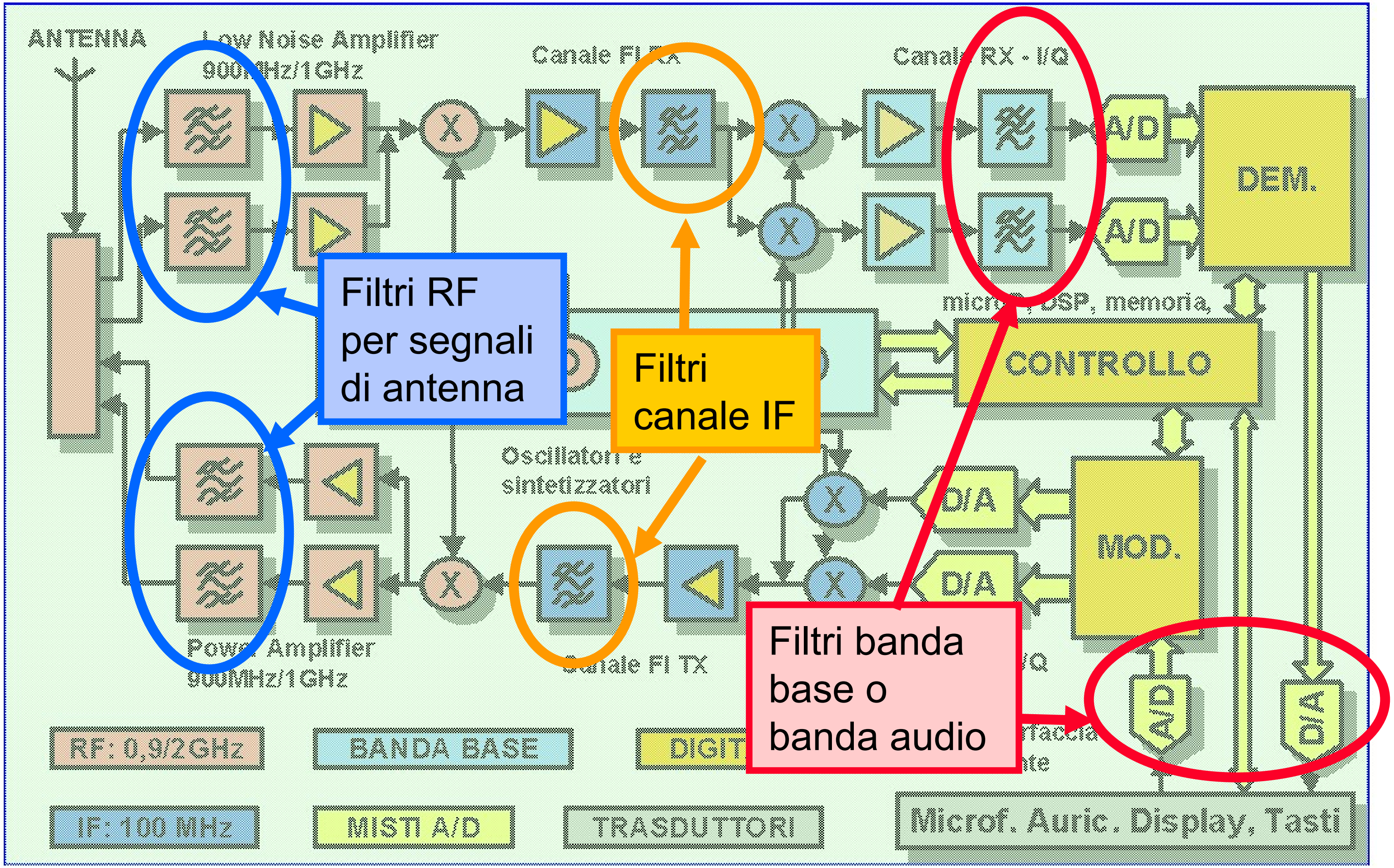
Filtri



Università degli Studi del Sannio

Filtri attivi e passivi

Un filtro è un circuito selettivo in frequenza che lascia passare i segnali (in genere tensioni variabili nel tempo) in una certa banda e blocca, oppure attenua, I segnali al di fuori di tale banda.

FILTRI PASSIVI: utilizzano esclusivamente componenti passivi (resistenze, condensatori e induttanze)

FILTRI ATTIVI: oltre ai componenti passivi sfruttano le proprietà degli amplificatori operazionali.

Nei sistemi elettronici vengono utilizzati sia filtri attivi che passivi.

Filtri attivi_Vantaggi

- Possibilità di ottenere un ***guadagno***
- ***Assenza di effetto caricante***
- ***Costo e dimensioni***
- ***Effetti delle capacità parassite ridotte*** (a causa delle dimensioni ridotte)
- ***Integrazione***
- Possibilità di realizzare un ***maggior numero di funzioni di filtraggio*** rispetto a quelli passivi

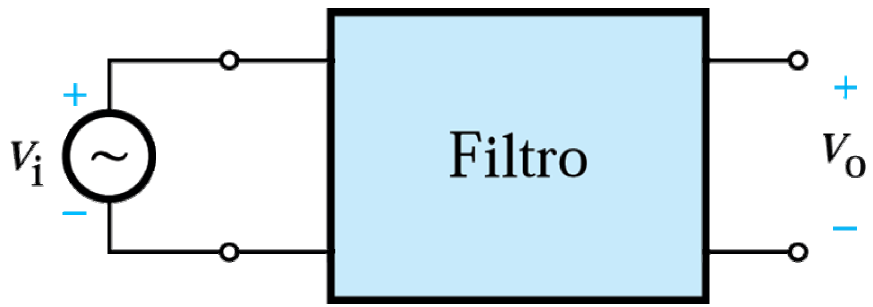
Filtri attivi_Svantaggi

- ***Banda ridotta***
- ***Deriva*** (sensibilità alle variazioni delle caratteristiche dei componenti attivi, dovute alla dispersione delle caratteristiche ed alle modifiche delle condizioni ambientali)
- ***Alimentazione*** (richiedono una sorgente di alimentazione)
- ***Distorsioni*** (possono trattare segnali con una dinamica fissata, superando tale limite introducono distorsioni)
- ***rumore*** (utilizzano resistori ed elementi attivi che introducono rumore)

In genere i vantaggi nell'utilizzo dei filtri attivi superano gli svantaggi in applicazioni relative alla trasmissione di voci e dati. Per questo sono utilizzati in quasi tutti i sistemi elettronici sofisticati di comunicazione ed elaborazione dei segnali

Cos è un filtro?

Da un punto di vista circuitale un filtro è un doppio bipolo:



Data una tensione di ingresso (sinusoidale) v_i, l'ampiezza e la fase della tensione di uscita v_o dipendono dalla frequenza ω. Trasformando le due tensioni nel dominio di Laplace s, il loro rapporto prende il nome di *funzione di trasferimento:*

$$H(s) \equiv Vo(s)/Vi(s).$$

Funzione di trasferimento di un filtro

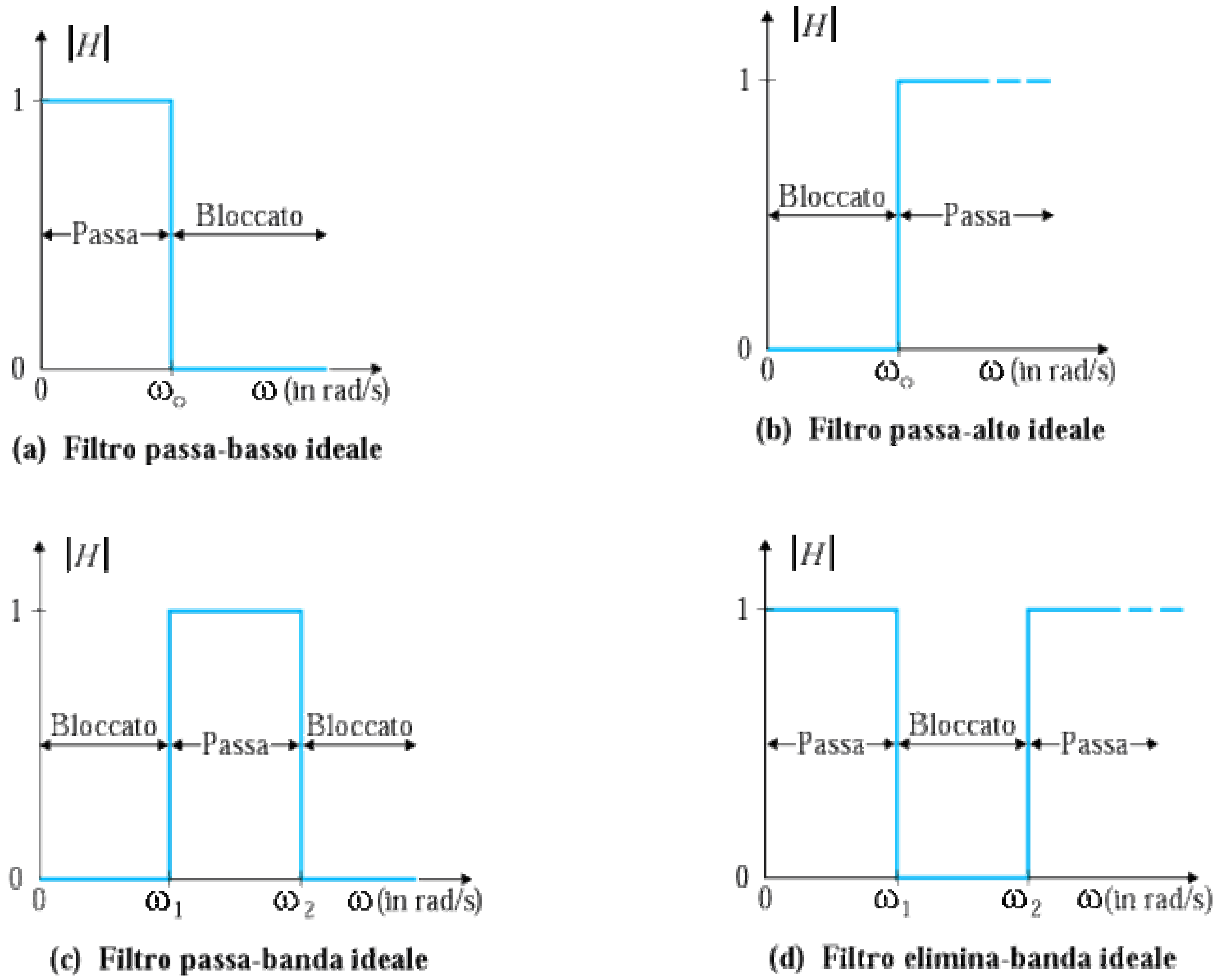
La funzione di trasferimento H(s) può sempre essere posta nella forma generale:

$$H(s) = \frac{a_m s^m + \cdots + a_2 s^2 + a_1 s + a_o}{s^n + \cdots + b_2 s^2 + b_1 s + b_o} \quad \text{per } n \geq m$$

in cui i coefficienti possono essere determinati in modo da ottenere le specifiche richieste per il filtro. Sostituendo s=jω si ottiene H(jω) che sarà caratterizzata da un modulo e da una fase. A secondo dell'andamento del modulo e della fase i filtri possono essere caratterizzati in:

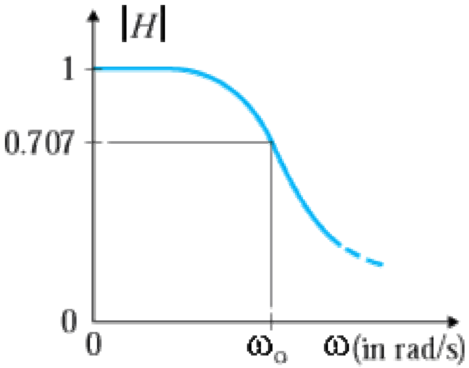
- ***PASSA-BASSO***
- ***PASSA-ALTO***
- ***PASSA-BANDA***
- ***ELIMINA BANDA***
- ***PASSA-TUTTO***

Tipi di Filtri (caratteristiche ideali)

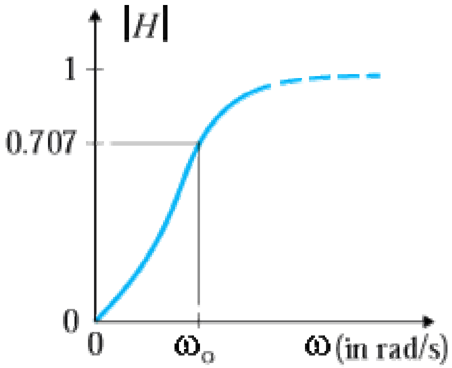


Tipi di filtri (caratteristiche reali)

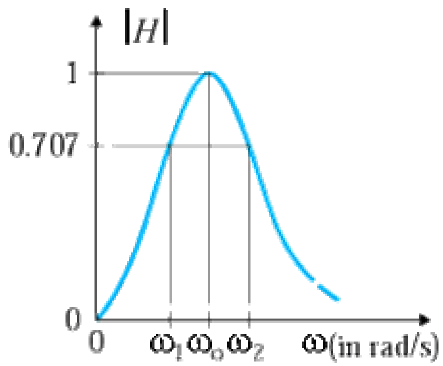
In realtà non è possibile realizzare filtri con le caratteristiche ideali appena mostrate: piuttosto che transizioni brusche dalla banda passante a quella bloccata (o attenuata) e viceversa, I filtri reali presentano delle transizioni graduali. Caratteristiche realistiche dei filtri sono:



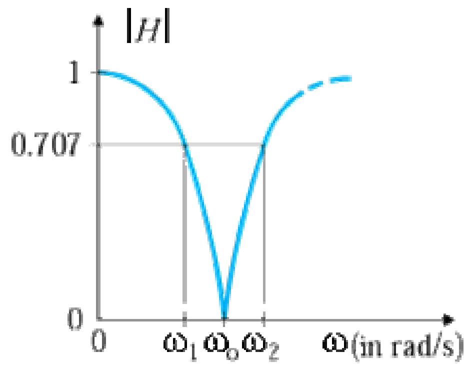
(a) Filtro passa-basso



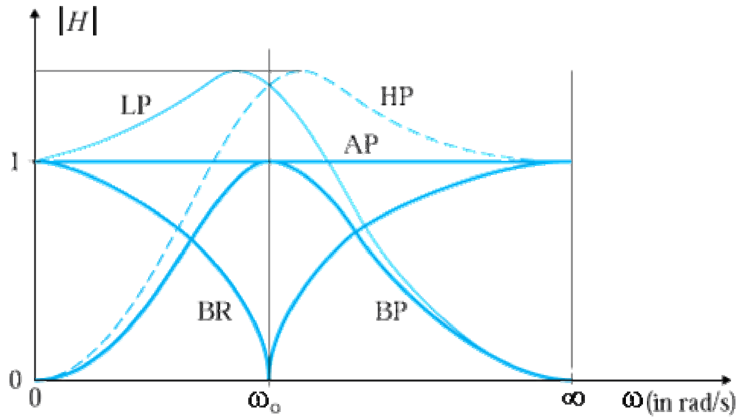
(b) Filtro passa-alto



(c) Filtro passa-banda



(d) Filtro elimina-banda



(e) Confronto tra risposte in frequenza

Funzioni di trasferimento

Le funzioni di trasferimento utilizzate come “base” per la realizzazione di una grande varietà di filtri attivi sono:

PRIMO GRADO

$$H(s) = \frac{K\omega_0}{s + \omega_0}$$

SECONDO GRADO

$$H(s) = K \cdot \frac{k_2 s^2 + k_1 \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \cdot s + k_0 \omega_0^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \cdot s + \omega_o^2}$$

Sulla base dei valori di tali coefficienti, possono essere realizzate tipologie di filtro differenti:

Risposte in frequenza di tipo biquadratico

Le funzioni di trasferimento utilizzate come "base" per la realizzazione di una grande varietà di filtri attivi sono:

Filtro	k_2	k_1	k_0	Funzione di trasferimento
Passa-basso	0	0	1	$H_{LP} = \dfrac{K\omega_o^2}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$
Passa-alto	1	0	0	$H_{HP} = \dfrac{Ks^2}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$
Passa-banda	0	1	0	$H_{BP} = \dfrac{K(\omega_o/Q)s}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$
Elimina-banda	1	0	1	$H_{BR} = \dfrac{K(s^2 + \omega_o^2)}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$
Passa-tutto	1	−1	1	$H_{AP} = K\dfrac{s^2 - (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$

Il denominatore di tutte le funzioni quadratiche dei filtri è lo stesso mentre il numeratore dipende dal tipo di filtro

Università degli Studi del Sannio

La funzione biquadratica

$$H(s) = K \cdot \frac{k_2 s^2 + k_1 \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \cdot s + k_0 \omega_0^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \cdot s + \omega_o^2}$$

ω_0 è la frequenza naturale di risonanza, Q è il fattore di qualità e K è il guadagno.

Sostituendo s = jω si ottiene la risposta nel dominio della frequenza H(jω):

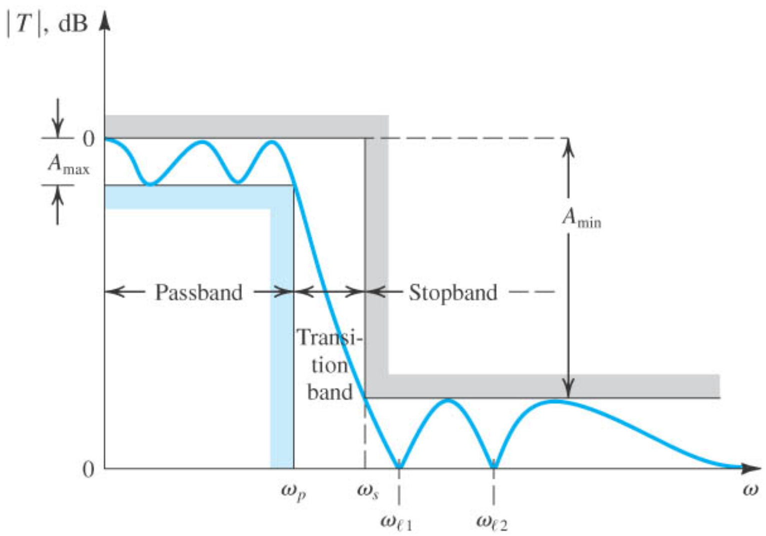
$$H(j\omega) = \frac{-k_2\omega^2 + jk_1(\omega_o/Q)\omega + k_0\omega_o^2}{-\omega^2 + j(\omega_o/Q)\omega + \omega_o^2} = \frac{(k_0\omega_o^2 - k_2\omega^2) + jk_1(\omega_o/Q)\omega}{(\omega_o^2 - \omega^2) + j(\omega_o/Q)\omega}$$

Dove ω=2πf, in rad/s e f= frequenza.

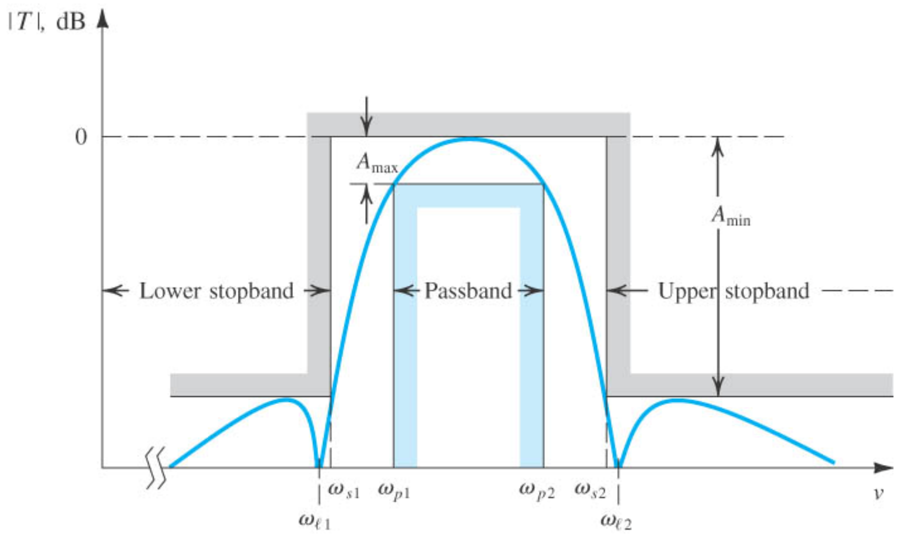
Si può dimostrare che Q è legato alla banda BW e a ω_0.

Università degli Studi del Sannio

Maschera delle specifiche



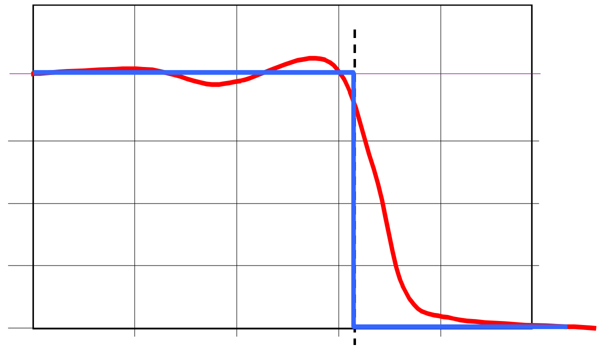
Filtro passa-basso



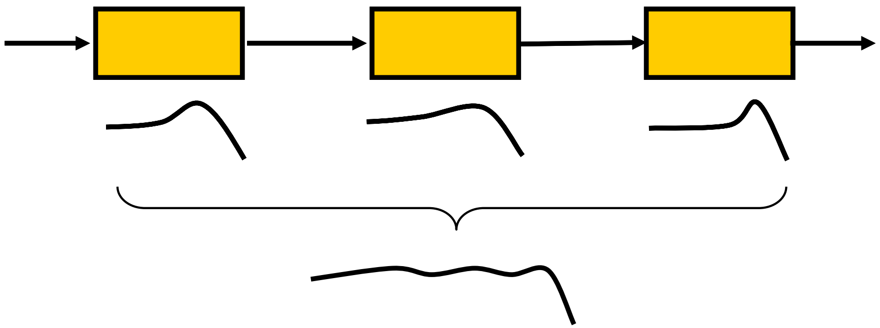
Filtro passa-banda

Filtri di ordine N

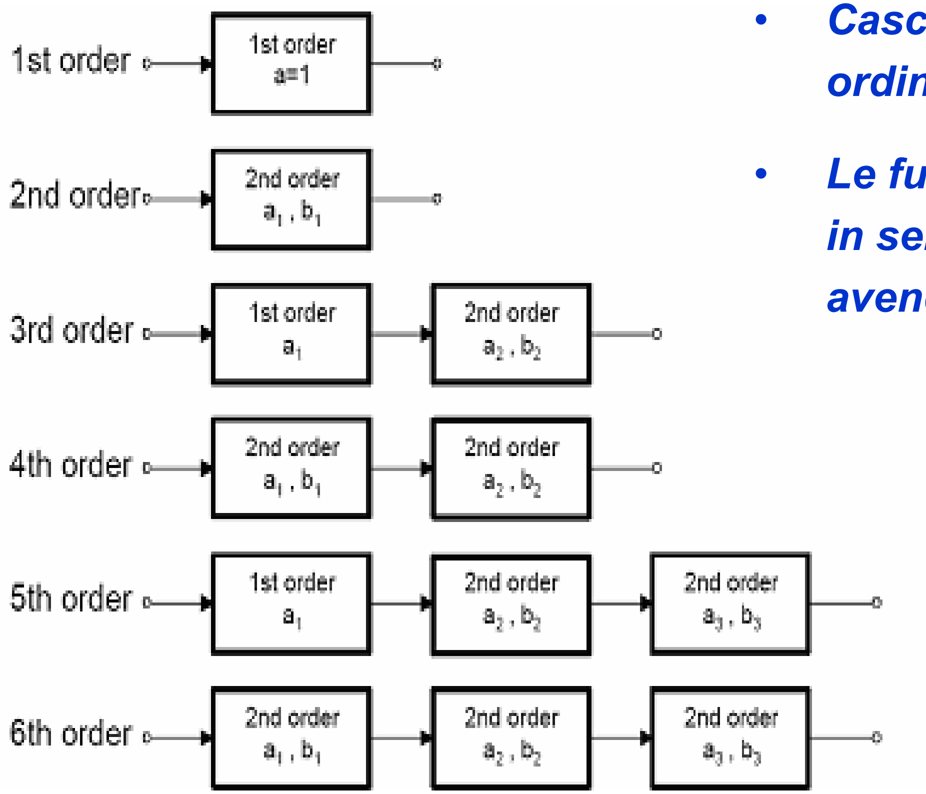
- Nella maggior parte dei casi, più sono stringenti le caratteristiche del filtro (ossia più si tende all'idealità), maggiore deve essere il grado del filtro (maggior numero di componenti da utilizzare).



- Funzioni di trasferimento di ordine N (>2) sono realizzate mediante la cascate di celle del II ordine (o I ordine)



Progettazione di Filtri Attivi



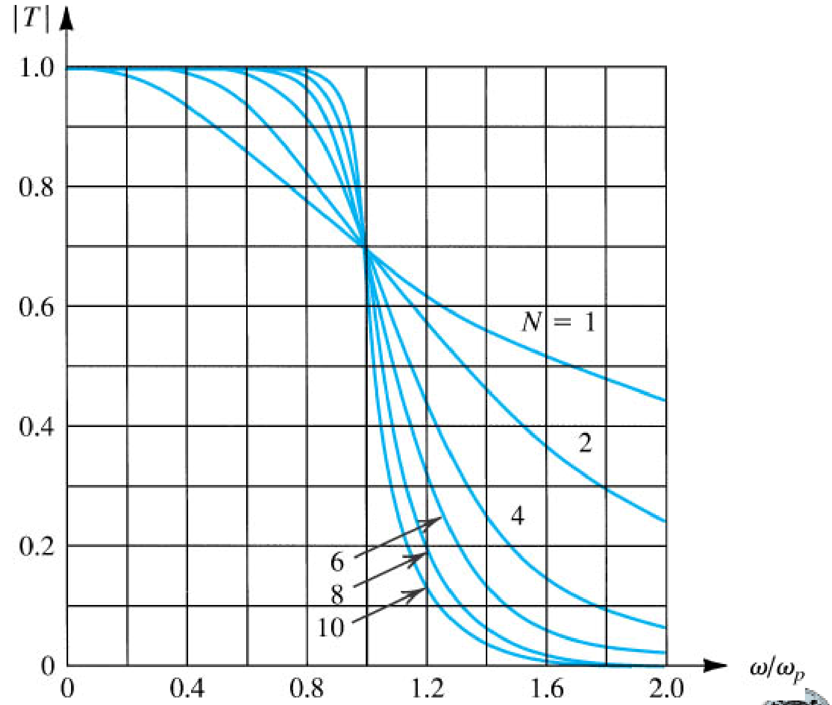
- ***Cascata di blocchi per realizzare un filtro di ordine elevato.***
- ***Le funzioni di trasferimento di più blocchi in serie vengono moltiplicate in frequenza avendo così la configurazione desiderata***

Filtro di Butterworth

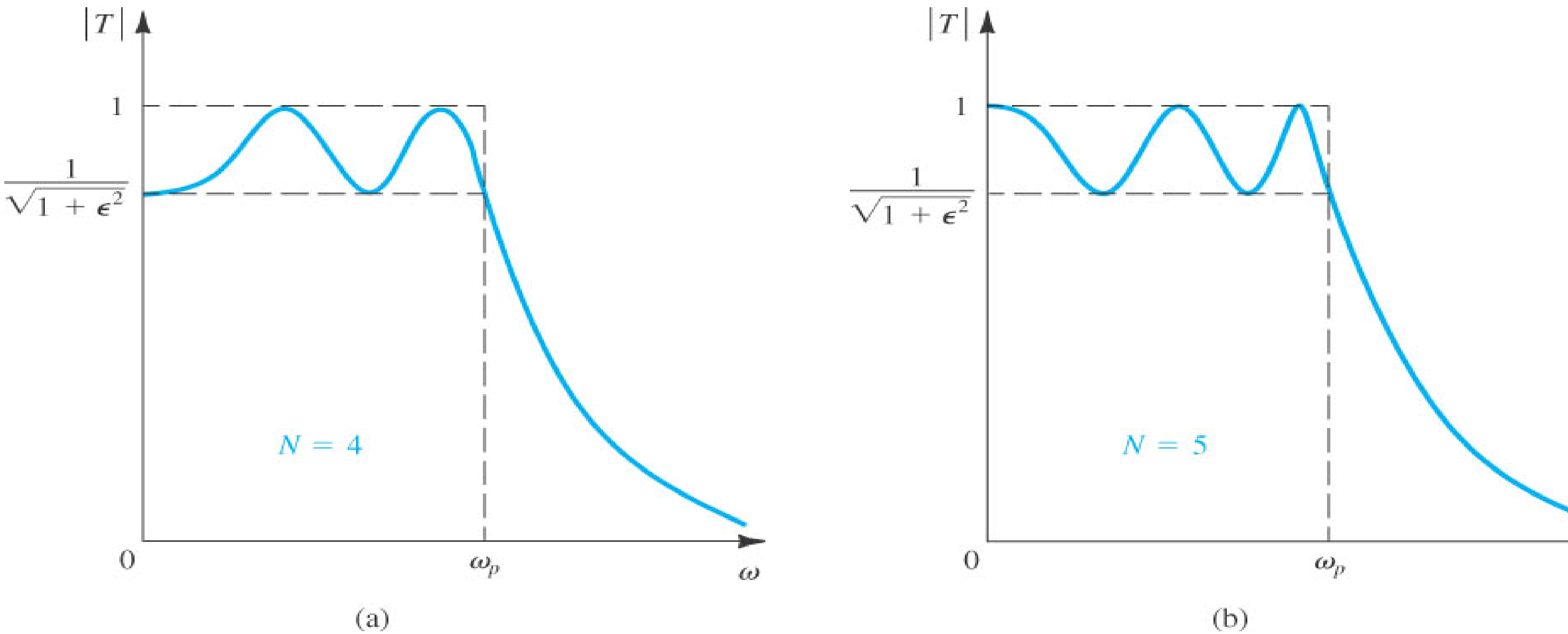
Tale tipologia di filtri consente una transizione morbida tra banda passante e banda attenuata di tipo monotono e, conseguentemente, priva di ondulazioni. Il filtro di Butterworth presenta una fdt del tipo:

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_0)^{2n}} \qquad \text{ovvero:} \qquad |H_n(j\omega)| = \frac{1}{[1 + (\omega/\omega_0)^{2n}]^{1/2}}$$

- $|H_n(j0)| = 1$ per ogni n
- $|H_n(j\omega_0)| = 1/\sqrt{2} \sim 0.707$ per ogni n
- $|H_n(j\omega)|$ presenta un roll-off dovuto a n poli per $\omega > \omega_0$, cioè una pendenza pari a $-n\cdot 20$dB/decade
- La risposta è massimamente piatta in corrispondenza di $\omega=0$
- Per n>10 la risposta diventa molto simile alla caratteristica ideale con una brusca variazione dalla banda passante a quella attenuata



Filtro di Chebyshev

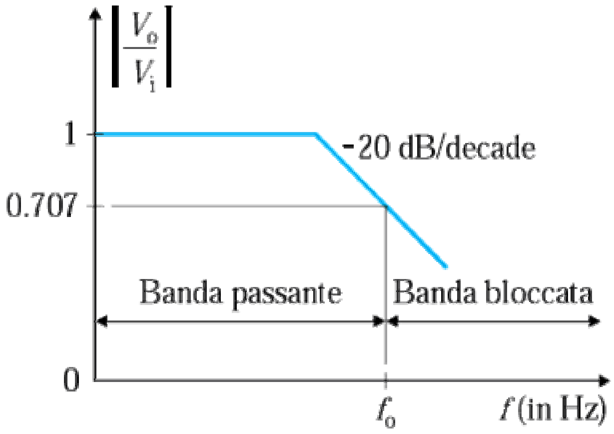


$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2\left(N\cos^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)\right)}} \quad per \quad \omega \le \omega_p$$

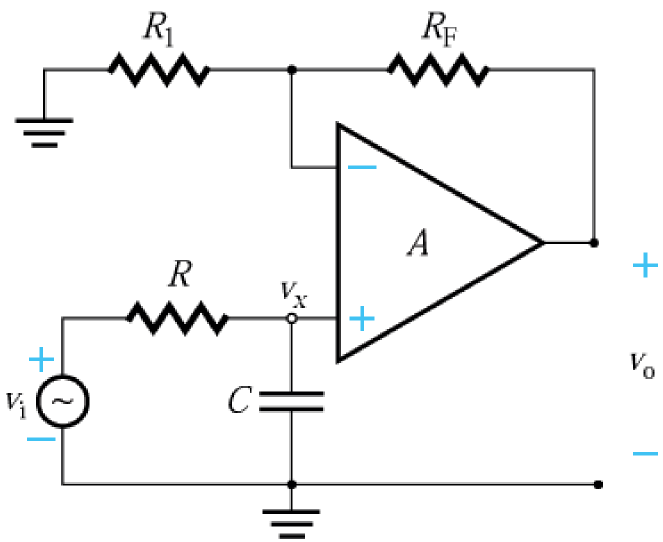
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cosh^2\left(N\cosh^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)\right)}} \quad per \quad \omega \ge \omega_p$$

FILTRI PASSA-BASSO (1° ordine)

La funzione di trasferimento di un filtro passa-basso del primo ordine è: $H(s) = \dfrac{K\omega_0}{s + \omega_0}$



(a) Caratteristica passa-basso



(b) Filtro

L'amplificatore operazionale funziona come amplificatore non invertente e presenta una resistenza di ingresso elevatissima ed una resistenza di uscita bassa.

FILTRI PASSA-BASSO (1° ordine)

$$V_x(s) = \frac{1/sC}{R + 1/sC} V_i(s) = \frac{1}{1 + sRC} V_i(s)$$

La tensione di uscita dell'amplificatore non invertente è

$$V_o(s) = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) V_x(s) = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) \frac{1}{1 + sRC} V_i(s)$$

dalla quale si ricava la funzione di trasferimento $H(s)$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{K}{1 + sRC}$$

dove il guadagno in continua è

$$K = 1 + \frac{R_F}{R_1}$$

Sostituendo $s = j\omega$ nell'Eq. (9.15) otteniamo

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{K}{1 + j\omega RC}$$

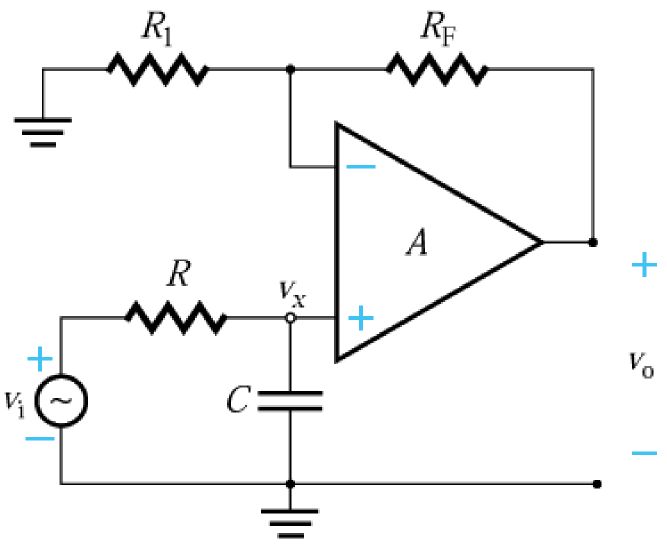
dalla quale si ricava f_o la frequenza di taglio a –3 dB

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC}$$

Il modulo e la fase della risposta in frequenza risultano essere

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{[1 + (\omega/\omega_o)^2]^{1/2}} = \frac{K}{[1 + (f/f_o)^2]^{1/2}}$$

e $$\phi = -\tan^{-1}(f/f_o)$$



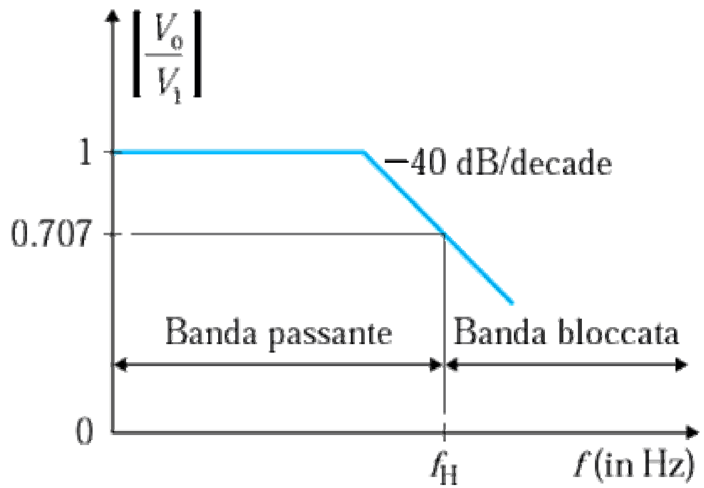
(b) Filtro

FILTRI PASSA-BASSO (2° ordine)

Il roll-off di un filtro del primo ordine è di appena -20 dB/decade nella banda attenuata. Un filtro del secondo ordine presenta, invece, un roll-off di -40 dB/decade ed è quindi preferibile a quello del primo ordine. Tale tipo di filtro si può ottenere sostituendo $k_1=k_2=0$ e $k_0=1$ nella forma generale della funzione biquadratica:

$$H(s) = \frac{K\omega_o^2}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$$

dove K è il guadagno in continua. Un andamento tipico di |H(s)| è:

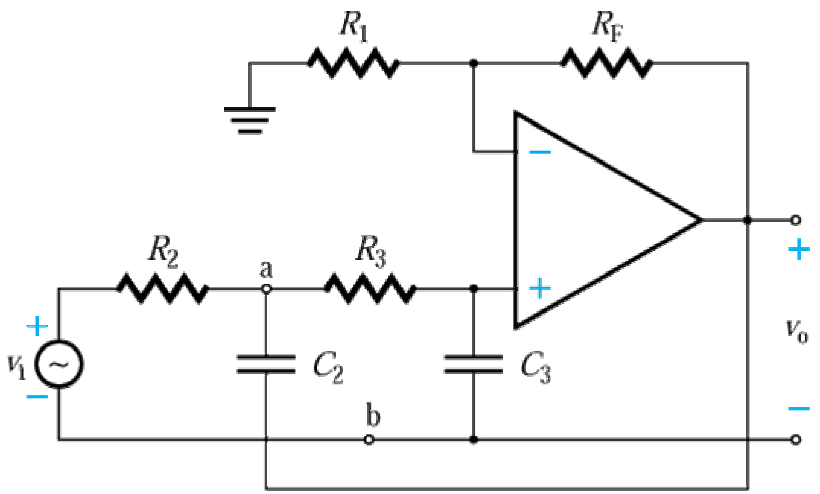


(a) Risposta passa-basso

- Per valori elevati di Q si osserverà una sovra-elongazione (overshot) in corrispondenza della frequenza di risonanza f_0. Per frequenze superiori a f_0 il guadagno decresce con una pendenza pari a -40dB/decade.

FILTRI PASSA-BASSO (2° ordine)

Un filtro del primo ordine può essere convertito in uno del secondo ordine aggiungendo un'ulteriore rete RC in modo da ottenere il circuito noto come ***cella di Sallen-Key***:



(b) Filtro

La funzione di trasferimento di tale filtro è:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{K/R_2R_3C_2C_3}{s^2 + s\dfrac{R_3C_3 + R_2C_3 + R_2C_2 - KR_2C_2}{R_2R_3C_2C_3} + \dfrac{1}{R_2R_3C_2C_3}} \Rightarrow f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_2R_3C_2C_3}}$$

Dove $K = (1+R_F/R_1)$ è il guadagno in continua

FILTRI PASSA-BASSO (2° ordine)

Per semplificare il progetto dei filtri del secondo ordine, in genere si usano capacità e resistenze dello stesso valore, ovvero $R_1=R_2=R_3=R$, $C_2=C_3=C$. In tal caso si ha:

$$H(s) = \frac{K\omega_o^2}{s^2 + (3 - K)\omega_o s + \omega_o^2}$$

Dalla quale si ottiene:

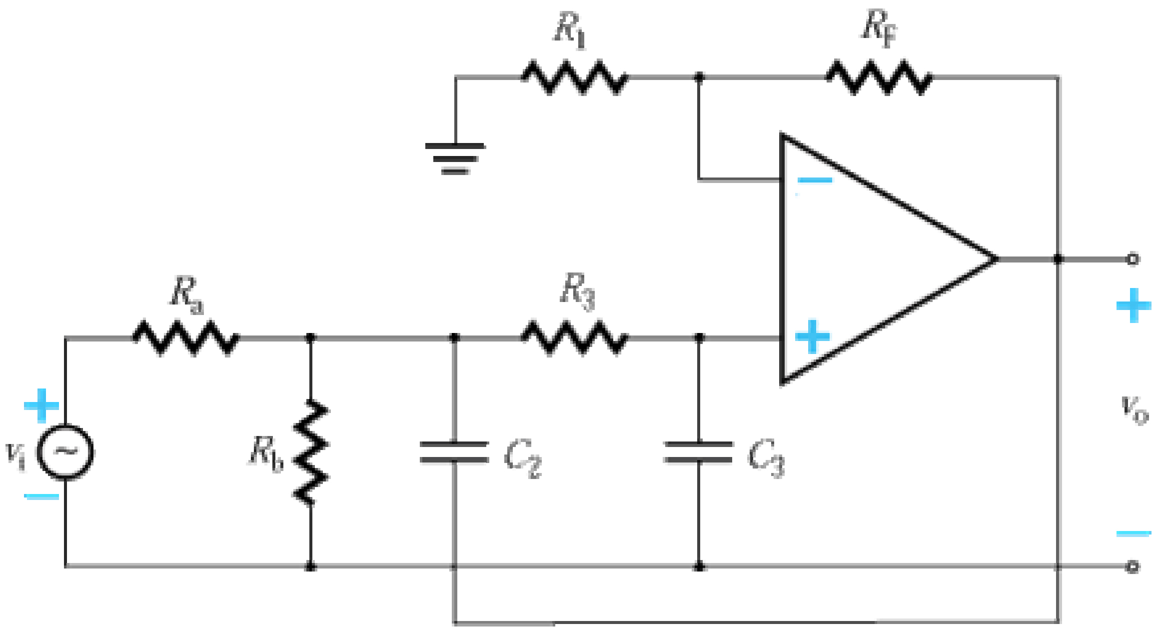
$$Q = \frac{1}{3 - K}$$

$$K = 3 - \frac{1}{Q}$$

La risposta in frequenza di un sistema del secondo ordine in corrispondenza del punto a -3dB dipenderà dal fattore di smorzamento ξ definito in modo che sia $Q=1/2\xi$. Un valore di Q paria $1/\sqrt{2}$ (=0.707), che rappresenta un compromesso tra ampiezza del picco e larghezza di banda, fa sì che il filtro presenti una banda passante piatta e fornisca un guadagno K=1.586:

FILTRI PASSA-BASSO DI BUTTERWORTH (2° ordine)

L'andamento della risposta di un filtro di Butterworth è caratterizzato dall'essere |H(j0)|=1 (oppure 0 dB). Dunque se vogliamo ottenere una risposta alla Butterworth mediante la cella di Sallen-Key occorre ridurre il guadagno di un fattore 1/K. Tale riduzione può essere ottenuta aggiungendo un partitore di tensione in ingresso:



(c)

FILTRI PASSA-BASSO DI BUTTERWORTH (2° ordine)

I valori di R_a e R_b devono essere tali che $R_{in}=R_2$ e la tensione ai capi di R_b sia V_i/K. Ovvero:

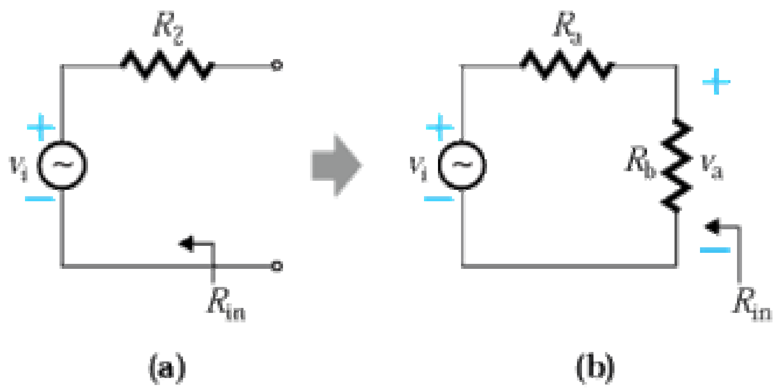
$$\frac{R_a R_b}{R_a + R_b} = R_2$$

$$\frac{R_b}{R_a + R_b} = \frac{1}{K}$$

Risolvendo rispetto a R_a e R_b, otteniamo

$$R_a = KR_2 \qquad \text{per } |H(j0)| = 1 \text{ (o 0 dB)}$$

$$R_b = \frac{K}{K-1}R_2 \qquad \text{per } |H(j0)| = 1 \text{ (o 0 dB)}$$



In questo modo abbiamo assicurato un guadagno in continua pari a 0 dB per tutti i valori di Q.

FILTRI PASSA-ALTO

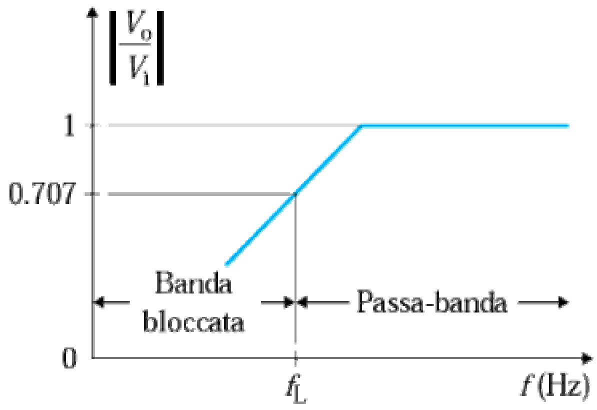
Poiché la scala di frequenze di un filtro passa-basso è la reciproca di quella di un passa-alto (va da 0 a f_0 , mentre quella di un passa alto va da f_0 a ∞), si può affermare che c'è una relazione di reciprocità tra le due scale. Pertanto sarà possibile trasformare un passa-basso in un passa-alto applicando una trasformazione ***RC-CR*** che si può mettere in atto sostituendo R_n con C_n e C_n con R_n (l'amplificatore operazionale, rappresentato come un generatore di tensione controllato in tensione, non è toccato da questa trasformazione).

FILTRI PASSA-ALTO (1° ordine)

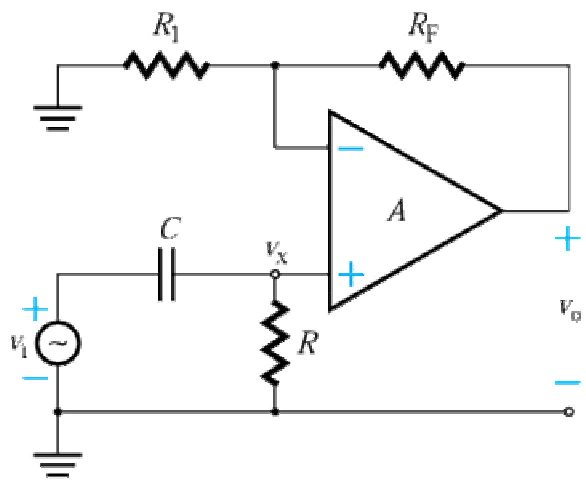
La funzione di trasferimento di un filtro passa-alto del primo ordine è:

$$H(s) = \frac{sK}{s + \omega_0}$$

Un filtro di tal genere può essere ottenuto scambiando tra di loro condensatori e resistenze del circuito passa-basso del primo ordine:



(a) Risposta passa-alto



(b) Filtro

Università degli Studi del Sannio

FILTRI PASSA-ALTO (1° ordine)

$$V_x(s) = \frac{R}{R + 1/sC} V_i(s) = \frac{s}{s + 1/RC} V_i(s)$$

La tensione di uscita dell'amplificatore non invertente è

$$V_o(s) = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) V_x(s) = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) \frac{s}{s + 1/RC} V_i(s)$$

dalla quale si ottiene il guadagno di tensione nella forma

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{sK}{s + 1/RC}$$

dove $K = 1 + R_F/R_1$ è il *guadagno in continua.*

Sostituendo $s = j\omega$ nell'Eq. (9.42), otteniamo

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{j\omega K}{j\omega + 1/RC} = \frac{j\omega K}{j\omega + \omega_o}$$

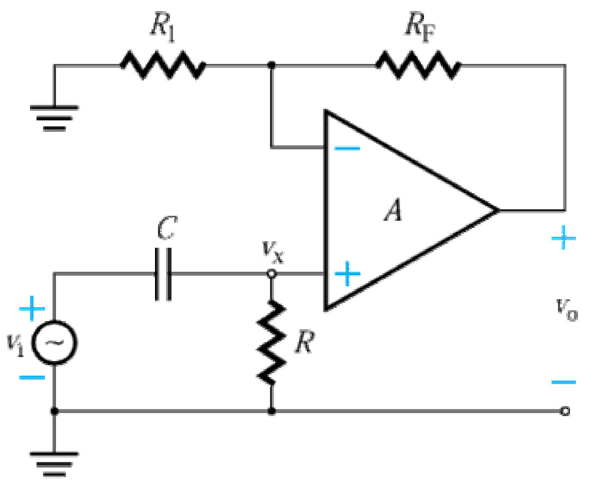
dalla quale si ricava f_o la frequenza di taglio a –3 dB

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$$

come nell'Eq. (9.18). Il modulo e la fase della risposta del filtro sono dati da

$$|H(j\omega)| = \frac{(\omega/\omega_o)K}{[1 + (\omega/\omega_o)^2]^{1/2}} = \frac{(f/f_o)K}{[1 + (f/f_o)^2]^{1/2}}$$

e $$\phi = 90° - \tan^{-1}(f/f_o)$$



(b) Filtro

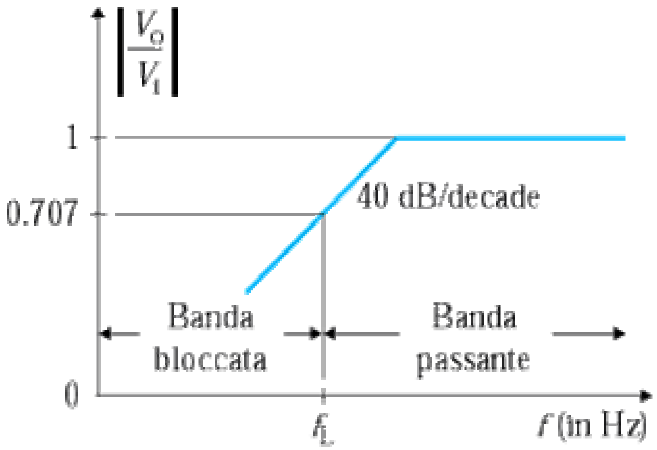
Questo filtro lascia passare tutti i segnali di frequenza superiore a f_0. Tuttavia bisogna anche tenere conto della presenza di un limite superiore dovuto alla banda finita dell'amplificatore operazionale reale.

FILTRI PASSA-ALTO (2° ordine)

L'andamento della risposta in frequenza di un filtro passa-alto del secondo ordine nella banda attenuata è caratterizzato da una pendenza di 40 dB/decade. La forma generica della funzione di trasferimento di tale filtro è:

$$H(s) = \frac{s^2 K}{s^2 + (\omega_o / Q)s + \omega_o^2}$$

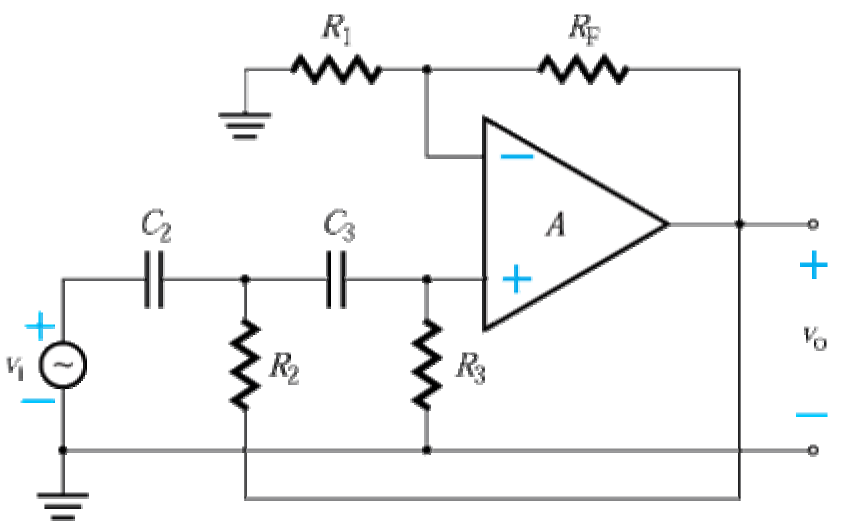
dove K è il guadagno in continua. Un andamento tipico di |H(s)| è:



(a) Risposta passa-alto

Come nel caso dei filtri del primo ordine, anche quelli del secondo ordine possono essere ottenuti scambiando di posto le resistenze e le capacità che intervengono nel determinare la risposta in frequenza.

FILTRI PASSA-ALTO (2° ordine)



(b) Filtro

La funzione di trasferimento può essere ricavata applicando la trasformazione da RC a CR.

Per R_1=R_2=R e C_2=C_3=C, la funzione di trasferimento diventa:

$$H(s) = \frac{s^2 K}{s^2 + (3-K)\omega_o s + \omega_o^2}$$

Dalla quale si ricava la frequenza di taglio f_0:

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_2 R_3 C_2 C_3}} = \frac{1}{2\pi RC}$$

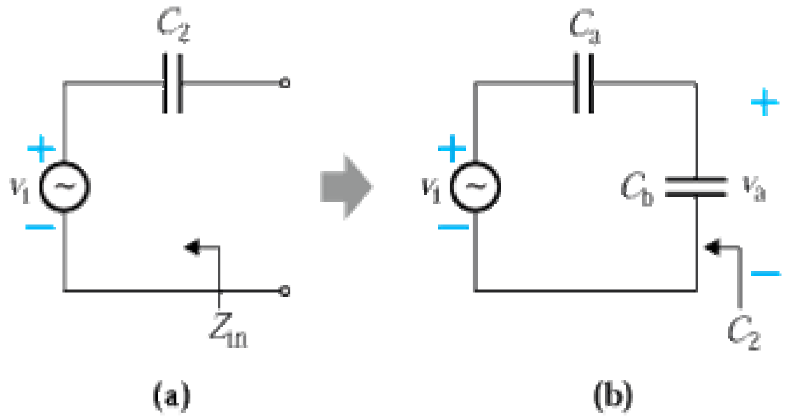
Università degli Studi del Sannio

FILTRI PASSA-ALTO DI BUTTERWORTH (2° ordine)

Data la relazione di reciprocità delle scale di frequenze dei filtri passa-basso e passa-alto, la risposta di Butterworth vista per il passa-basso, opportunamente modificata, può essere utilizzata per descrivere anche la risposta di un passa-alto. Il modulo della funzione di trasferimento diventa:

$$|H_n(j\omega)| = \frac{1}{[1 + (\omega_0/\omega)^{2n}]^{1/2}}$$

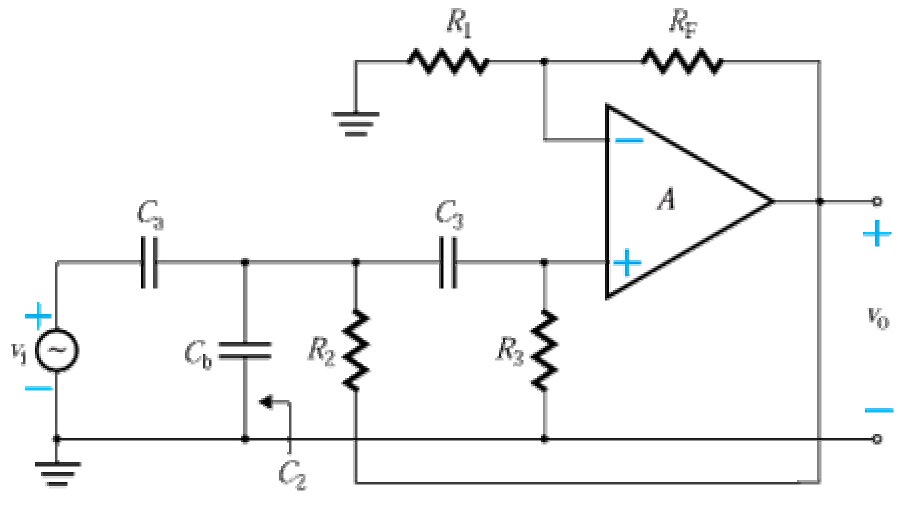
dove $|H(j\infty)|=1$ per ogni n, invece che $|H(j0)|=1$. Dato che $|H(s)|$ per $s \rightarrow \infty$ tende a K , occorre aggiungere un partitore di tensione:



I valori di C_a e C_b devono essere scelti in modo che $C_{in} = C_2$ e la tensione su C_b sia pari a V_i/K

FILTRI PASSA-ALTO DI BUTTERWORTH (2° ordine)

Il circuito completo diventa:



(c)

con:

$$C_a + C_b = C_2$$

$$\frac{C_a}{C_a + C_b} = \frac{1}{K}$$

Risolvendo per C_a e C_b, otteniamo

$$C_a = \frac{C_2}{K} \qquad \text{per } |H(j\infty)| = 1 \text{ (o 0 dB)}$$

$$C_b = C_2 \frac{K-1}{K} \qquad \text{per } |H(j\infty)| = 1 \text{ (o 0 dB)}$$

questo assicura un guadagno alle alte frequenze di 0 dB qualunque sia il valore di Q.

Università degli Studi del Sannio

FILTRI PASSA-BANDA

Un filtro passa-banda presenta una banda passante tra due frequenze di taglio f_L e f_H con $f_H > f_L$. Tutte le frequenze al di fuori di questo intervallo risultano attenuate. La funzione di trasferimento di un generico filtro passa-banda assume la seguente forma:

$$H_{BP}(s) = \frac{K_{PB}(\omega_C/Q)s}{s^2 + (\omega_C/Q)s + \omega_C^2}$$

Dove $_{KPB}$ è il guadagno nella banda passante e ω_c è la pulsazione a centro banda. Vi sono due tipi di filtro passa-banda: a ***banda larga*** e a ***banda stretta***.

Essi possono essere differenziati, in linea generale, in base al fattore di qualità Q:

$Q \le 10$ → banda larga

$Q \ge 10$ → banda stretta

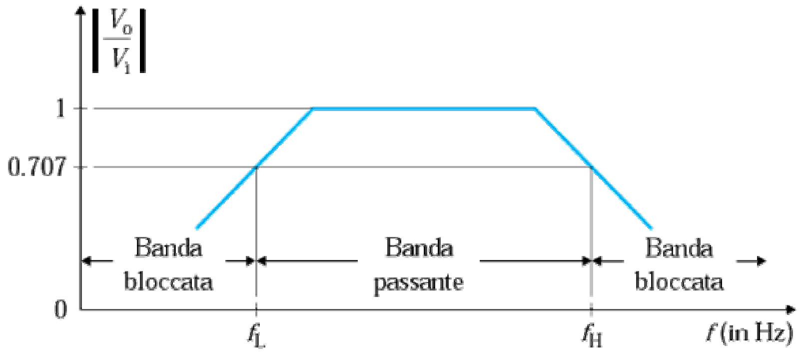
più grande è Q, più selettivo è il filtro, ovvero è minore la sua banda passante (BW).

Dunque Q fornisce una misura della selettività del filtro. La relazione che lega Q alla banda a -3 dB è:

$$Q = \frac{\omega_c}{BW} = \frac{\omega_c}{\omega_H - \omega_L}$$

FILTRI PASSA-BANDA (a banda larga)

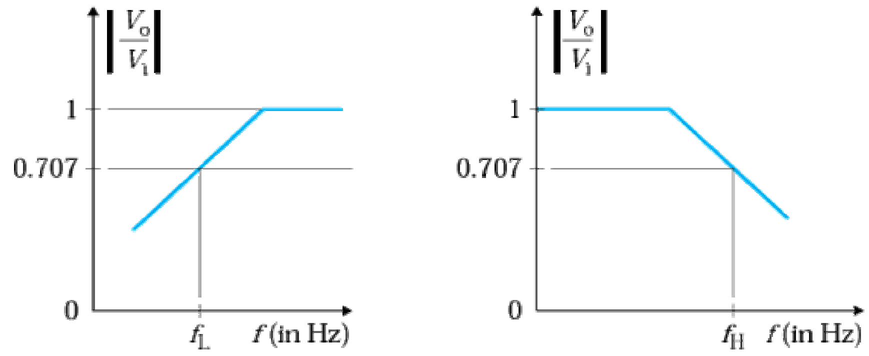
La risposta in frequenza di un filtro passa-banda a banda larga è del tipo:



(a) Risposta a banda passante larga

Questo andamento può essere ottenuto realizzando un unico circuito con la funzione di trasferimento precedentemente mostrata, la quale, però, può non essere caratterizzata da una risposta piatta su un ampio intervallo di frequenze. Un'alternativa consiste nell'utilizzo di due filtri: passa-alto e passa-basso.

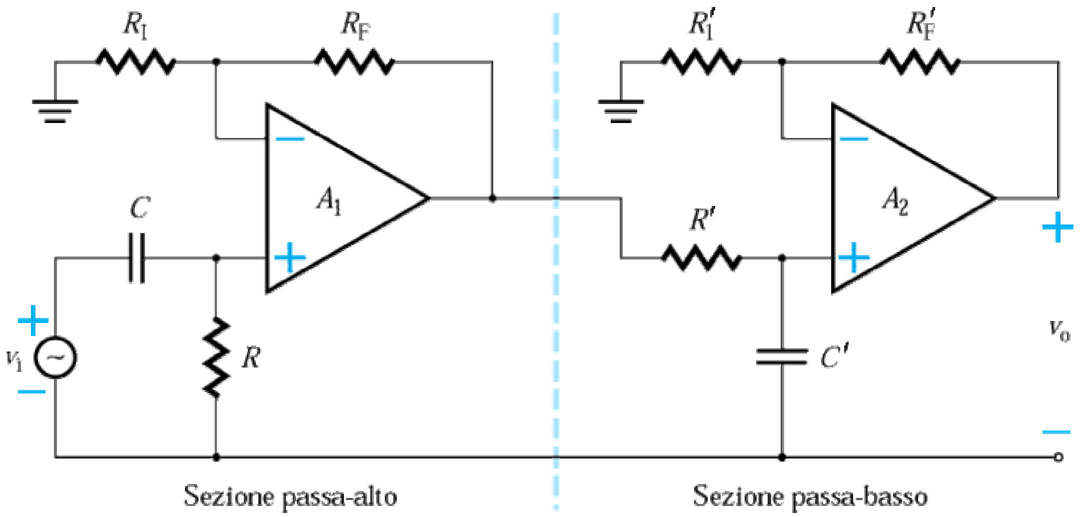
La fdt complessiva si ottiene moltiplicando la risposta dei due filtri.



(b) Prodotto di una risposta passa-basso per una passa-alto

FILTRI PASSA-BANDA (a banda larga)

L'ordine della risposta risultante chiaramente dipende da quello delle due sezioni. Inoltre questa soluzione ha il vantaggio di consentire l'impostazione indipendente delle pendenze in salita e in discesa e dl valore a centro banda della risposta complessiva. Lo svantaggio consiste nel maggior numero di operazionali e di componenti richiesti.



(c) Filtro

In tal caso, il modulo della fdt a centro banda si ottiene moltiplicando i guadagni dei due filtri.

FILTRI PASSA-BANDA (a banda larga)

In caso di sezioni del primo ordine la fdt è:

$$H(s) = \frac{K_{PB}\omega_H s}{(s+\omega_L)(s+\omega_H)}$$

Mentre nel caso in cui si utilizzino sezioni del secondo ordine la fdt risulta:

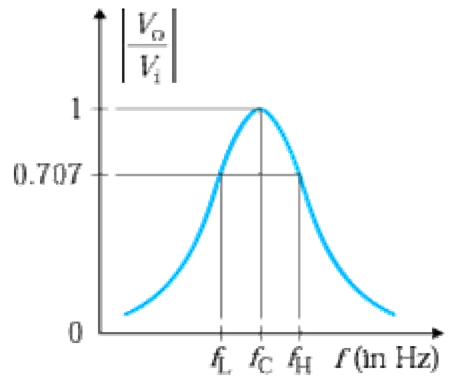
$$H(s) = \frac{K_{PB}\omega_H^2 s^2}{[s^2+(\omega_L/Q)s+\omega_L^2][s^2+(\omega_H/Q)s+\omega_H^2]}$$

dove K_{PB} è il guadagno totale in banda, pari al prodotto dei guadagni del passa-alto K_H e del passa-basso K_L.

Università degli Studi del Sannio

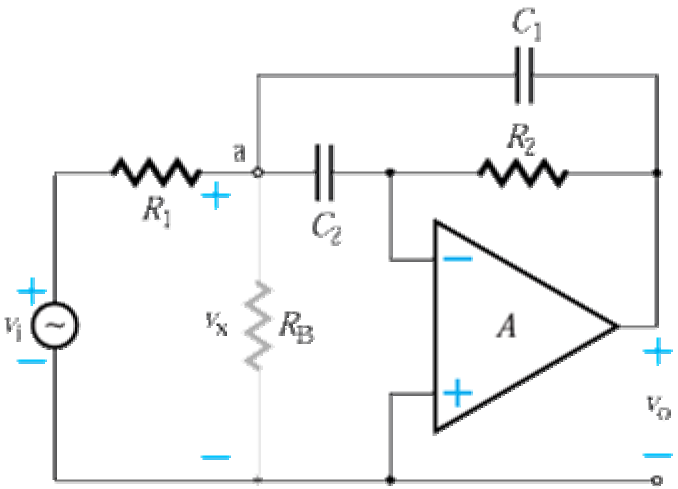
FILTRI PASSA-BANDA (a banda stretta)

Un filtro passa-banda a banda stretta ha una risposta in frequenza del tipo:



(a) Risposta a banda stretta

Tale risposta può essere ottenuta impostando un valore elevato di Q per il seguente filtro passsa-banda:



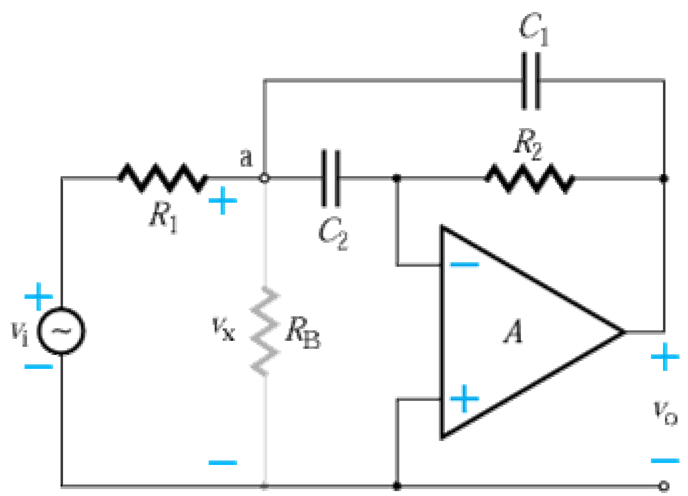
Tale filtro impiega un solo amplificatore operazionale ed è chiamato *filtro a reazione multipla*, poiché sono presenti due percorsi di reazione (R_2 e C_1).

Per bassi valori di Q il filtro può presentare una risposta del tipo a banda larga

FILTRI PASSA-BANDA (a banda stretta)

La fdt della rete è:

$$H_{BP}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{(-1/R_1C_1)s}{s^2 + (1/R_2)(1/C_1 + 1/C_2)s + 1/R_1R_2C_1C_2}$$



Per $C_1=C_2=C$ si ottiene:

$$\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} = \frac{1}{C\sqrt{R_1R_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

$$K_{PB}\left(\frac{\omega_C}{Q}\right) = \frac{1}{R_1C_1}$$

Risolvendo tali equazioni, possiamo ricavare i valori dei componenti:

$$R_1 = \frac{Q}{2\pi f_C C K_{PB}}$$

$$R_2 = \frac{Q}{\pi f_C C}$$

$$K_{PB} = \frac{R_2}{2R_1} = 2Q^2$$

La resistenza R_1 può essere sostituita da R_A e si può inserire una resistenza R_B tra il nodo a e 0 in modo da soddisfare la specifica $|H_{BP}(j\omega_c)|=1$ (ovvero 0 dB) per la risposta di Butterworth.

FILTRI ELIMINA-BANDA

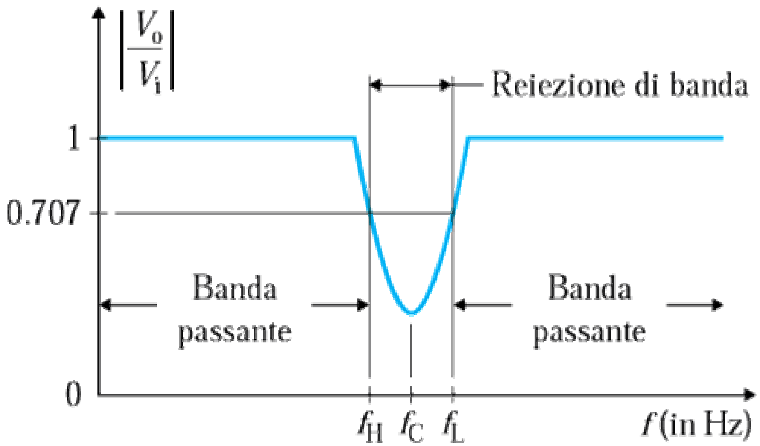
Un filtro elimina-banda attenua i segnali nella banda del filtro e lascia passare quelli al di fuori di essa. Viene anche chiamato filtro ***a banda bloccante*** o ***a reiezione di banda.***.La fdt di un filtro elimina-banda del secondo ordine assume la forma generale:

$$H_{BR}(s) = \frac{K_{PB}(s^2 + \omega_C^2)}{s^2 + (\omega_C/Q)s + \omega_C^2}$$

dove K_{PB} è il guadagno fuori dalla banda del filtro.

I filtri a reiezione di banda possono essere a ***banda larga*** e a ***banda stretta***. Questi ultimi vengono anche detti ***filtri notch***.

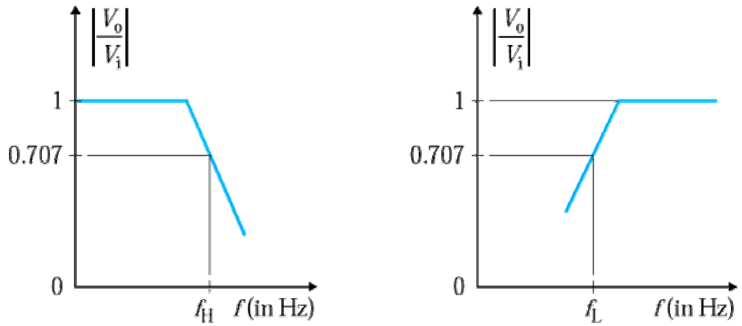
La risposta in frequenza di un filtro a reiezione di banda a banda larga è del tipo:



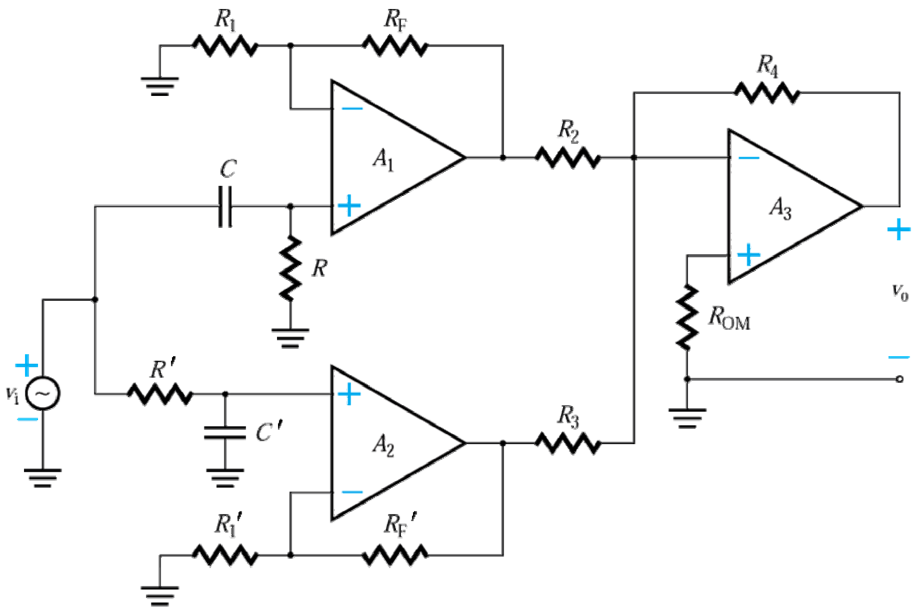
(a) Risposta di tipo notch

FILTRI ELIMINA-BANDA (a banda larga)

Tale andamento può essere ottenuto aggiungendo una risposta di tipo PB ad una di tipo PA, ad esempio sommando le risposte delle due sezioni PA e PB mediante un amplificatore operazionale che agisca da sommatore:



(b) Somma di una risposta passa-basso e di una passa-alto

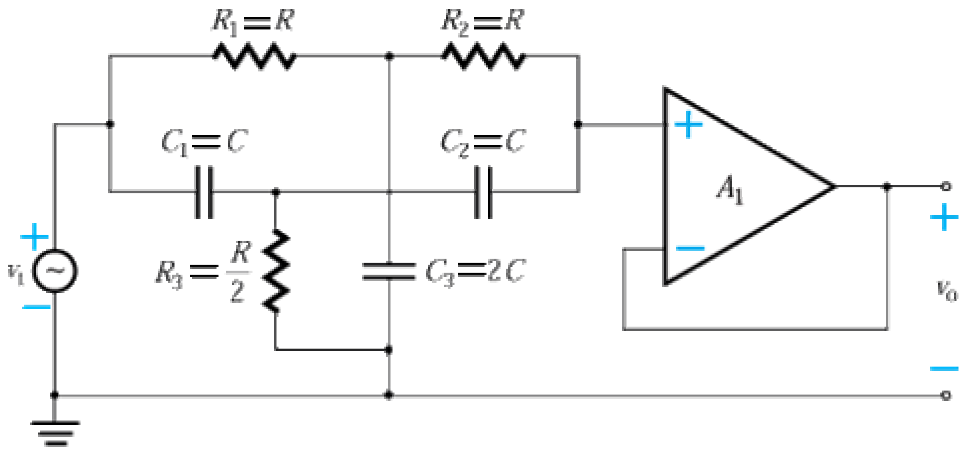


(c) Filtro

Per ottenere una risposta del tipo elimina-banda, la f_L del filtro PA deve essere maggiore della f_H del filtro PB. Inoltre i due guadagni devono essere uguali.

FILTRI ELIMINA-BANDA (a banda stretta)

Questo filtro è usato frequentemente nelle apparecchiature elettroniche per eliminare frequenze indesiderate come quella della rete di alimentazione (50 o 60 Hz a seconda del paese). Una rete a doppio T, costituita da due reti con topologia a T affiancate come quella riportata sotto, viene comunemente utilizzata come filtro notch.



(b) Filtro

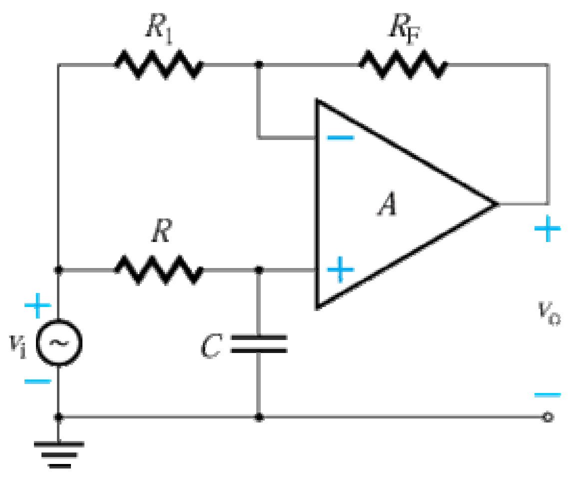
La frequenza di notch (dove si registra la massima attenuazione) è: $f_N = \frac{1}{2\pi RC}$

Università degli Studi del Sannio

FILTRI PASSA-TUTTO

Un filtro passa-tutto lascia passare senza attenuazioni tutte le componenti frequenziali del segnale, ma introduce uno sfasamento ben determinato per ciascuna frequenza del segnale di ingresso. Ad esempio le linee di trasmissione introducono una variazione di fase nei segnali che le attraversano;i filtri passa-tutto sono utilizzati per compensare questi sfasamenti.
Il filtro passa tutto viene anche detto ***equalizzatore di ritardo*** o ***correttore di fase***.

La tensione di uscita nel dominio di Laplace può essere ottenuta utilizzando la sovrapposizione degli effetti:



(b) Filtro

$$V_o(s) = -\frac{R_F}{R_1}V_i(s) + \frac{1/sC}{R + 1/sC}\left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right)V_i(s)$$

Se supponiamo $R_F = R_1$, l'Eq. (9.78) si riduce a

$$V_o(s) = -V_i(s) + \frac{2}{1 + sRC}V_i(s)$$

da cui si ricava il guadagno di tensione nella seguente forma

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1 - sRC}{1 + sRC}$$

Dati R e C, la fase può variare da 0 a 180° quando la frequenza f del segnale di ingresso varia da 0 a ∞

Circuiti a capacità commutate

A livello integrato, la realizzazione di resistenze e capacità di valore preciso è problematica. Risulta quindi difficile realizzare valori precisi del prodotto RC e conseguentemente di $\omega_0=1/RC$.

inoltre la presenza di resistenze comporta problemi di dissipazione oltre che di ingombro.

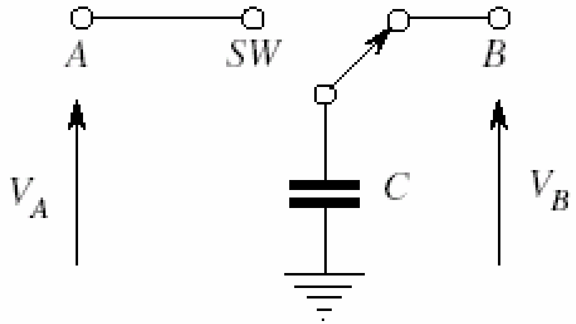
Per problemi di integrazione, di consumo e di precisione sulle frequenze caratteristiche i filtri attivi presentano dei limiti che possono essere superati con l'impiego di filtri detti ***SC*** (***Switched Capacitors: filtri a capacità commutate***). In tali filtri si eliminano le resistenze e si sfruttano degli interruttori (tipicamente realizzati mediante MOS) e delle capacità per sostituirne l'effetto → ***minore occupazione di area***

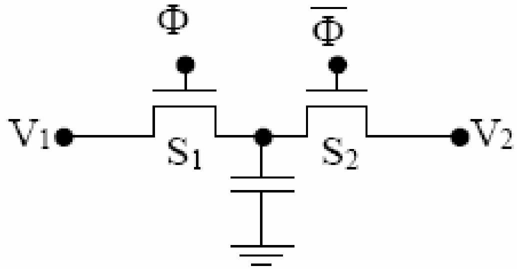
- notevole compattezza
- possibilità di realizzazione in tecnologia integrata
- compatibilità con circuiti misti (analogico-digitale).

Per quanto riguarda le pulsazioni di taglio non si ha più la dipendenza dal prodotto RC, bensì esse saranno funzione di un rapporto di capacità → meno problemi realizzativi e maggiore precisione nella definizione di f_0
Infine gli interruttori e le capacità generano un valore della resistenza equivalente il cui valore dipende dalla frequenza di commutazione degli interruttori: variando tale frequenza è possibile variare la resistenza equivalente del filtro stesso.
Dunque non si agirà più sul valore dei componenti, ma in maniera elettronica consentendo una più agevole variazione delle caratteristiche di banda passante del filtro.

SVANTAGGIO: Bande di frequenza minori

Circuiti a capacità commutate





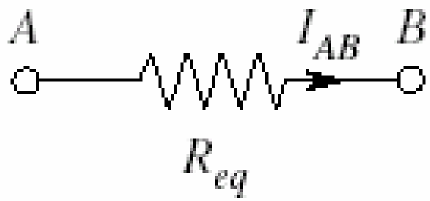
Supponiamo che V_A e V_B siano costanti durante l'intervallo di commutazione del clock ($f_{comm.} >> f_{sign.}$)

Sotto tali ipotesi, la carica Q trasportata dal nodo A al nodo B è pari alla variazione di tensione. In pratica quando il primo interruttore S_1 si è chiuso la capacità si porta alla tensione V_A, quando, poi, S_1 si apre e si chiude S_2 la capacità si porta alla tensione V_B. Se supponiamo che $V_A > V_B$ la variazione della carica ai capi della capacità è:

$$\Delta Q = C\,(V_A - V_B)$$

$$I_{AB} = \Delta Q \cdot f = \frac{V_A - V_B}{R_{eq}}$$

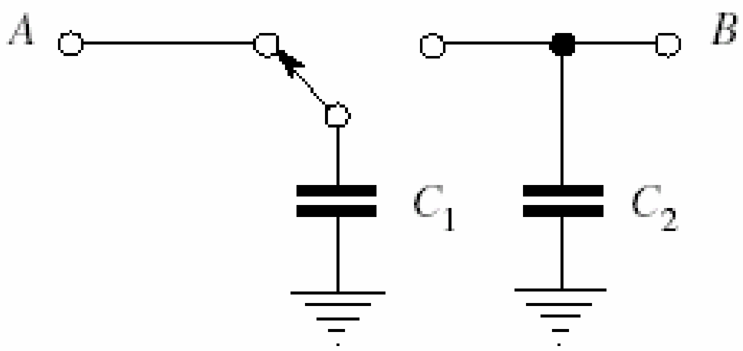
$$R_{eq} = \frac{1}{f \cdot C}$$



RESISTORE CONTROLLATO

Circuiti a capacità commutate

- ***Esempio: cella passa basso***



$$\tau = R_{eq} C_2 = \frac{C_2}{f C_1}$$

- ***La costante di tempo dipende dal rapporto di capacità e dalla frequenza di commutazione***