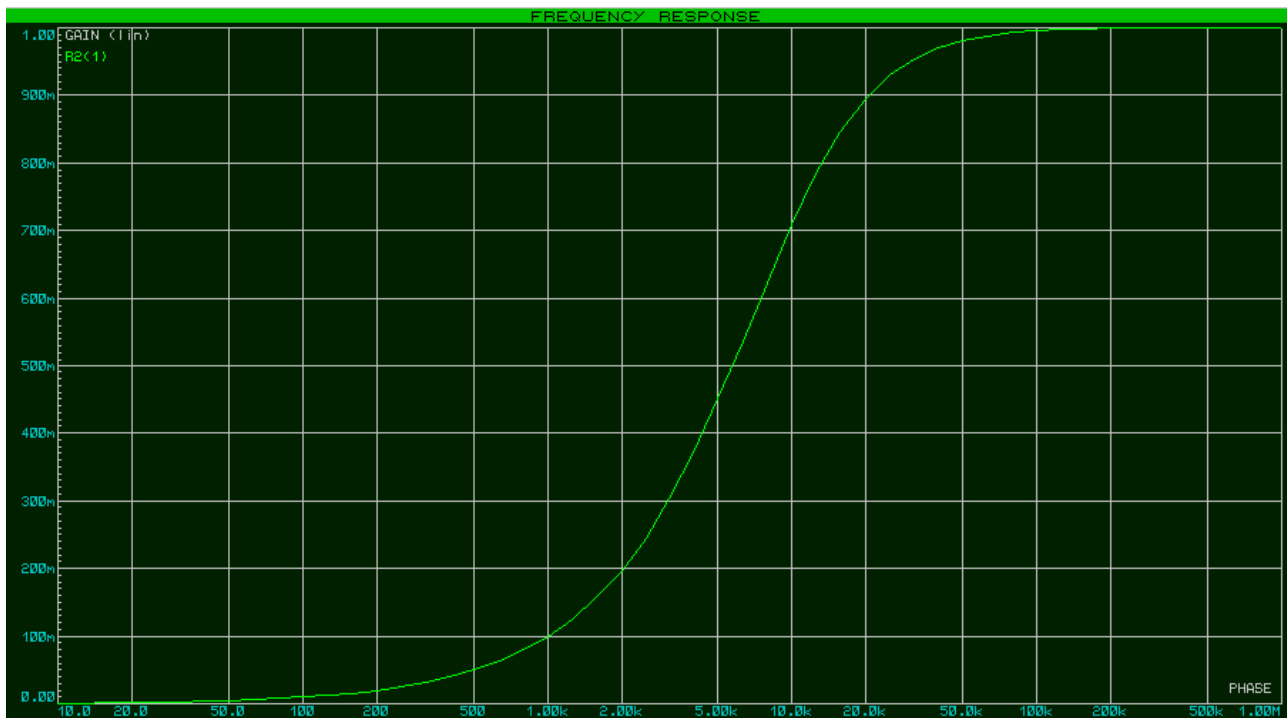
$$\angle G(j\omega) = (\pi/2) - \arctg(\omega RC)$$

$$\omega t = 1/RC \rightarrow f_t = 1/2\pi RC = 10[\text{kHz}]$$

Nella figura, appaiono l'espressione cartesiana, del modulo e della fase della FdT del filtro (sono stati omessi i passaggi intermedi per ricavarla).

I diagrammi sono i seguenti:

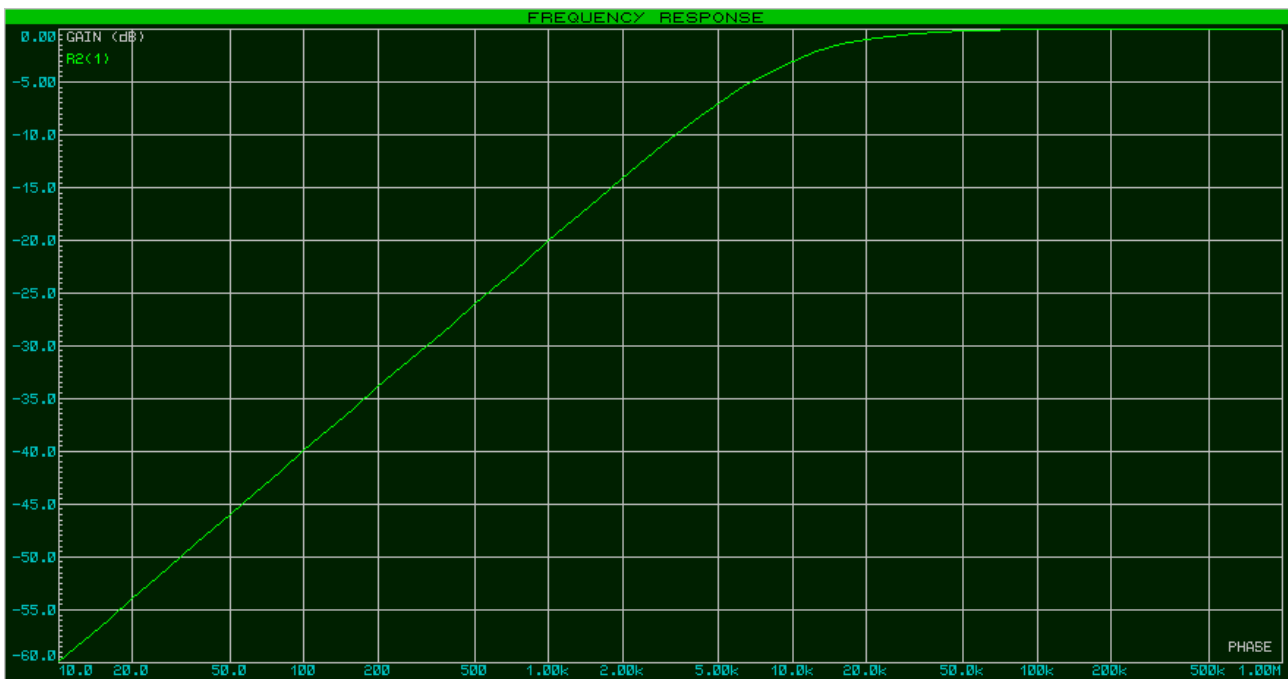
#### Diagramma del modulo in scala lineare



Dall'osservazione di questo diagramma, si evince che:

- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 10$  [kHz]), le componenti del segnale d'ingresso sono molto attenuate, a tal punto che il guadagno in banda passante tende a zero;
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 10$  [kHz]), il guadagno inizia a crescere significativamente ( $\rightarrow$  diminuzione dell'attenuazione);
- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 10$  [kHz]), il guadagno assume un valore che tende al valore massimo: ciò vale a dire che le componenti del segnale d'ingresso assumenti tali valori di frequenza sono poco attenuate.

### Diagramma del modulo in scala semilogaritmica



In questo grafico, il guadagno è espresso in [dB], ossia in unità logaritmiche. Il guadagno in [dB], noto il guadagno in scala lineare, è ricavabile mediante la formula

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \text{Log}(|G(j\omega)|)$$

Se invece si dispone già del valore del guadagno espresso in [dB], per ricavare il guadagno "lineare" si adopera la formula

$$|G(j\omega)| = 10^{\frac{|G(j\omega)|_{dB}}{20}}$$



Si può osservare che:

- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 10$  [kHz]), le componenti del segnale d'ingresso sono molto attenuate, a tal punto che l'attenuazione tende ad assumere valori molto grandi in valore assoluto (ciò corrisponde, in scala lineare, a un guadagno tendente a zero);
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 10$  [kHz]), il guadagno inizia a crescere significativamente (attenuazione di +3[dB] sul guadagno in banda passante);
- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 10$  [kHz]), l'attenuazione assume valore tende a zero ( $0[\text{dB}] \rightarrow 1$ ).

Osservando l'andamento del guadagno decade per decade, partendo dalla frequenza di taglio  $f_t$  e proseguendo per valori sempre maggiori,

$$|G(j\omega)|_{dB} = +20[\text{dB}] \text{ (prima decade dopo } f_t)$$

$$|G(j\omega)|_{dB} = +40[\text{dB}] \text{ (seconda decade dopo } f_t)$$

si nota che (osservando anche il grafico) l'attenuazione diminuisce in modo lineare di 20 [dB]/decade (oppure di 6[dB]/ottava). Ciò basta per affermare che il filtro in questione è un filtro passa-alto del 1° ordine.

### Diagramma della fase

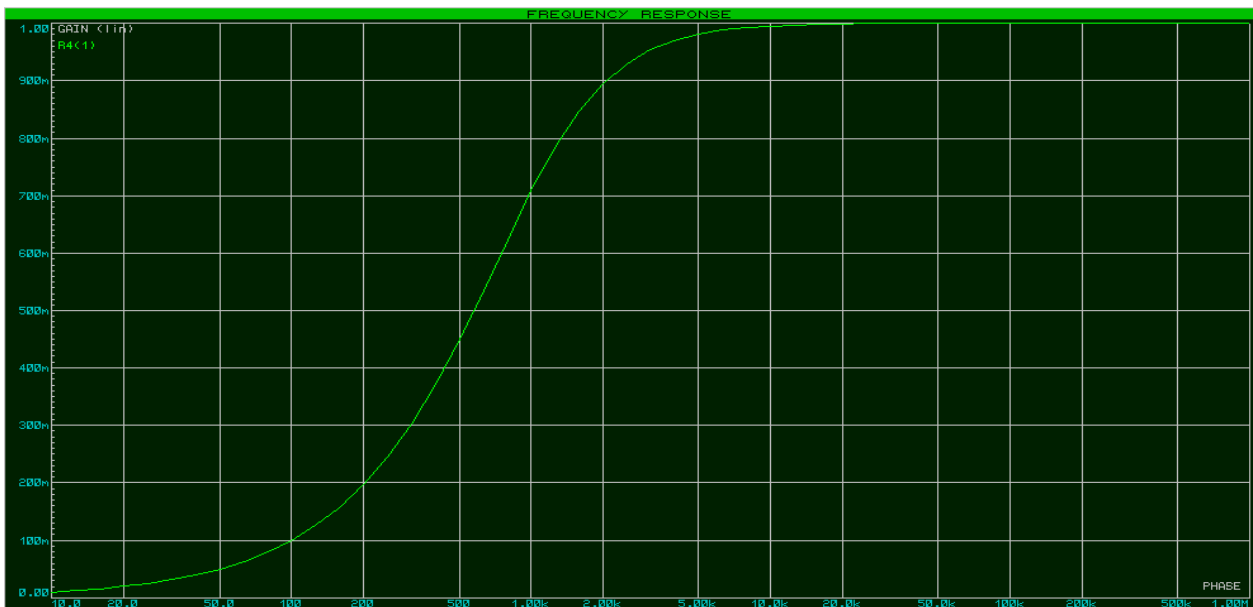


Esaminando questo grafico, si osserva che:

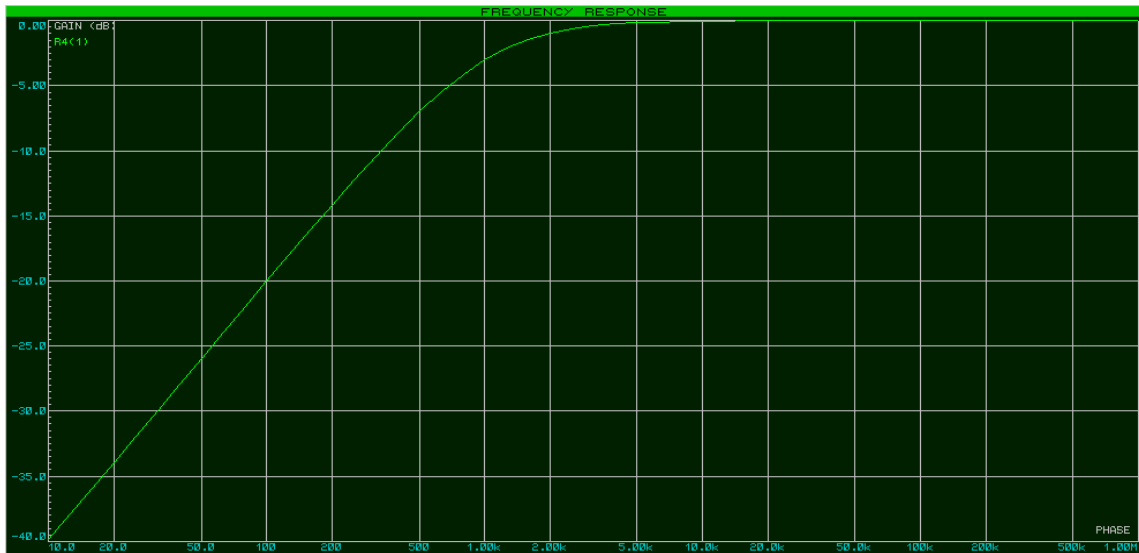
- per valori di frequenza inferiori alla frequenza di taglio ( $f < 3$  [kHz]), la fase tende a assumere il valore  $+90^\circ$ . Per, osservando bene il grafico, la fase presenta un massimo in poco meno di  $+90^\circ$  il che, da un punto di vista teorico, non è possibile. Si ipotizza che tale “errore” sia causato dal livello di precisione del software;
- in prossimità della frequenza di taglio ( $f \rightarrow 3$  [kHz]) è situato l’inizio del “declivio” della fase (alla frequenza di taglio si registra un valore di fase pari  $+45^\circ$ );
- per valori di frequenza superiori alla frequenza di taglio ( $f > 3$  [kHz]), la fase assume un andamento asintotico sul semiasse positivo delle frequenze.
- Per variare la frequenza di taglio (ad esempio a 1 [kHz]), cambio il valore di resistenza del resistore. Essendo la nuova frequenza di taglio un decimo della precedente, sceglierò un valore di resistenza dieci volte più grande ( $R = 16$  [k $\Omega$ ]).

Col nuovo valore di resistenza, i diagrammi si presentano così (le considerazioni fattibili sono analoghe a quelle avanzate per il caso precedente; cambia solamente il valore della frequenza di taglio e tutto ciò che ne deriva):

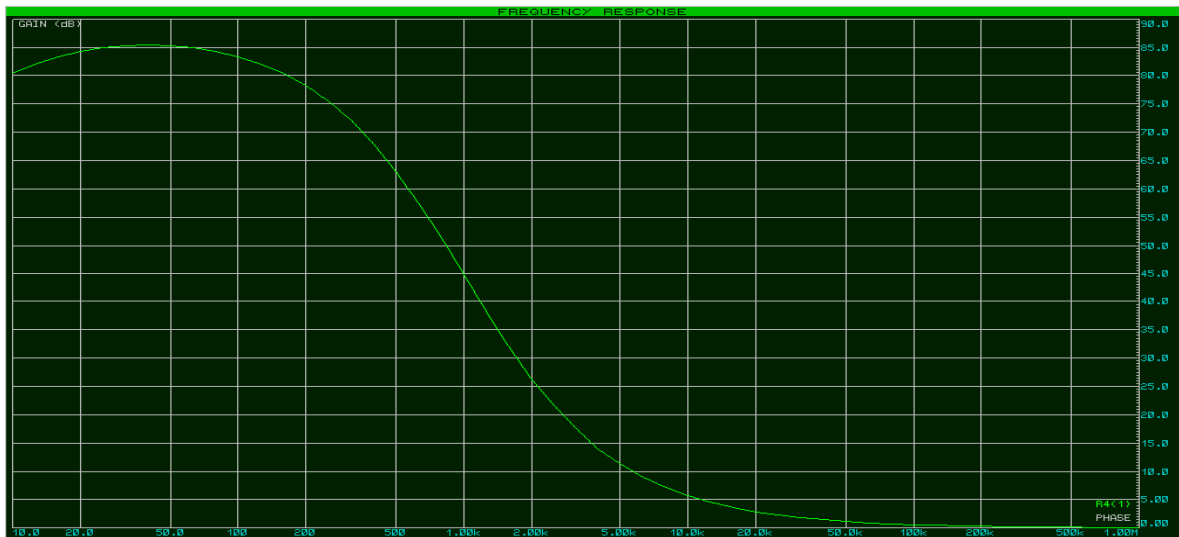
#### Diagramma in scala lineare



## Diagramma in scala semilogaritmica



## Diagramma della fase



Riassumendo le considerazioni avanzate considerando il comportamento del filtro in funzione della frequenza (in entrambi i casi, andando a variare anche il valore della frequenza di taglio e in particolare riguardo al modulo della  $F_dT$ ), si può affermare che il filtro in esame è un **passa-alto**, poiché attenua maggiormente le componenti del segnale d'ingresso aventi valori di frequenza minori della frequenza di taglio.