

Capitolo 3

Acquisizione di segnali per l'elaborazione digitale.

Il segnale generato dai trasduttori in genere non è idoneo per la diretta elaborazione da parte del sistema di elaborazione digitale che realizza un algoritmo di controllo, ma occorre interporre una fase di trattamento del segnale in cui vengono effettuate tutte le operazioni necessarie alla corretta acquisizione del segnale (si veda Figura 3.1).

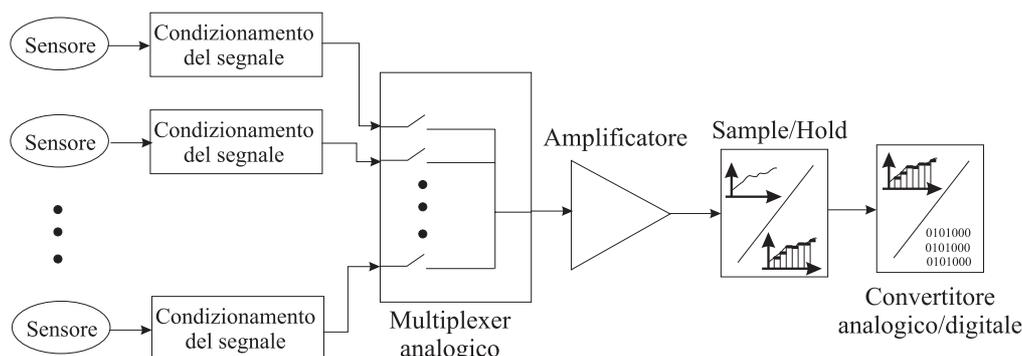


Figura 3.1: Schema della catena tecnologica dell'acquisizione dei segnali dai sensori.

Inoltre, occorre ricordare che la realizzazione digitale di un sistema di controllo richiede che i comandi sugli attuatori vengano nuovamente trasformati in segnali analogici, come descritto nella Sezione 1.1 (v. Figura 1.5).

Questo capitolo descrive gli elementi necessari all'interfacciamento di un controllore digitale con un sistema fisico, vale a dire i componenti della catena di acquisizione per segnali analogici, che costituiscono il ramo di retroazione nello schema di Figura 1.5, e per la riconversione di informazioni digitali in segnali analogici, che precedono l'attuatore nello schema citato.

Considerando l'acquisizione di segnali finalizzata alla conversione in formato digitale, occorre sempre tenere presente la relazione che esiste tra il *campo di variazione del segnale* e la *lunghezza di parola* (numero di bit) del convertitore analogico digitale (A/D). Tale relazione, come visto in precedenza, può essere riassunta dalla formula:

$$|\text{errore}| \leq 1/2 \text{ LSB} = \frac{V_s}{2^{N+1}}$$

dove V_s rappresenta l'ampiezza dell'intervallo di variazione della tensione che viene effettivamente convertita in formato digitale, al termine della catena di acquisizione¹. Una volta scelta la

¹Indicata nei datasheets dei componenti anche come V_{span} .

lunghezza di parola in base alla accuratezza desiderata, occorre scegliere i restanti componenti tali che il bilancio totale dell'errore soddisfi la precedente relazione, oppure, viceversa, determinati i componenti di trattamento del segnale analogico e calcolato l'errore totale introdotto, scegliere un convertitore con la risoluzione adeguata.

Le sorgenti di possibili errori possono essere diverse, per cui occorrerà valutare il **bilancio complessivo** dell'errore introdotto dalla catena di acquisizione espresso come:

$$|\text{errore}| = \sum_{i=1}^n |e_i|$$

dove e_i sono tutte le possibili sorgenti di errore introdotte dal trasduttore e dalla catena tecnologica di acquisizione.

3.1 Condizionamento del segnale.

Accade sovente che i segnali di uscita dei sensori non siano omogenei per natura elettrica (corrente, tensione, resistenza, ecc.), per livello, e per tipo (tensione continua, alternata, pulsante, ecc.) per cui risulta difficile implementare una interfaccia comune tra i sensori e l'unità di governo.

Lo stadio di condizionamento del segnale comprende tutti i circuiti elettronici che trasformano i segnali di uscita dai trasduttori in un segnale elettrico di tipo omogeneo. Funzioni tipiche di questo stadio sono:

- l'attenuazione di segnali troppo elevati,
- la rettificazione ed il livellamento di segnali in alternata,
- la trasformazione in tensione di segnali in corrente o codificati nella variazione di resistività.
- l'eliminazione di disturbi elettromagnetici sovrapposti al segnale utile.
- l'isolamento galvanico dei dispositivi elettronici di elaborazione dalla fonte di segnale.

I circuiti di condizionamento si distinguono in:

- **Attivi**, se fanno uso di componenti amplificatori, per la messa in scala o l'isolamento.
- **Passivi** se fanno uso solamente di componenti resistivi, condensatori, induttanze o trasformatori.

In relazione ai livelli delle grandezze elettriche di trasmissione dei segnali, esistono comunque delle standardizzazioni per l'ambiente industriale che permettono la connessione di dispositivi eterogenei per tipologia e per costruttore. Ad esempio, i segnali analogici che debbano percorrere lunghe distanze vengono normalmente trasmessi con il cosiddetto **Loop di Corrente**, nell'intervallo $4 \div 20$ mA. I vantaggi di tale metodo di trasmissione sono:

- la possibilità di diagnosticare guasti o interruzioni, in quanto essendo il livello minimo a 4 mA, un segnale nullo viene identificato come rivelatore di un guasto ("zero vivo").
- una maggiore insensibilità al rumore, in quanto i disturbi di tensione lungo le linee di trasmissione vengono attenuati dal regolatore di corrente.
- la possibilità di trasmettere ad una distanza maggiore a parità di accuratezza richiesta. Ad esempio, supponendo di voler inviare un segnale che abbia una banda di 10 Hz, in presenza di rumore "industriale" medio, con una accuratezza 0.5 %, si trova in letteratura il calcolo di una distanza massima di 1500 m.

Altri livelli standard di segnale, normalmente impiegati quando le distanze di trasmissione non sono molto grandi (es. dal bordo macchina al quadro di controllo), sono $0 \div 5$ V, $0 \div 10$ V e ± 10 V per i segnali analogici, $0 \div 24$ V per i segnali digitali.

3.2 Amplificatori.

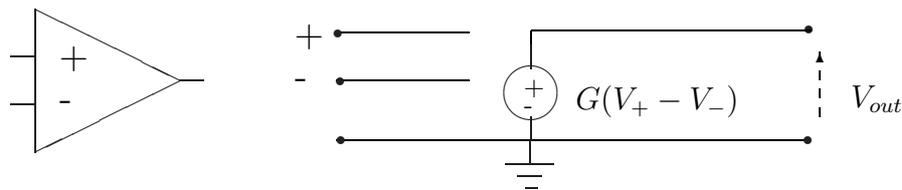
I trasduttori nelle applicazioni reali mostrano raramente una impedenza di uscita piccola ed una ampiezza del segnale di uscita conveniente alla sua successiva elaborazione. Occorre quindi un dispositivo che funga da “adattatore” elettrico tra i trasduttori e i moduli di elaborazione del segnale. In questa sezione verrà discusso l'utilizzo di un amplificatore elettronico per eseguire questo tipo di adattamento.

Vediamo alcune problematiche che rendono necessario l'introduzione di un amplificatore di segnale:

- **Tensione di uscita non idonea.** L'uscita dei trasduttori in genere ha un livello basso, non idoneo alla successiva elaborazione del segnale, ed in particolare, alla sua conversione in formato digitale.
- **Elevata impedenza di uscita dei trasduttori.** Una elevata impedenza di uscita può produrre errori rilevanti sul segnale acquisito. Lo stesso si può avere quando l'impedenza dei trasduttori con uscita differenziale non sia bilanciata sui due canali (**Sbilanciamento della impedenza di uscita**).
- **Tensione di modo comune elevata.** Se il segnale di uscita dei sensori ha una tensione di modo comune elevata occorrerà utilizzare un dispositivo per estrarre l'informazione utile e eliminare la tensione di modo comune.
- **Necessità di isolare elettricamente il trasduttore dal circuito di acquisizione.** Tale necessità può essere richiesta per soddisfare criteri di sicurezza (protezione dei componenti, ma anche e soprattutto degli operatori), oppure per migliorare l'immunità ai disturbi del sistema di acquisizione. Infatti lunghi anelli di segnale, costituiti dalla coppia di conduttori di massa e di segnale, captano con molta facilità i disturbi ambientali.

Un ultimo motivo per l'isolamento consiste nella necessità di proteggere i circuiti elettrici del sistema di acquisizione da possibili danneggiamenti dovuti al collegamento con il trasduttore, ad esempio nel caso in cui il trasduttore sia inserito in circuiti in cui le grandezze elettriche sono associate ad elevata potenza.

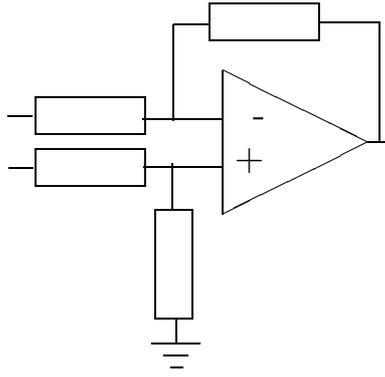
3.2.1 Amplificatori Operazionali



I componenti attivi maggiormente utilizzati per l'amplificazione di segnale sono gli amplificatori operazionali. Le caratteristiche ideali (e reali) di un operazionale si possono riassumere come segue:

- Guadagno di tensione ad anello aperto ∞ (Reale: $2 \times 10^4 \div 2 \times 10^5$)
- Impedenza d'ingresso ∞ (Reale: $1 \div 10^6$ M Ω)
- Impedenza d'uscita nulla (Reale: $10 \div 100\Omega$)
- Larghezza di banda ad anello aperto ∞ (Reale $10 \div 100$ Hz!)

L'amplificatore operazionale è utilizzato sempre in configurazione retroazionata, principalmente per evitare che esso saturi ($V_{out} = V_{cc}$) anche per piccoli segnali in ingresso (es. rumore).



Con la retroazione si ottiene anche un notevole miglioramento delle prestazioni dinamiche del circuito, soprattutto in termini di larghezza di banda, come verrà meglio illustrato in seguito.

Esempi di configurazioni tipiche dell'amplificatore operazionale sono descritte dalle Figure 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6. Nella configurazione invertente, il guadagno di tensione si può calcolare come segue:

$$i_1 = \frac{V_i}{R_1} = -\frac{V_o}{R_f} \Rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_1} = \text{Guadagno di tensione}$$

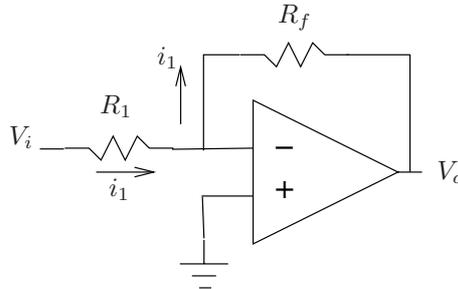


Figura 3.2: Amplificatore operazionale in configurazione invertente.

Mentre in quella non invertente, il guadagno di tensione vale:

$$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

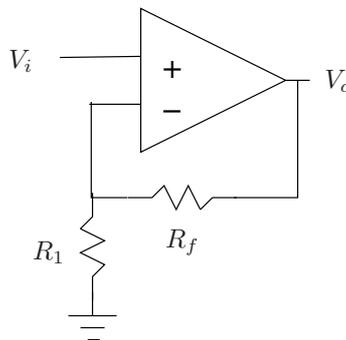


Figura 3.3: Amplificatore operazionale in configurazione non invertente

Per l'amplificatore di corrente, siccome $V_x = -i_i R_f = -i_s R_s$ e $i_o = i_i + i_s$, il guadagno di corrente vale:

$$A_i = \frac{i_o}{i_i} = 1 + \frac{i_s}{i_i} = 1 + \frac{-V_x/R_s}{-V_x/R_f} = 1 + \frac{R_f}{R_s}$$

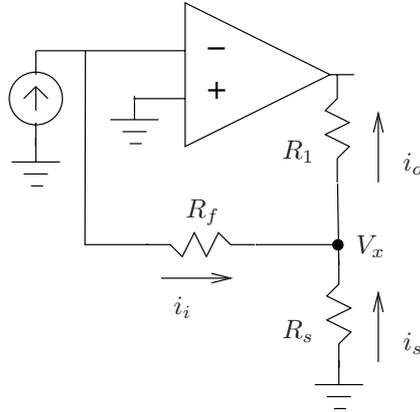


Figura 3.4: Amplificatore di corrente

Nel convertitore tensione-corrente, la relazione tra la tensione di ingresso e la corrente che scorre sul ramo di uscita si può calcolare come segue:

$$V_o = i_o(R_1 + R_s) = V_i \frac{R_1 + R_s}{R_s}$$

$$\Rightarrow i_o = V_i \frac{R_1 + R_s}{R_s} \frac{1}{R_1 + R_s} = \frac{V_i}{R_s}$$

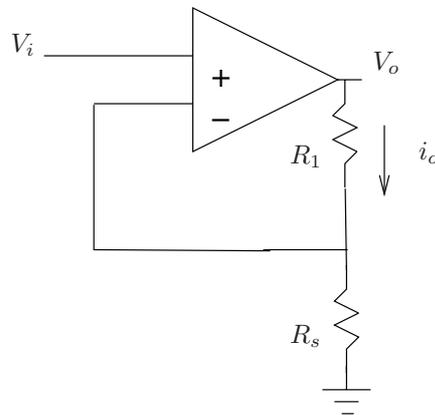


Figura 3.5: Convertitore tensione-corrente

Mentre per il convertitore corrente-tensione, vale semplicemente la relazione:

$$V_o = A_v I_s R_c$$

Si noti che per i segnali trasmessi con il loop di corrente standard $4 \div 20$ mA, una resistenza $R_c = 250\Omega$ permette una conversione nel range $1 \div 5$ V, mentre per segnali in corrente a basso livello (es. trasduttori optoelettronici c.ca $1\mu A$) il valore della resistenza necessaria per la conversione in tensione sarebbe troppo grande, pertanto occorre una preamplificazione della corrente di ingresso.

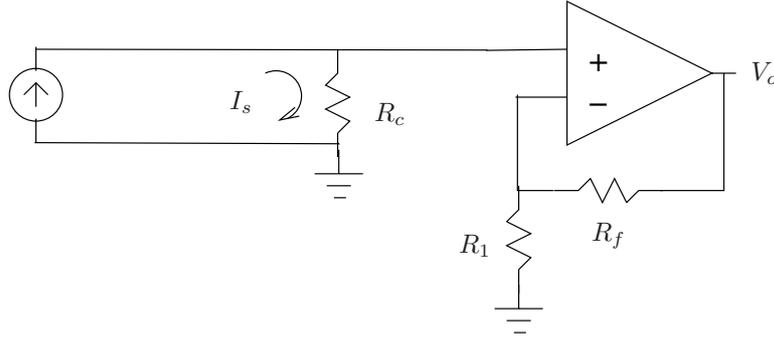


Figura 3.6: Convertitore corrente-tensione

Note sulle non idealità degli amplificatori operazionali

Si consideri la configurazione non invertente con $R_f = 0$ e $R_i = \infty$ (buffer), e si supponga realisticamente che il guadagno dell'operazionale $A_o < \infty$. In tal caso $V^+ \neq V^-$, pertanto (dato che $V^+ = V_i$ e $V^- = V_o$):

$$V_o = A_o(V^+ - V^-) = A_o(V_i - V_o)$$

Il guadagno reale è:

$$G_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_o}}$$

V_i è quindi una fonte di errore da considerare adeguatamente nel caso di una successiva conversione A/D:

$$|\text{errore}| = V_o^{\text{reale}} - V_o^{\text{ideale}} = V_i G_v - V_i = -\frac{V_i}{1 + A_o}$$

Poichè deve essere:

$$|\text{errore}| \leq \frac{1}{2} LSB = \frac{V_{fs}}{2^{N+1}}$$

cioè (supponendo che $V_{fs} = 2V_{cc}$):

$$\frac{V_i}{1 + A_o} \leq \frac{V_{cc}}{2^N}$$

Da quest'ultima relazione si ricavano i vincoli da considerare su N (bits di conversione) o su A_o per rispettare le specifiche sull'errore di conversione (caso peggiore: $V_i = V_{cc}$):

$$A_o \geq 2^N - 1$$

$$N \leq \frac{\log_{10}(1 + A_o)}{\log_{10} 2}$$

Anche la risposta in frequenza di un operazionale è affetta da non idealità, cioè non ha banda passante infinita, ma è descritta dalla funzione (approssimata):

$$A(f) = \frac{A_o}{1 + j \frac{f}{f_2}}$$

con f_2 , frequenza di taglio della caratteristica, tra 10 e 100 Hz. Nel caso di una configurazione invertente, il guadagno reale è anch'esso dipendente dalla frequenza, infatti:

$$I_{R_1} + I_{R_f} = 0$$

$$\frac{V_i - V^-}{R_1} + \frac{V_o - V^-}{R_f} = 0$$

$$V^- = \frac{R_f V_i + R_1 V_o}{R_1 + R_f}$$

e quindi:

$$V_o = A(f)(V^+ - V^-) = -A(f) \frac{R_f V_i + R_1 V_o}{R_1 + R_f}$$

Risolvendo per V_o :

$$V_o = -V_i \frac{R_f}{R_1 + \frac{R_1 + R_f}{A(f)}} = V_i G_v$$

Nell'equazione del guadagno occorre ora sostituire l'espressione di $A(f)$:

$$G_v(f) = - \frac{\frac{R_f}{R_1} A_o}{A_o + 1 + \frac{R_f}{R_i} + j \frac{f(1 + \frac{R_f}{R_i})}{f_2}}$$

Se A_o è sufficientemente grande il guadagno a frequenza nulla tende al guadagno ideale $-\frac{R_f}{R_i}$, mentre la frequenza di taglio ($Re(Den) = Im(Den)$) tende a:

$$f_{2F} \approx \frac{A_o}{1 + \frac{R_f}{R_1}} f_2$$

Comunemente il guadagno desiderato $\frac{R_f}{R_i} \gg 1$ pertanto:

$$f_{2F} \approx \frac{R_1}{R_f} A_o f_2$$

dalla quale si evince che:

$$G_v f_{2F} \approx A_o f_2$$

cioè il prodotto Guadagno-Banda rimane costante. Ecco quindi che la retroazione dell'amplificatore operazionale permette un miglioramento della banda passante, al prezzo di una riduzione del guadagno (del resto necessario per evitare la saturazione del componente).

In relazione alla conversione A/D del segnale, possono essere eseguiti calcoli per determinare la massima frequenza di segnale $f_{\frac{1}{2}LSB}$ per la quale l'attenuazione del guadagno non determina un errore superiore a $\frac{1}{2}LSB$, oppure, nota la massima frequenza di segnale, il numero N di bit ottimali per la conversione.

Un'altra fonte di errore nell'uso di amplificatori è dovuta alle tensioni e correnti di offset V_{os}^+ , V_{os}^- , I_{os}^+ e I_{os}^- . La tensione di offset può essere annullata "tarando" il dispositivo in fase di progetto del circuito di collegamento esterno, sfruttando piedini aggiuntivi (**Offset Null Terminal**) da collegare a resistenze variabili, o agendo sulle tensioni di alimentazione positiva o negativa.

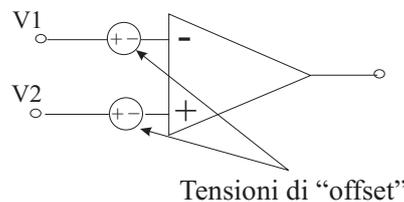


Figura 3.7: Tensioni di offset in un amplificatore operazionale reale

Le correnti di offset invece, scorrendo sull'impedenza di uscita del dispositivo a monte e sul ramo di retroazione, generano un errore costante sulla tensione di uscita. Se il guadagno A_o è sufficientemente elevato, è possibile trascurare l'influenza della tensione spuria generata sul ramo di ingresso, pertanto il bilancio dell'errore di conversione sarà:

$$|\text{errore}| = R_f |I_{os}| \leq \frac{V_s}{2^{N+1}}$$

Nell'amplificatore operazionale reale, non viene amplificato solamente la differenza tra V^+ e V^- , ma anche la tensione di modo comune. La tensione di modo comune viene considerata come:

$$V_{cm} = \frac{V^+ + V^-}{2}$$

e quindi:

$$V_o = A_d(V^+ - V^-) + A_{cm} \frac{V^+ + V^-}{2}$$

Anche la componente della tensione di uscita, se apprezzabile, dovuta alla tensione di modo comune va considerata nel bilancio di errore di conversione.

Le prestazioni di un amplificatore in relazione a V_{cm} si esprimono attraverso cosiddetto **rapporto di reiezione di modo comune (Common Mode Rejection Ratio, CMRR)**, determinato dal rapporto tra la tensione di uscita ideale con un segnale differenziale di ampiezza V e la tensione di uscita con un segnale di modo comune di ampiezza V :

$$CMRR = \frac{V_o}{V_o^{cm}} = \frac{A_d V}{A_{cm} V} = \frac{A_d}{A_{cm}}$$

o, in dB:

$$CMR = 20 \log_{10} CMRR$$

Per gli amplificatori operazionali commerciali il CMR varia tra 50 e 120 dB.

Effetti dell'impedenza di uscita dei trasduttori

Analizziamo in dettaglio i problemi dovuti alla non idealità della impedenza di uscita dei trasduttori. In genere i trasduttori non hanno una impedenza di uscita piccola, e quindi per poter acquisire correttamente il segnale occorre un dispositivo che faccia da "adattatore di impedenza" tra il trasduttore e gli stati successivi di elaborazione.

I trasduttori di segnale analogico possono essere divisi in trasduttori con **uscita singola** (single ended) e trasduttori con **uscita differenziale** (differential). Analizziamo separatamente di due casi:

- **Trasduttori ad uscita singola.** Consideriamo il circuito equivalente del trasduttore reale mostrato in figura 3.8, in cui è presente un generatore di tensione S , corrispondente al segnale di uscita del trasduttore, ed una resistenza R_u , corrispondente all'impedenza di uscita del dispositivo. In figura è mostrato anche il dispositivo di acquisizione del segnale, avente una impedenza di ingresso pari a R_i .

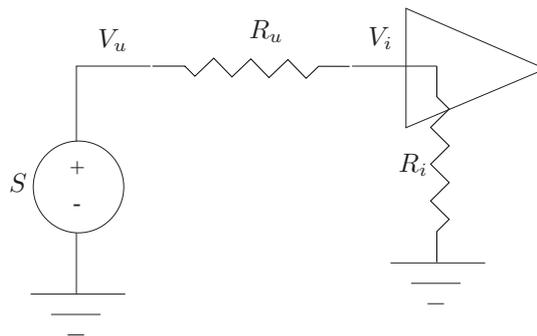


Figura 3.8: Circuito equivalente del trasduttore reale.

L'errore introdotto dalla presenza di R_u è quantificabile come:

$$|V_u - V_i| = \left| V_u - V_u \frac{R_i}{R_i + R_u} \right| = |V_u| \left(1 - \frac{R_i}{R_i + R_u} \right) = |V_u| \frac{R_u}{R_i + R_u}$$

dove V_u e V_i sono, rispettivamente, il valore vero del segnale del trasduttore e il suo valore acquisito.

Se supponiamo che $R_u = 1K\Omega$ e $R_i = 1M\Omega$, per l'errore percentuale relativo all'ampiezza del segnale V_u otteniamo:

$$e_p = \frac{|V_u| \frac{R_u}{R_u + R_i}}{|V_{max}|} \times 100 \approx 0.1\%$$

in cui abbiamo supposto che $V_u = V_{max}$ (condizione migliore). Confrontiamo questo errore con il LSB di un convertitore a 12 bits con segnale di ingresso $V_s = 10$ Volt, che vale:

$$1/2 \text{ LSB} = \frac{10}{2^{13}} = 0.0012 \text{ Volt}$$

a cui corrisponde un errore percentuale pari² a:

$$e_p = \frac{1/2 \text{ LSB}}{V_s} \times 100 = 0.012\%$$

e quindi otteniamo che l'errore introdotto dalla impedenza di uscita del trasduttore è circa 7 volte più grande dell'errore introdotto dalla quantizzazione del segnale.

- **Trasduttori ad uscita differenziale.** Consideriamo il trasduttore di deformazione costituito dal ponte di Wheastone di figura 3.9. Il segnale di uscita del ponte è costituito dallo sbilanciamento osservato tra i due terminali di uscita, acquisito sotto forma di differenza di potenziale.

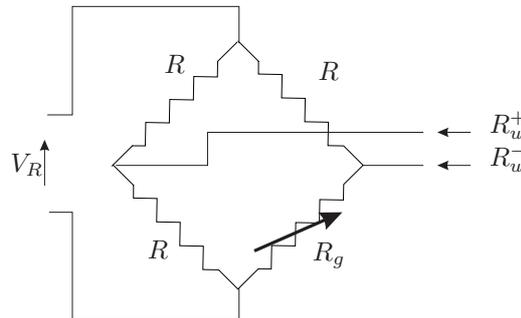


Figura 3.9: Trasduttore con uscita differenziale.

L'impedenza di uscita dei due canali vale:

$$R_u^+ = \frac{R}{2}; \quad R_u^- = \frac{RR_g}{R + R_g}$$

Supponiamo di utilizzare un amplificatore operazionale in configurazione differenziale (Figura 3.10) per acquisire il segnale.

In tale configurazione, il guadagno dell'amplificatore si può calcolare sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti. Eseguendo i seguenti passi:

- Calcolo di V_{out} con $V_1 \neq 0$ (ingresso sul ramo invertente) e $V_2 = 0$ (ingresso sul ramo non invertente).

²Volendo calcolare direttamente l'errore percentuale è possibile applicare la formula: $e_p = \frac{1/2}{2^N} \times 100$

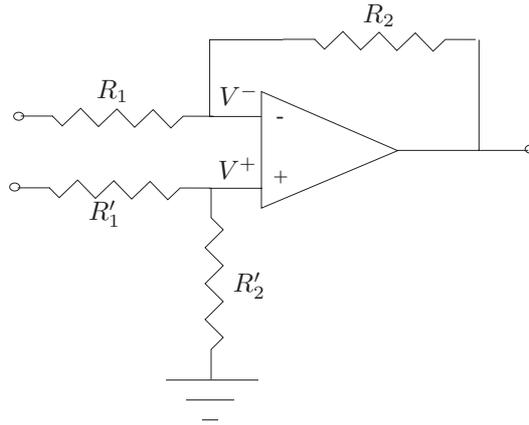


Figura 3.10: Amplificatore in configurazione differenziale.

- Calcolo di V_{out} con $V_2 \neq 0$ (ingresso sul ramo non invertente) e $V_1 = 0$ (ingresso sul ramo invertente).

Si ottiene:

$$V_{out,1} = -\frac{R_2}{R_1}V_1$$

$$V_{out,2} = V_2 \frac{R'_2}{R'_1 + R'_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Dalle quali, nell'ipotesi che $R_2/R_1 = R'_2/R'_1$:

$$V_{out} = (V_2 - V_1) \frac{R_2}{R_1}$$

Si può facilmente notare che il guadagno di modo comune (ottenuto ponendo $V_1 = V_2 = V_{cm}$) è pari a:

$$A_{cm} = \frac{R'_2}{R'_1 + R'_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1} - \frac{R_2}{R_1}$$

che risulta essere pari a zero con l'ipotesi fatta in precedenza.

Risulta evidente che per avere una buona amplificazione del segnale differenziale occorrerebbe progettare il circuito in modo che siano verificate contemporaneamente le seguenti condizioni:

1. **Il guadagno è bilanciato** se:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1}$$

in caso contrario, A_{cm} non si annulla e quindi la tensione di modo comune determina una componente indesiderata che si va a sommare al segnale da acquisire.

2. **L'impedenza di ingresso è bilanciata** se³:

$$R_1 = R'_1 + R'_2$$

Lo sbilanciamento sull'impedenza di ingresso produce la comparsa di un segnale differenziale di errore che si somma al segnale utile. Per ridurre gli effetti di tale sbilanciamento

³Infatti, essendo V^- un terminale di tensione costante grazie alla retroazione dell'amplificatore, l'impedenza di ingresso sul primo ramo vale R_1 .

si progettano solitamente R_1 e R'_1 in modo tale che esse siano alcuni ordini di grandezza superiori alla resistenza di uscita delle sorgenti di segnale, in modo tale che l'errore di ripartizione della tensione sia comunque trascurabile.

3. Per minimizzare l'offset sulla tensione differenziale dovuta alle **correnti di polarizzazione**, occorre che sia:

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R'_1 R'_2}{R'_1 + R'_2}$$

Le correnti di polarizzazione (bias currents) sono correnti parassite che fluiscono dai terminali V^+ e V^- dell'amplificatore (si veda Figura 3.11).

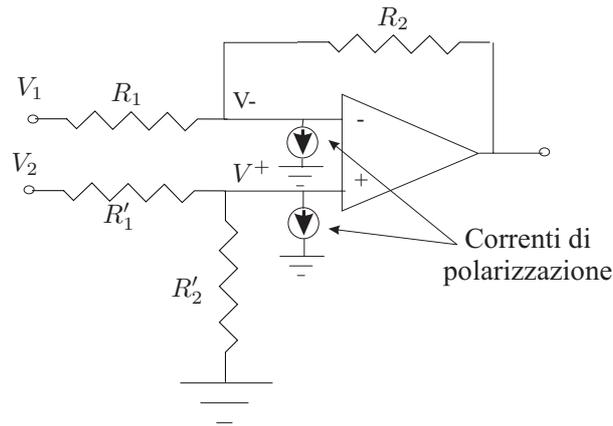


Figura 3.11: Circuito equivalente che tiene conto delle correnti di polarizzazione.

Considerando i due terminali di ingresso V_1 e V_2 messi a massa, le correnti di polarizzazione sono caricate da una impedenza pari a $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ per il primo ramo e $\frac{R'_1 R'_2}{R'_1 + R'_2}$ per il secondo ramo.

I vincoli richiesti sul valore delle resistenze nell'amplificatore differenziale non possono essere soddisfatti tutti contemporaneamente. Inoltre, le impedenze d'uscita dei trasduttori differenziali si sommano a quelle dei rami di ingresso, pertanto se sono sbilanciate (v. ponte di Wheatstone) creano ulteriori problemi di progetto. Per questi motivi e per le non elevatissime prestazioni in termini di impedenza d'ingresso e reiezione di modo comune, nella pratica l'amplificatore differenziale basato su un unico operazionale non viene utilizzato nelle catene di acquisizione dei segnali.

3.2.2 Amplificatori di strumentazione.

Per amplificare il segnale evitando i problemi evidenziati nella precedente sezione, è possibile utilizzare un dispositivo denominato **amplificatore di strumentazione** (*instrumentation amplifier*). L'amplificatore di strumentazione è caratterizzato da una elevata impedenza di ingresso, basse correnti di polarizzazione, elevata reiezione della tensione di modo comune, ingressi differenziali ben bilanciati e caratteristiche elettriche stabili al variare della temperatura.

Il guadagno del componente è regolabile utilizzando una sola resistenza di ingresso, mentre tutti gli altri componenti sono integrati all'interno del dispositivo. Questo consente una elevata precisione e stabilità dei parametri del componente.

Lo schema costruttivo di un amplificatore di strumentazione è mostrato in Figura 3.12

Lo schema si compone di tre amplificatori operazionali. I primi due amplificano la tensione differenziale, mentre il terzo esegue la reiezione della tensione di modo comune. La funzione di trasferimento del componente si calcola componendo la situazione (1) in cui è $V_1 \neq 0$ e $V_2 = 0$, ed il caso (2) in cui è $V_1 = 0$ e $V_2 \neq 0$.

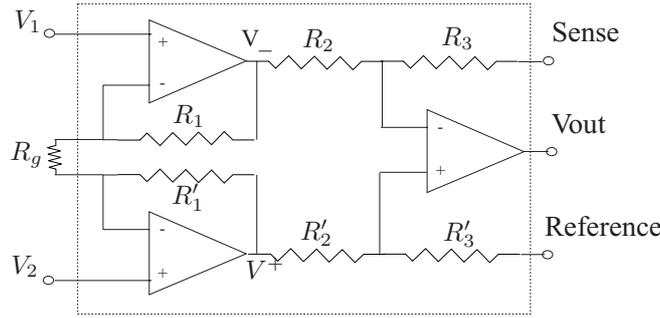


Figura 3.12: Schema costruttivo dell'amplificatore di strumentazione.

Nel caso (1) le tensioni V^+ e V^- valgono rispettivamente:

$$V^- = V_1 \left(\frac{R_1}{R_g} + 1 \right) \quad V^+ = -V_1 \frac{R'_1}{R_g}$$

nel caso (2) si ha:

$$V^+ = V_2 \left(\frac{R'_1}{R_g} + 1 \right) \quad V^- = -V_2 \frac{R_1}{R_g}$$

se⁴ $R_1 = R'_1$ è possibile scrivere la relazione caratteristica della tensione differenziale:

$$V^+ - V^- = (V_2 - V_1) \left(2 \frac{R_1}{R_g} + 1 \right) = V_d G \quad (3.1)$$

e quella che descrive la tensione di modo comune:

$$V_{cm} = \frac{V^+ + V^-}{2} = \frac{V_2 + V_1}{2} \quad (3.2)$$

È possibile osservare che il primo stadio dell'amplificatore di strumentazione amplifica la tensione differenziale e mantiene inalterata la tensione di modo comune.

Mediante semplici passaggi, sostituendo V^- ricavata dalla (3.1) nella (3.2) si ottiene:

$$V^+ = \frac{V_d}{2} G + V_{cm}$$

Quindi le tensioni V^+ e V^- possono trovarsi ad un valore di potenziale elevato, soprattutto nel caso in cui il guadagno dell'amplificatore, che vedremo essere pari a G , sia grande. In tali condizioni, se la V^+ raggiunge la tensione di alimentazione del componente, l'uscita satura e quindi non vi può più essere amplificazione del segnale.

▽ *Esempio: Saturazione dell'amplificatore.*

Consideriamo un componente con alimentazione a ± 15 volt. guadagno pari a 1000, $V_{cm} = 7$ volt, $V_d = 20$ mVolt. In tali condizioni $V^+ = 7 + 10 = 17$ volt ed il componente chiaramente satura. △

Il terzo amplificatore di strumentazione dello schema di Figura 3.12 è in configurazione differenziale. Se valgono le relazioni $R'_2 = R_2$ e $R'_3 = R_3$, allora la funzione di trasferimento globale vale:

$$V_{out} = (V_2 - V_1) \left(2 \frac{R_1}{R_g} + 1 \right) \frac{R_3}{R_2} \quad (3.3)$$

⁴Le resistenze R_1 e R'_1 sono integrate all'interno del componente. Grazie a particolari processi tecnologici tale ipotesi è quasi perfettamente verificata

La resistenza R_g posta all'esterno del componente è scelta dal progettista in base al guadagno che si vuole impostare. L'accuratezza del guadagno dipende dall'accoppiamento di R'_2, R_2 e R_3 e R'_3 , per cui particolare cura viene messa dal costruttore nell'ottimizzare tale accoppiamento.

3.2.3 Specifiche dell'amplificatore di strumentazione

In questa sezione analizzeremo le specifiche dell'amplificatore di strumentazione come riportate sui manuali tecnici di descrizione del componente (si veda la bibliografia).

- **Input offset voltage.** Per motivi legati alla implementazione dell'amplificatore di strumentazione è possibile che si vengano a formare delle differenze di potenziale spurie agli ingressi del componente (si veda Figura 3.13). La tensione di offset di ingresso è la tensione che occorre fornire ai due terminali di ingresso affinché si abbia uscita nulla.

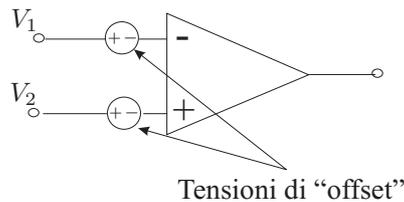


Figura 3.13: Circuito equivalente con tensioni di "offset".

- **Output offset voltage.** È la tensione di uscita quando la tensione differenziale di ingresso è nulla.
- **Power supply reject ratio, Offset referred to the inputs vs. supply.** È il rapporto della variazione nell' "input offset voltage" rispetto alla variazione della tensione di alimentazione del dispositivo. Solitamente viene espresso in decibel.
- **Input bias current.** È la *media* delle due correnti di ingresso quando non viene applicato alcun segnale all'ingresso dell'amplificatore.
- **Input bias current drift.** Definisce la variazione delle correnti di "bias" al variare della temperatura, tensione di alimentazione o tempo.
- **Input offset current.** La differenza delle correnti di bias che fluiscono attraverso i terminali di ingresso, quando la tensione di uscita è nulla.
- **Differential input resistance, differential input capacitance.** L'effettiva resistenza e capacità tra i due ingressi.
- **Common mode input resistance, common mode input capacitance.** L'effettiva resistenza e capacità tra i due ingressi e la massa del segnale.
- **Common mode rejection ratio (CMRR).** Il rapporto di reiezione di modo comune si può descrivere come il rapporto tra *Tensione di uscita ideale (relativa al solo guadagno differenziale)* e *la tensione di uscita corrispondente ad una tensione di modo comune di ampiezza pari alla tensione differenziale di cui sopra*. In simboli:

$$CMRR = \frac{V_o}{V_o^{cm}} = \frac{GV_d}{G_{cm}V_{cm}} = \frac{GV_d}{G_{cm}V_d} = \frac{G}{G_{cm}}$$

in sostanza, il $CMRR$ è anche pari al rapporto tra il *guadagno differenziale* ed il *guadagno di modo comune*.

- **Common mode rejection.** La reiezione di modo comune equivale a :

$$CMR = 20 \log_{10} CMRR$$

e viene indicata in decibel (db).

- **Bandwidth, small signal 3 db.** La frequenza a cui il guadagno si riduce di 0.707 (3db) rispetto al valore in continua.
- **Slew rate.** La massima variazione nell'unità di tempo dell'uscita dell'amplificatore in regime di grandi segnali.
- **Settling time.** Il tempo necessario affinché l'uscita si stabilizzi all'interno di una certo intervallo⁵ attorno al valore di regime dopo una applicazione di un ingresso a gradino.
- **Noise Figure.** Il rumore prodotto all'interno del dispositivo è dovuto principalmente al moto casuale degli elettroni all'interno dei componenti elettronici integrati, ed ha quindi origine termiche. Il rumore può venire descritto fornendo la *densità spettrale* della variabile affetta da rumore, oppure la sua *ampiezza massima* (valore picco-picco). La cifra di merito del rumore può essere espressa in relazione all'ingresso (**Referred To Input, RTI**), oppure all'uscita (**Referred To Output, RTO**) del dispositivo. Nel primo caso per determinare l'effetto del rumore sull'uscita occorrerà applicare il guadagno dell'amplificatore.

▽ *Esempio: Densità di rumore.*

Per l'amplificatore AD524 della Analog Device, la densità del rumore in valore efficace (RMS)⁶ nella banda 0-1kHz vale $7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Si supponga che il segnale utile da amplificare abbia una banda passante di 100 Hz. All'interno di tale banda il valore efficace vale $7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \sqrt{100 \sqrt{\text{Hz}}} = 70 \text{ nV RMS}$.

Supponendo che il rumore associato al dispositivo sia bianco, la *densità di probabilità* del rumore è una funzione gaussiana con valor medio nullo e deviazione standard σ :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

per la quale σ corrisponde anche al valore efficace (RMS) della funzione $x(t)$. La densità di probabilità è collegata alla probabilità che il valore istantaneo di x sia all'interno dell'intervallo $[-x_p, x_p]$:

$$\text{Prob}(-x_p \leq x(t) \leq x_p) = \int_{-x_p}^{x_p} p(x) dx$$

In base alla proprietà di normalizzazione della densità di probabilità è possibile scrivere:

$$\text{Prob}(|x(t)| > x_p) = 1 - \text{Prob}(-x_p \leq x(t) \leq x_p) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-x_p}^{x_p} e^{-x^2/2\sigma^2} dx$$

Risolvendo tale integrale per $x_p = 4\sigma$ si ottiene che la probabilità che $|x(t)|$ superi x_p è di 0.0001 (pari al 0.01 %). Questo livello di incertezza è generalmente considerabile accettabile nella maggior parte delle applicazioni.

Tornando all'esempio, il valore di ampiezza (picco-picco) del valore di tensione massima (in senso probabilistico) è di:

⁵espresso solitamente in percento del valore di regime

⁶ $v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$

$$4v_{RMS} = 4 \times 70nV = 0.28\mu V$$

△

3.2.4 Interfacciamento dell'amplificatore di strumentazione.

In questa sezione verranno mostrati alcuni schemi di connessione dell'amplificatore di strumentazione, tra cui l'utilizzo dell'uscita di *sense* dell'amplificatore di strumentazione e l'interfacciamento con sensori di tipo isolato.

Terminale di *sense*.

Il terminale di *sense* dell'amplificatore di strumentazione (Figura 3.12) deve essere collegato al terminale di uscita (V_{out}) per chiudere la retroazione del secondo stadio dell'amplificatore di strumentazione. Normalmente i due terminali sono connessi in prossimità del dispositivo.

Se il componente deve fornire correnti elevate che scorrono su di un tratto di conduttore molto lungo, le resistenze parassite del conduttore possono produrre una caduta di tensione rilevante, che si va a sommare all'uscita utile dell'amplificatore.

In questo caso il terminale di *sense* può essere connesso al terminale di uscita in prossimità del carico (Figura 3.14). In questo modo le resistenze parassite sono inserite nell'anello di retroazione dell'amplificatore e quindi vengono compensate.

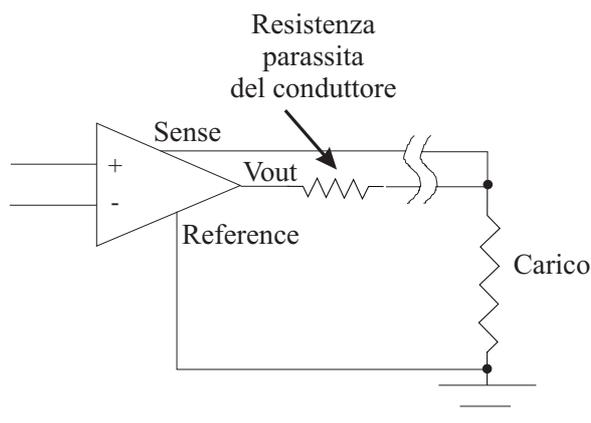


Figura 3.14: Utilizzo del terminale di *sense* per eliminare errori dovuti a resistenze di uscite spurie.

Un secondo uso del terminale di *sense* è mostrato in Figura 3.15. Tipicamente gli amplificatori di strumentazione forniscono una uscita di ± 10 V su di un carico di $2k\Omega$. In alcune applicazioni, tuttavia, occorre che il dispositivo eroghi una maggior quantità di corrente. L'amplificatore di corrente inserito all'interno dell'anello di retroazione fornisce la corrente richiesta senza diminuire in modo significativo le prestazioni dell'amplificatore di strumentazione.

Correnti di Bias

Le correnti di bias necessitano di un percorso verso massa, altrimenti andrebbero a caricare le capacità parassite del circuito di ingresso, causando una deriva incontrollabile della tensione di ingresso dell'amplificatore.

Nel caso di ingressi isolati, come ad esempio le termocoppie, occorre collegare i terminali flottanti a massa. Un esempio di questo collegamento è mostrato in Figura 3.16.

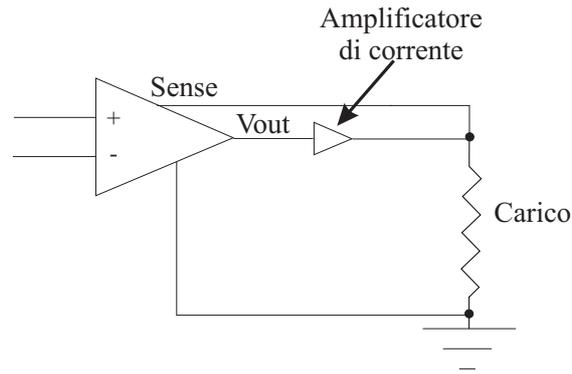


Figura 3.15: Amplificatore di strumentazione con amplificatore di corrente.

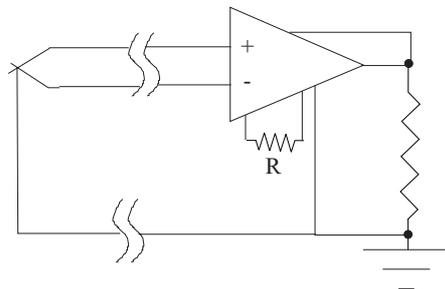
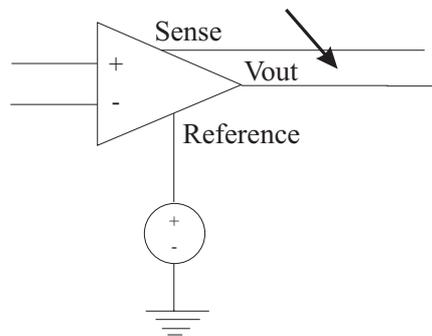


Figura 3.16: Collegamento di una termocoppa che consente lo scarico delle correnti di Bias.

Terminale di *reference*

Il terminale di *reference* può essere collegato ad un generatore di tensione anziché a massa per traslare il livello dell'uscita:



3.3 Filtri

L'ambiente industriale è caratterizzato dalla presenza di una moltitudine di campi elettromagnetici generati dalle diverse apparecchiature presenti, soprattutto motori elettrici, convertitori di potenza e dispositivi di comunicazione. Questi campi elettromagnetici vengono ovviamente rilevati dai collegamenti elettrici di segnale, disturbando la misura delle informazioni utili di sensori e trasduttori da elaborare per il controllo.

Per l'eliminazione delle componenti indesiderate di disturbo, si rende necessaria l'introduzione nella catena di acquisizione del segnale di dispositivi di filtraggio, in grado di selezionare, attraverso la modifica delle caratteristiche spettrali dei segnali, le componenti armoniche a frequenze "utili" da quelle riconoscibili come "rumore elettromagnetico".

La descrizione di un filtro avviene solitamente attraverso la sua funzione di trasferimento, espressa con una trasformata di Laplace $T(s)$, oppure attraverso la **funzione di attenuazione** (in dB), derivata da $T(s)$ come segue:

$$A(\omega) = -20 \log |T(j\omega)|$$

Poichè un filtro è un dispositivo il cui ruolo è quello di produrre un segnale di uscita che riproduca il segnale di ingresso, mantenendone inalterate le caratteristiche frequenziali "desiderate" ed eliminando i disturbi, la sua funzione di trasferimento è in genere caratterizzata dalle "bande" (di frequenza) cosiddette passanti, nelle quali il guadagno di $T(s)$ è unitario o, equivalentemente, l'attenuazione nulla, e dalle bande attenuate, nelle quali l'attenuazione è idealmente infinita. Per tale motivo, i filtri si classificano anzitutto, in funzione delle bande passanti, in:

- Passa-basso (Low-pass)
- Passa-alto (High-pass)
- Passa-banda (Band-pass)
- Elimina-banda (Band-reject o Notch-Filter)

I diagrammi di ampiezza delle funzioni di trasferimento ideali dei vari tipi di filtri sono mostrati in Figura 3.17. Nelle realizzazioni pratiche, tali funzioni di trasferimento ideali sono approssimate tollerando una attenuazione non nulla nelle bande passanti, nelle quali il guadagno può anche non essere precisamente costante (es. caratterizzato da un "ripple" al variare della frequenza), una attenuazione non infinita nelle bande eliminate ed una banda non infinitesima di frequenze di transizione fra passanti ed attenuate.

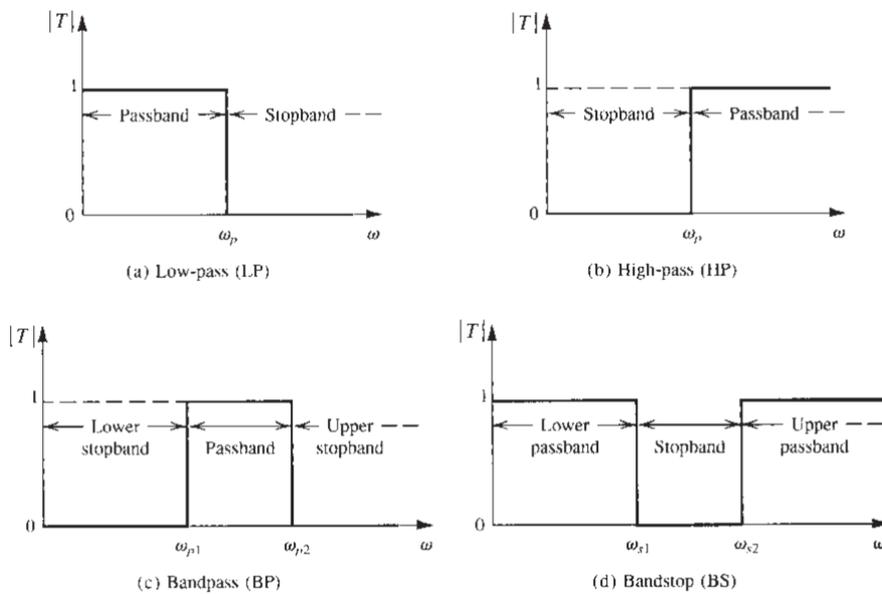


Figura 3.17: Diagrammi di ampiezza di filtri ideali

3.3.1 Filtri analogici

La più semplice realizzazione di un circuito di filtraggio passa-basso è costituita dalla rete RC di Figura 3.18.

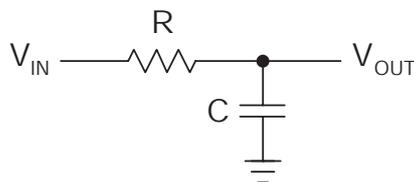


Figura 3.18: Filtro RC passa-basso del primo ordine

Questo circuito ha funzione di trasferimento:

$$T(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

che è una funzione del primo ordine con frequenza di taglio (attenuazione 3 dB) $\omega_c = 1/RC$. Tuttavia, è noto che la pendenza nella zona di transizione fra banda passante ed attenuata di un filtro del primo ordine è solamente di 20 dB per decade (in un diagramma logaritmico), per cui le sue caratteristiche sono molto lontane da quelle di un filtro ideale. Aumentando l'ordine del filtro, ad esempio utilizzando molteplici filtri RC in cascata, eventualmente disaccoppiandoli con amplificatori operazionali in configurazione buffer come mostrato in Figura 3.19, si possono ottenere ovviamente approssimazioni migliori.

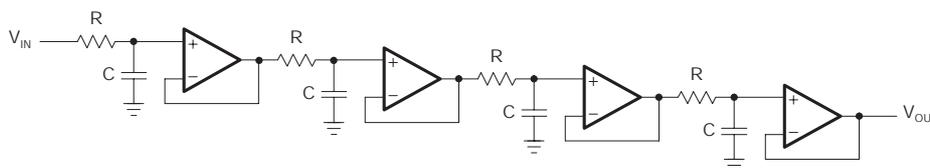


Figura 3.19: Filtro RC passa-basso del quarto ordine

In realtà, le caratteristiche di filtri puramente RC hanno sempre delle limitazioni, dovute principalmente alla presenza di poli puramente reali che non permettono di ottenere buone caratteristiche in termini di sfasamento. In particolare, lo sfasamento di un filtro RC di qualunque ordine ha sempre una caratteristica fortemente nonlineare in funzione della frequenza, condizione che introduce notevole distorsione nel segnale (v. Sezione 2.4.2). Per migliorare la linearità della fase, seppure sempre in modo approssimato, è necessario introdurre poli complessi coniugati, che possono essere ottenuti inserendo anche delle induttanze nel circuito di filtraggio. Ad esempio, il circuito RLC di Figura 3.20 è un filtro passa-basse con funzione di trasferimento:

$$T(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

la quale, analogamente a quella di un filtro RC, può essere utilizzata come base per la composizione, tramite serie di blocchi RLC, di filtri di ordine più elevato.

La realizzazione di induttanze, soprattutto in circuiti integrati, richiede però notevole occupazione di spazio. Per questo motivo, nei casi in cui si debbano ottenere filtri a basse frequenze (valore di L molto elevato), si preferisce realizzare circuiti di filtraggio nei quali non vengano utilizzate induttanze. Una topologia molto nota per la realizzazione di filtri del secondo ordine con poli complessi, che sfrutta un amplificatore operazionale, è quella detta di **Sallen-Key**, rappresentata nella Figura 3.21 con la configurazione passa-basso a guadagno unitario. La funzione di trasferimento di questo circuito è:

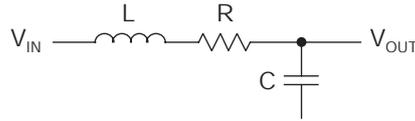


Figura 3.20: Filtro RLC passa-basso del secondo ordine

$$T(s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + C_2 (R_1 + R_2) s + 1}$$

Si noti che, a differenza del filtro presentato in Figura 3.19, nel quale gli amplificatori operazionali sono usati solamente come stadi di disaccoppiamento non determinanti ai fini della caratteristica in frequenza, nel filtro di Sallen-Key la retroazione dell'amplificatore è fondamentale per la realizzazione dell'azione filtrante. In generale, i circuiti che sfruttano amplificatori operazionali retroazionati per il filtraggio di segnali vengono chiamati **filtri attivi**, mentre quelli che utilizzano solo componenti di tipo RLC (con eventuale disaccoppiamento fra più stadi) sono classificati come **filtri passivi**.

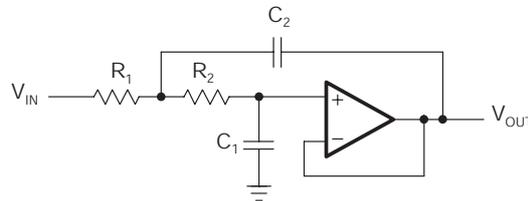


Figura 3.21: Filtro passa-basso attivo con topologia Sallen-Key

Infine, occorre osservare che per miniaturizzare ulteriormente un circuito integrato di filtraggio, anche le resistenze costituiscono componenti “difficili” da realizzare, sia per ottenere valori precisi che per limitare lo spazio occupato. Per ovviare a queste problematiche, la tecnologia più utilizzata è quella dei **condensatori commutati**. Nei filtri a condensatori commutati le resistenze sono sostituite da schemi circuitali come quello mostrato dalla Figura 3.22, costituito da due transistor di tipo MOS e da un condensatore, componenti di facile integrazione nei chip di silicio. Il principio di funzionamento del circuito è il seguente: accendendo e spegnendo in modo alternato i due transistori MOS (G1 ON - G2 OFF \rightarrow G1 OFF - G2 ON), con una frequenza opportuna $f_c = 1/T$ (maggiore di quella della banda passante del segnale in ingresso), si ottiene un trasferimento di carica dall'ingresso all'uscita, che corrisponde al passaggio di una “corrente” virtuale. La carica trasferita è quella immagazzinata dal condensatore C_1 durante la fase G1 ON - G2 OFF, pari a:

$$Q = C_1 V_i$$

Mediamente, tale trasferimento di carica dall'ingresso all'uscita è riconducibile ad una corrente equivalente:

$$I_{eq} = \frac{Q}{T}$$

la quale, a sua volta, può essere considerata come la corrente dovuta ad una differenza di potenziale ai capi di una resistenza:

$$I_{eq} = \frac{V_i}{R}$$

Unendo le tre relazioni precedenti, si può verificare che lo schema simula una resistenza di valore:

$$R = \frac{T}{C_1} = \frac{1}{C_1 f_c}$$

Riassumendo, la realizzazione di circuiti analogici per il filtraggio di segnali può essere effettuata con:

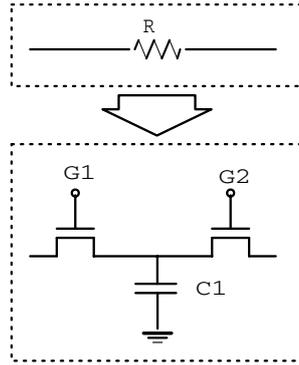


Figura 3.22: Sostituzione di resistenze con condensatori commutati per i filtri analogici

- **Filtri passivi RLC:** per avere “buone caratteristiche” servono le induttanze, che però sono difficili da realizzare nei circuiti integrati.
- **Filtri attivi RC:** le induttanze non sono necessarie, grazie all’impiego di amplificatori operazionali. Permangono le problematiche legate alle dimensioni ed alla precisione delle resistenze nelle realizzazioni con circuiti integrati.
- **Filtri attivi a condensatori commutati (Switched Capacitor Filter, SCF),** i più idonei alla miniaturizzazione, dato che “simulano” le resistenze con schemi circuitali come quello mostrato dalla Figura 3.22.

3.3.2 Filtri digitali

Come descritto nella Sezione 1.1, una qualunque funzione di trasferimento $G(s)$ può essere realizzata, seppure introducendo approssimazioni, da un sistema digitale, costituito cioè da convertitori A/D-D/A e da un microprocessore. In questo caso, la funzione di trasferimento è tempo-discreta ed è formulata con una Z-trasformata $G(z)$, anziché con una trasformata di Laplace. Tale considerazione, che in precedenza era stata fatta per la realizzazione di un controllore con funzione di trasferimento $Gc(s)$, è altrettanto valida per la realizzazione di filtri con funzione di trasferimento, progettata nell’ipotesi di tempo continuo, $T(s)$. Ovviamente, anche per i filtri digitali, così come per i controllori digitali, è necessario tollerare una approssimazione implicita introdotta dal passaggio a tempo discreto e dalla quantizzazione dei segnali.

Anche i filtri digitali possono essere classificati in base alle modalità di realizzazione. Tuttavia, non essendo presenti “componenti” fisici come nei filtri analogici, tale classificazione si basa unicamente sulla struttura razionale della funzione di trasferimento $T(z)$, la quale permette di distinguere fra:

- **Infinite Impulse Filter (IIR)** o Filtri Ricorrenti, così chiamati perchè la loro implementazione prevede che il valore di uscita dipenda dai dati campionati agli istanti passati sia per il segnale in ingresso che per il segnale filtrato (elaborato dal calcolatore) in uscita.
- **Finite Impulse Filter (FIR)** o Filtri Non Ricorrenti, la cui implementazione prevede l’utilizzo solamente dei dati campionati agli istanti passati per il segnale di ingresso. La loro implementazione richiede in genere maggiore memoria degli IIR (più campioni per realizzare la stessa azione filtrante), ma hanno il vantaggio di avere sempre funzioni di trasferimento stabili.

Per comprendere meglio la differenza fra IIR e FIR, si considerano nel seguito **equazioni alle differenze finite**, che rappresentano l’implementazione diretta di filtri digitali, anziché Z-trasformate. Intuitivamente e senza introdurre considerazioni sulla frequenza dei disturbi, si può ipotizzare che un semplice modo per “filtrare” un segnale campionato affetto da un rumore, se il rumore ha un valor medio nullo, sia quello di effettuare una **media mobile** degli ultimi N campioni memorizzati

del segnale in ingresso. In questo modo, l'effetto del rumore sarebbe tendente al suo valor medio, perciò prossimo allo zero. A titolo di esempio, si consideri l'equazione alle differenze:

$$y(k) = \frac{u(k) + u(k-1) + u(k-2) + u(k-3) + u(k-4)}{5}$$

nella quale k rappresenta l'istante attuale di campionamento e $k-i$ l'istante di campionamento passato da i periodi ed u il segnale da filtrare. Tale operazione corrisponde ad una media mobile su 5 campioni e rappresenta, al contempo, un filtro appartenente alla categoria FIR di ordine 4.

Si noti che, poichè il valore del segnale filtrato y all'istante di campionamento passato è:

$$y(k-1) = \frac{u(k-1) + u(k-2) + u(k-3) + u(k-4) + u(k-5)}{5}$$

l'operazione di filtraggio può essere calcolata in modo esattamente equivalente con l'operazione ricorsiva:

$$y(k) = y(k-1) + \frac{u(k) - u(k-5)}{5}$$

che rappresenta invece l'implementazione di un filtro IIR, con un evidente risparmio di dati memorizzati: tre anzichè cinque, ma, in generale, saranno sempre tre anzichè gli N della media mobile.

Come detto, il caso analizzato rappresenta un esempio semplice ed intuitivo di filtro a media mobile (**Moving Average, MAV**), progettato senza considerarne le caratteristiche di banda passante. Per l'analisi in frequenza dei filtri digitali, è necessario utilizzare la funzione di trasferimento $T(z)$, che, per il FIR e l'IIR descritti, può essere ottenuta molto semplicemente considerando che l'operazione di ritardo unitario (da k a $k-1$) equivale nel dominio delle Z -trasformate a moltiplicare il segnale per un fattore z^{-1} , per cui:

$$T_{FIR}(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}}{5} = \frac{z^4 + z^3 + z^2 + z^1 + 1}{5z^4}$$

$$T_{IIR}(z) = \frac{1 - z^{-5}}{5(1 - z^{-1})} = \frac{z^5 - 1}{5(z^5 - z^4)}$$

Un filtro a media mobile su N campioni, come quello descritto, ha una frequenza di taglio approssimabile con la formula:

$$f_s \approx \frac{f_c}{2N}$$

nella quale f_c è la frequenza di campionamento del segnale. Tuttavia, questi filtri non hanno in genere buone caratteristiche in termini di sfasamento, per cui solitamente il progetto di un filtro digitale, come del resto anche di un filtro analogico, viene effettuato anzitutto attraverso l'analisi in frequenza e nel dominio tempo continuo, dopodichè la $T(s)$ viene discretizzata e "tradotta" nell'equazione alle differenze realizzabile da un microprocessore.

3.3.3 Progetto di filtri

Per progettare filtri sia analogici che digitali, ovvero per definire la funzione di trasferimento che rispetti le specifiche su bande passanti e oscurate, si ricorre spesso a tipologie di funzioni standard, aventi struttura fissata, grazie alle quali è sufficiente imporre le frequenze di taglio e l'ordine desiderato per poter sintetizzare, applicando opportune formule o ricorrendo a determinate tabelle, i coefficienti della filtro richiesto. Esempi di funzioni di trasferimento standard per filtri di segnale sono le cosiddette "approssimazioni" (rispetto ad un filtro ideal) di **Butterworth**, di **Chebyshev** o di **Bessel**, dal nome di noti matematici che ne hanno descritto le caratteristiche.

Ad esempio, un filtro di Butterworth ha un guadagno descritto dalla seguente equazione:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2N}}}$$

I poli del filtro di Butterworth giacciono su una circonferenza di raggio $\omega_p(1/\epsilon)^{1/N}$, distanziati di angoli pari a π/N , il primo ad un angolo $\pi/2N$ dall'asse immaginario. In Figura 3.23 viene riportata la risposta in ampiezza di una famiglia di filtri di Butterworth di diverso ordine: ovviamente al crescere dell'ordine migliora l'approssimazione di un filtro ideale.

Per i filtri di Chebyshev, invece, il guadagno può essere descritto con la seguente equazione:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega)}}$$

dove $C_n(\omega)$ è un polinomio di ordine n che varia tra 0 e 1. Il fitro di Chebyshev è caratterizzato da un ripple nella banda passante, ma ha una zona di transizione verso la banda attenuata molto più ripida di un filtro di Butterworth dello stesso ordine, come evidenziato dalla Figura 3.24.

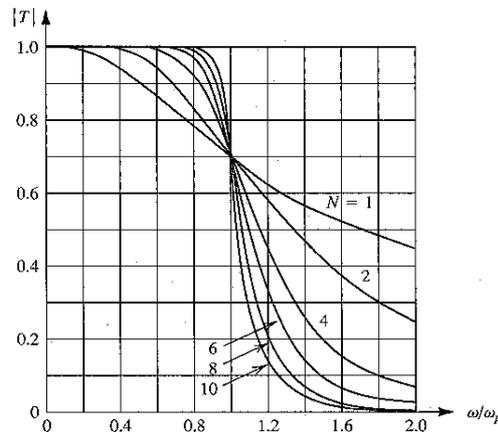


Figura 3.23: Confronto fra filtri di Butterworth di diverso ordine

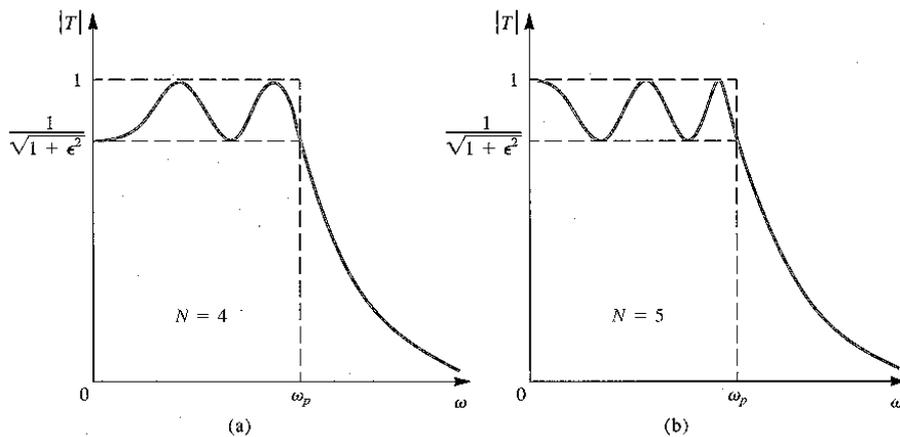


Figura 3.24: Filtri di Chebyshev di ordine pari e dispari

3.3.4 Problematiche di filtraggio in automazione

Nelle applicazioni di interesse per il controllo e l'automazione, le tipologie di filtraggio più usate sono certamente passa-basso ed elimina-banda (filtri di **notch**). Infatti, solitamente i disturbi elettromagnetici che si desidera annullare hanno un contenuto armonico in alta frequenza, mentre il segnale

utile, il cui contenuto armonico è rappresentativo del comportamento dinamico di un sistema fisico, è significativo a frequenze molto più basse. È quindi possibile nella maggior parte dei casi separare i segnali utili dai disturbi mediante filtri passa-basso. Tuttavia, è importante osservare che il contesto di riferimento nel quale vengono inseriti i filtri nella presente trattazione è sempre quello di uno schema di controllo in retroazione. In particolare, i filtri costituiscono un ulteriore contributo alla funzione di trasferimento del ramo di retroazione, analogamente a quanto detto per i trasduttori nella Sezione 2.4.2, che non può essere trascurato nell'analisi del sistema, soprattutto in caso di ordine molto elevato.

Nel caso dei filtri passa-basso, se da un lato si desidera aumentarne l'ordine e, pertanto, il numero di poli per aver una buona azione filtrante, dall'altro lato si desidera limitarne l'ordine, per non pregiudicare la stabilità totale del sistema. Infatti, poichè ogni polo del filtro introduce uno sfasamento di $\frac{\pi}{2}$, è sconsigliabile introdurre un filtro di ordine molto elevato in un sistema di controllo, in quanto si potrebbe avere un effetto di sfasamento anche nella banda di interesse del sistema controllato, con il risultato di diminuire i margini di stabilità progettati, come mostrato dalla Figura 3.25.

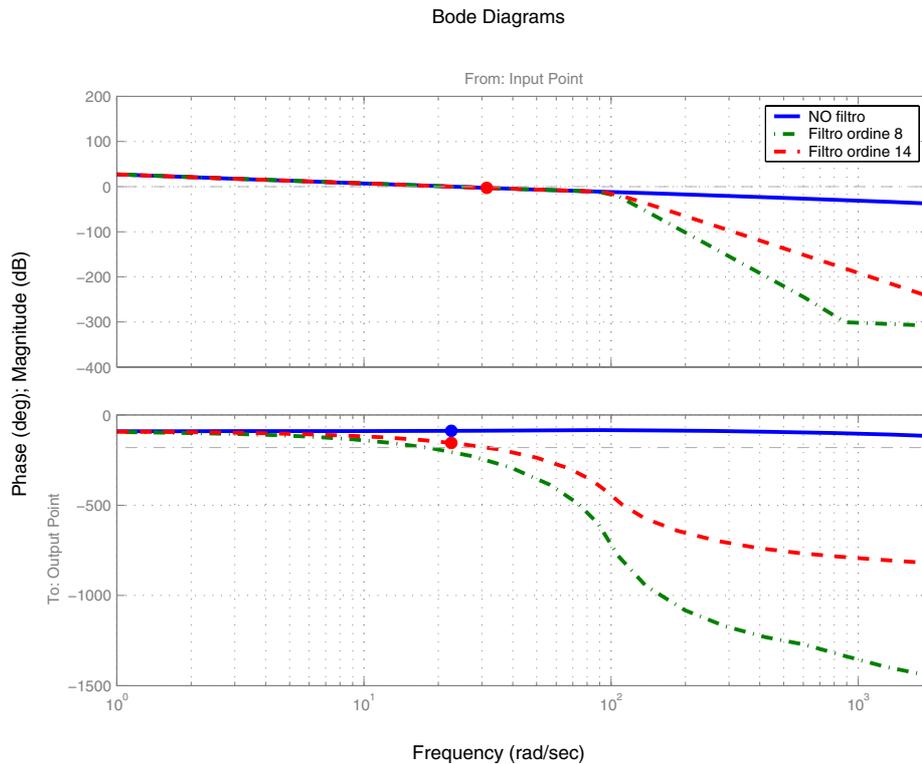


Figura 3.25: Effetto di filtri passa-basso sulla funzione di trasferimento d'anello di un sistema di controllo.

Per quanto riguarda l'uso di filtri elimina-banda nell'automazione, una situazione molto comune che li rende necessari è la presenza di **accoppiamenti elastici (giunti)** fra il rotore di un motore elettrico, il sensore di retroazione e la parte meccanica azionata dal motore. Molto spesso l'installazione di un sensore su un motore elettrico viene effettuata unendo gli alberi rotanti di motore e trasduttore con un giuntio flessibile che, da un lato garantisce una certa tolleranza nell'allineamento degli assi di rotazione (v. Figura 3.26), dall'altro introduce una elasticità torsionale fra motore e sensore, come schematizzato in Figura 3.27.

Questa elasticità dà luogo ad un termine del secondo ordine nella funzione di trasferimento del sistema, avente però due poli molto poco smorzati, con conseguenti problemi legati ai picchi di

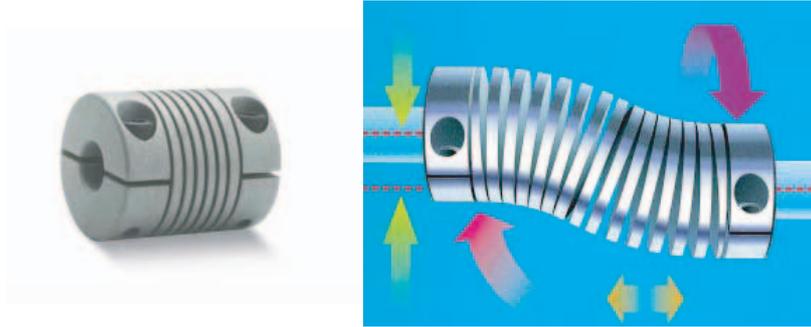


Figura 3.26: Giuntio flessibile per connessioni meccaniche

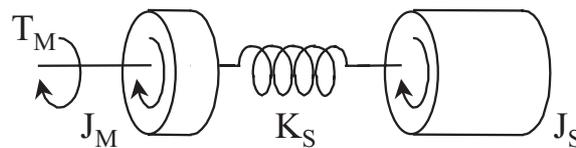


Figura 3.27: Schematizzazione del giunto flessibile come molla torsionale.

risonanza, posizionati a frequenza:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_S}{J_S}}$$

ed allo sfasamento introdotto nella banda di interesse del controllo. Come si può notare nella Figura 3.28, che mostra l'andamento della velocità misurata in risposta ad un gradino di set-point in un azionamento elettrico industriale, la risonanza meccanica non provoca necessariamente instabilità, ma fastidiose oscillazioni (grafico a sinistra) che non sarebbero presenti in caso di accoppiamento perfettamente rigido torsionalmente (grafico di destra). In questi casi, si può progettare un notch-filter centrato sulla frequenza di risonanza dell'accoppiamento elastico, facilmente identificabile con un'analisi spettrale che molti azionamenti elettrici industriali sono in grado di effettuare.

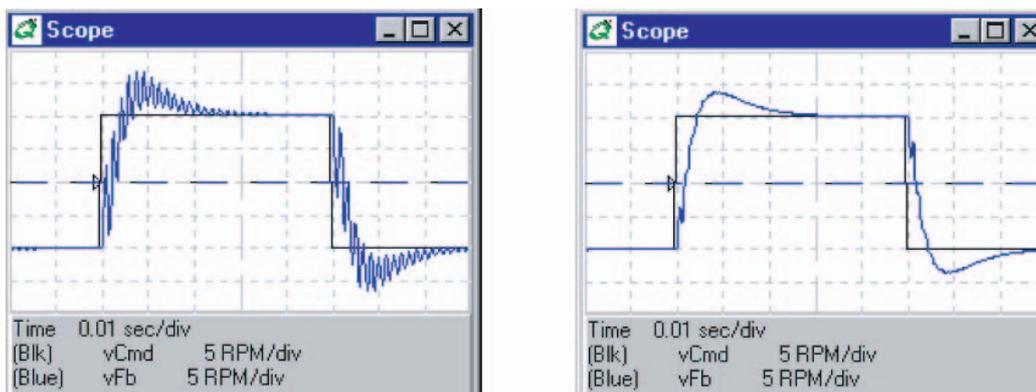


Figura 3.28: Grafici ottenuti da un reale azionamento industriale in applicazioni con risonanze meccaniche.

3.3.5 Filtraggio anti-aliasing e scelta del tempo di campionamento

L'eliminazione dei disturbi diventa particolarmente importante quando il segnale utile debba essere campionato e digitalizzato. Come noto, un segnale campionato ha un'andamento spettrale caratterizzato da ripetizioni dello spettro originario centrate su multipli della frequenza di campionamento, come schematizzato in Figura 3.29. Pertanto, per evitare la sovrapposizione delle componenti spettrali (**aliasing** dovuto al campionamento), occorre una frequenza di campionamento che rispetti la relazione, imposta dal teorema di Shannon:

$$f_c \geq 2f_{max}$$

dove f_{max} è la larghezza dello spettro del segnale originario, e $f_{c,min} = 2f_{max}$ viene detta anche **frequenza di Nyquist**⁷.

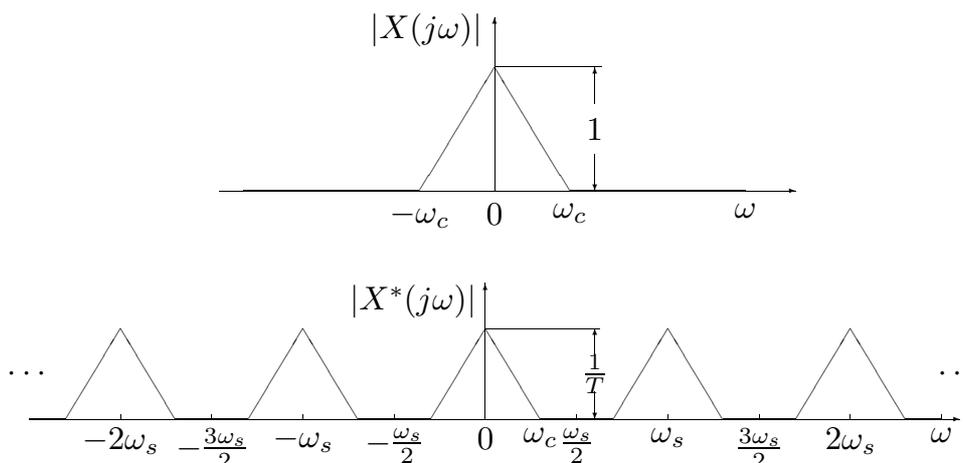


Figura 3.29: Effetti del campionamento di un segnale sullo spettro

Se vi sono componenti di rumore a frequenza maggiore di f_{max} ed il campionamento viene effettuato con frequenza prossima a quella di Nyquist, il rumore si sovrappone irrimediabilmente alle bande di interesse (**aliasing** dovuto ai disturbi) nello spettro del segnale campionato. Le possibili soluzioni a questo problema sono:

- L'inserimento di filtri passa-basso prima del campionamento (**Presampling**). In questo caso si parla di **Filtri anti-aliasing**.
- il campionamento a frequenza molto maggiore di $f_{c,min}$ ($8 \div 500 \times f_{max}$, **Oversampling**), ed il successivo filtraggio digitale del segnale.

Si noti che la frequenza di Nyquist può essere considerato un valore limite molto teorico e poco pratico, anche effettuando un'analisi maggiormente dettagliata delle caratteristiche di un sistema di controllo in retroazione tempo-discreto. I motivi che inducono a considerare scelte più stringenti del tempo di campionamento sono:

- l'ipotesi del teorema di Shannon è che il segnale sia ricostruito a partire dallo spettro campionato con un **ricostruttore ideale**, che però prevede di utilizzare anche campioni temporalmente successivi a quello dell'istante ricostruito. Questa condizione di **non causalità** non è realizzabile in un sistema di controllo.

⁷Il teorema sul tempo di campionamento fu dimostrato da Shannon nel 1949, ma la sua formulazione era già stata articolata da Nyquist nel 1928.

- ipotizzando che i valori della variabile di controllo varino solo in corrispondenza degli istanti di campionamento, il sistema fisico controllato si trova a ricevere in ingresso degli scalini di ampiezza dipendente dal tempo di campionamento stesso. Queste variazioni, se troppo brusche, possono sollecitare dinamiche non modellate in fase di progetto, che possono fare insorgere oscillazioni ed anche, a lungo andare, danneggiare gli attuatori.
- all'interno di un periodo di campionamento, il sistema evolve in catena aperta. Campionare a frequenza maggiore permetterebbe di controllare meglio le eventuali oscillazioni legate alle dinamiche trascurate.
- il periodo di campionamento impone anche un ritardo inevitabile nella risposta del sistema. Minore è questo ritardo, minori sono le problematiche legate alla stabilità.

Altri fattori che invece limitano il tempo di campionamento verso il basso sono principalmente legati agli effetti del rumore di quantizzazione, che aumentano al diminuire del tempo di campionamento, ed, ovviamente, al costo degli dispositivi di elaborazione necessari per realizzare un campionamento a frequenze molto elevate.

In generale, un buon criterio per la scelta della frequenza di campionamento si può considerare espresso dalla seguente disuguaglianza, che “migliora” in base alle precedenti considerazioni pratiche quella teorica definita da Shannon:

$$10f_{max} \leq f_c \leq 40f_{max}$$

3.4 Isolatori galvanici.

Spesso la parte operativa di una macchina automatica si trova ad operare a tensioni e correnti molto elevate, potenzialmente dannose sia per l'uomo che per la circuiteria dell'unità di governo. Inoltre, nel caso i collegamenti a massa siano differenti (e molto distanti tra loro) per le sorgenti di segnale e per i dispositivi di misura, si deve tener conto della possibile differenza di potenziale fra le due masse di riferimento, che può essere anche di notevole entità. Per evitare quindi che queste problematiche possano danneggiare l'unità di governo o degradare la qualità del segnale acquisito, occorre utilizzare degli isolatori galvanici per interrompere la continuità elettrica tra la parte operativa (sensori ed attuatori) e l'unità di governo.

L'isolamento è realizzato in modo diverso per i diversi tipi di segnali, digitali o analogici.

3.4.1 Isolamento di segnali digitali: optoisolatori

Per i segnali logici, non essendo richieste caratteristiche di linearità, viene solitamente sfruttato l'accoppiamento optoelettronico tra un diodo emettitore di luce (LED) e un foto-transistor, realizzando dispositivi detti appunto **optoisolatori**. Come schematizzato dalla Figura 3.30, tratta dal datasheet del componente Texas Instruments TIL917, un optoisolatore integra solamente i componenti di base (LED e foto-transistor), che possono poi essere configurati in modo da realizzare un circuito invertente (NOT) o non invertente. Quando il LED è attivato, infatti, il transistor va in conduzione e, se il suo emettitore è collegato direttamente a massa, pone ad un livello logico basso l'uscita. Il circuito mostrato è pertanto non invertente.

3.4.2 Amplificatori di isolamento

Per l'isolamento di segnali analogici in alternata si può usare semplicemente un trasformatore di isolamento, mentre per quelli analogici a bassa frequenza occorre uno speciale amplificatore detto, appunto, di isolamento. Un amplificatore di isolamento è un dispositivo la cui funzione primaria consiste nel fornire un isolamento galvanico tra lo stadio di ingresso e quello di uscita ed è solitamente costituito da uno stadio amplificatore di ingresso (con amplificatore operativo o di strumentazione) e da uno stadio di isolamento a guadagno unitario.

In linea di principio sulla barriera di isolamento la continuità elettrica dei collegamenti è interrotta, mentre è mantenuta la continuità di trasferimento del segnale che attraversa la barriera senza

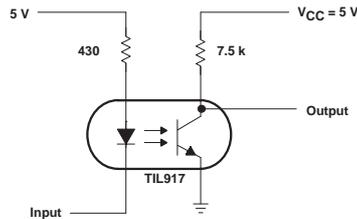


Figura 3.30: Accoppiamento optoelettronico per segnali logici

subire attenuazioni. Graficamente, un amplificatore di isolamento viene distinto da un normale amplificatore con il simbolo di Figura 3.31.

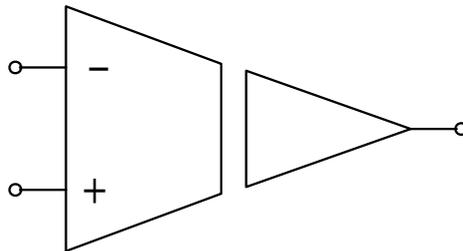


Figura 3.31: Amplificatore di isolamento

La barriera di isolamento viene realizzata comunemente secondo una delle seguenti modalità:

- con l'**accoppiamento capacitivo**. Come descritto dalla Figura 3.32, relativa allo schema circuitale del dispositivo Burr-Brown ISO120, il segnale viene modulato in modalità **PWM** (Pulse Width Modulation, modulazione a larghezza dell'impulso) per poter essere trasferito attraverso la barriera capacitiva, oltre la quale viene demodulato e filtrato, per attenuare le oscillazioni implicite nel processo di demodulazione di un segnale PWM.
- con l'**accoppiamento optoelettronico**. In questo caso il passaggio del segnale avviene sfruttando un LED ed una coppia di diodi fotorivelatore (v. Figura 3.33), uno dei quali utilizzato come retroazione per fare in modo che la corrente nel diodo illuminato dello stadio di uscita sia uguale a quella del diodo illuminato dello stadio di ingresso, proporzionale alla tensione di ingresso:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_g} = I_2 = \frac{V_{out}}{R_k}$$

$$\Rightarrow V_{out} = V_{in} \frac{R_k}{R_g}$$

Le caratteristiche di scarsa linearità (che dipendono dalle discrepanze costruttive tra i due diodi fotorivelatori) e l'accuratezza minore rispetto ad altri tipi di amplificatori di isolamento, sono contrapposte alla banda passante elevata e alle dimensioni contenute.

- con l'**accoppiamento trasformatore**. Sfruttando la modulazione in ampiezza è possibile trasmettere il segnale attraverso gli avvolgimenti di un trasformatore (v. Figura 3.34). Benchè abbiano banda passante non elevatissima, gli amplificatori di isolamento a trasformatore hanno la possibilità di integrare l'isolamento del segnale e quello dell'alimentazione. Questa caratteristica fa sì che essi siano certamente quelli maggiormente utilizzati nelle applicazioni industriali industriali.

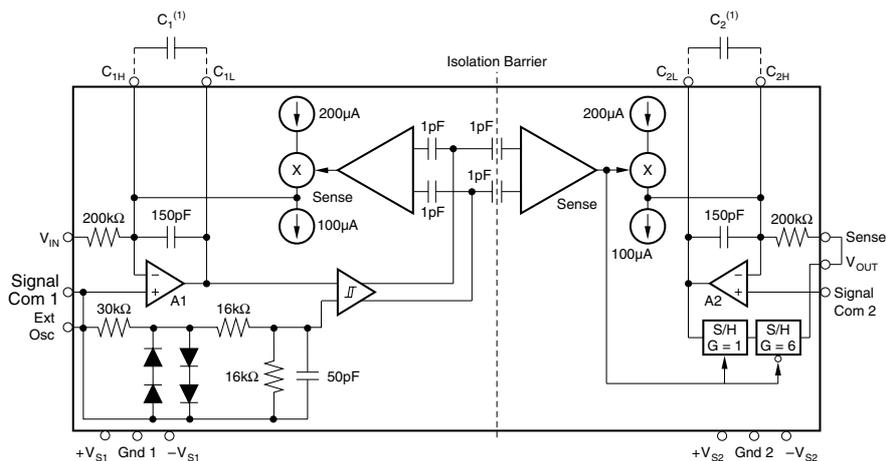


Figura 3.32: Amplificatore di isolamento ad accoppiamento capacitivo

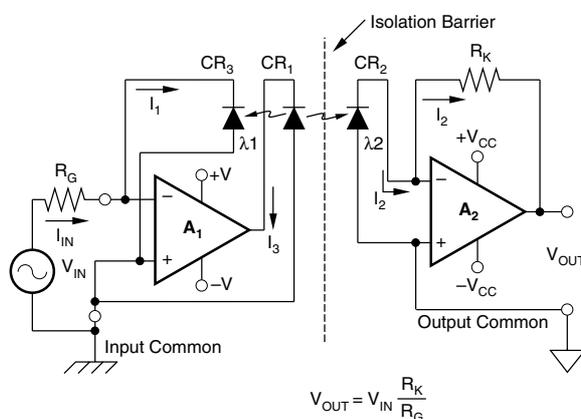


Figura 3.33: Amplificatore di isolamento ad accoppiamento optoelettronico

Nei Datasheets degli amplificatori di isolamento, si trovano indicati i termini **Isolation Mode Rejection Ratio (IMRR)** e **Isolation Mode Rejection (IMR)**, in relazione tra loro in modo analogo a quello tra CMRR e CMR. Il valore di IMRR rappresenta una misura della bontà dell'isolamento garantito dal componente, in relazione alla differenza di potenziale fra il terminale di modo comune del segnale differenziale di ingresso e la massa della tensione d'uscita, identificata dal valore V_{iso} nella Figura 3.35. Ovviamente, anche il valore massimo di V_{iso} è significativo per valutare le caratteristiche del componente. In totale, ipotizzando che l'amplificatore abbia un guadagno non necessariamente unitario G_v , la tensione di uscita va considerata pari a:

$$V_{out} = (V_{sig} \pm \frac{V_{cm}}{CMRR} \pm \frac{V_{iso}}{IMRR}) G_v$$

3.5 Multiplazione del segnale

Solitamente nei processi industriali controllati sono presenti decine di sensori, per cui non è economico riservare a ciascun segnale un sistema di acquisizione (amplificazione, conversione analogica/digitale) dedicato.

In tal caso lo schema di acquisizione prevede uno stadio di multiplazione dei segnali in ingresso

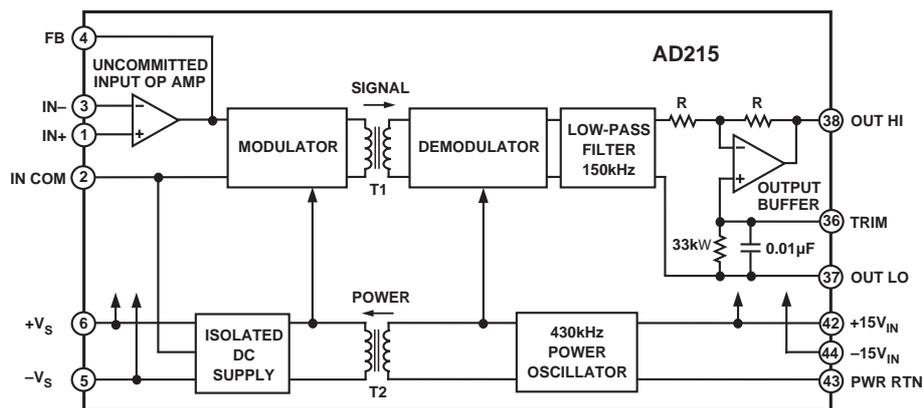


Figura 3.34: Amplificatore di isolamento ad accoppiamento trasfornatorico

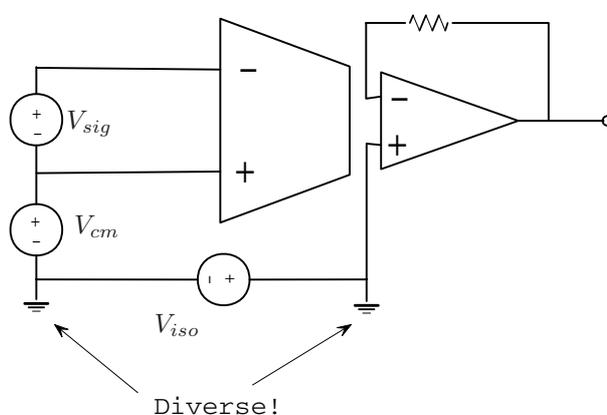


Figura 3.35: Contributi alla tensione d'uscita nell'amplificatore di isolamento

in un unico canale di acquisizione, implementato mediante particolari dispositivi denominati **multi-plexer**. I multiplexer sono dispositivi caratterizzati da molti ingressi ed una sola uscita e possono essere di tipo analogico e digitale. In funzione di opportuni segnali logici di selezione, uno ed un solo ingresso è messo in comunicazione con l'unica uscita. L'Unità di Governo scandisce, uno dopo l'altro, tutti gli ingressi e li legge ad una velocità tale da garantire il rispetto del teorema del campionamento su quel determinato segnale.

Il **Multiplexer analogico** è un dispositivo che consente di commutare n canali analogici in ingresso in un unico canale analogico di uscita. La commutazione viene comandata da un segnale digitale che codifica il canale di ingresso da selezionare.

Il multiplexer analogico può essere a **canale singolo** oppure a **canale differenziale**. Nel primo caso il dispositivo è predisposto a commutare canali analogici singoli, mentre nel secondo è utilizzabile su segnali differenziali.

Lo schema funzionale del multiplexer analogico a canale singolo è mostrato in figura 3.36. Nello schema è possibile notare gli ingressi analogici indicati con i simboli In_1, \dots, In_n . Ciascun canale di ingresso può essere o meno in collegamento con l'uscita a seconda dello stato di un interruttore comandato da un decoder logico. Il decoder attiva un solo interruttore alla volta in base ad un segnale digitale rappresentato dagli ingressi A_1, \dots, A_m , $m = \log_2(n)$, che codificano il canale di ingresso da attivare. Un ulteriore segnale logico di *Enable* consente di disattivare tutti gli interruttori contemporaneamente, ottenendo una disconnessione completa del canale di uscita.

Il multiplexer è tipicamente utilizzato come primo componente di un sistema di acquisizione,

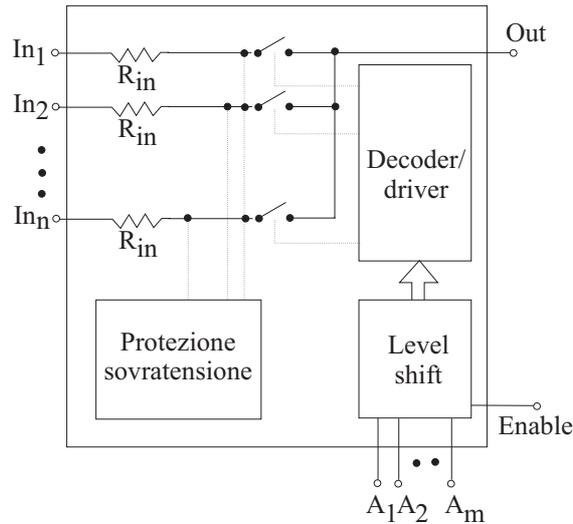


Figura 3.36: Multiplexer analogico

per cui può essere collegato a trasduttori remoti, che possono avere una tensione di uscita con valore molto diverso dal riferimento di tensione del multiplexer. Questo può produrre un possibile danneggiamento del componente, e quindi è giustificata la presenza di un dispositivo di protezione dalle sovratensioni sul segnale di ingresso.

Inoltre, le protezioni per gli ingressi comprendono anche una resistenza R_{in} posta in serie a ciascun segnale analogico, il cui ruolo è quello di evitare di corto-circuitare i canali di ingresso tra loro quando il multiplexer non è alimentato o è guasto. Tuttavia, come si vedrà in seguito, la presenza di tale resistenza può peggiorare la qualità del segnale analogico in transito.

In figura 3.37 è mostrato il dispositivo a canale differenziale. L'unica differenza sostanziale consiste nella presenza di due canali analogici accoppiati corrispondenti ad un'unica configurazione digitale per la selezione del canale.

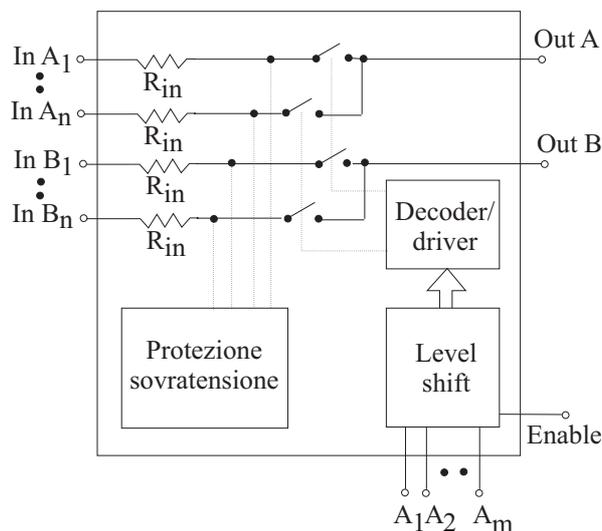


Figura 3.37: Multiplexer analogico differenziale

3.5.1 Caratteristiche statiche del multiplexer analogico

Il circuito equivalente del multiplexer analogico a singola uscita è mostrato in Figura 3.38. Il canale del multiplexer selezionato è modellato tramite una resistenza di canale indicata solitamente con R_{on} . Questa resistenza si va ad aggiungere alla impedenza di uscita della sorgente di segnale V_{s1} . Se chiamiamo R_l la resistenza di carico, l'errore dovuto alla ripartizione del segnale utile V_{s1} vale:

$$e\% = \frac{R_{s1} + R_{on}}{R_{s1} + R_{on} + R_l} \times 100$$

I canali aperti del multiplexer presentano una resistenza R_{off} non infinita ai segnali non selezionati. L'effetto di tali non idealità vengono tenute in conto attraverso una corrente di perdita I_{leak} (*leakage current*). Tale correnti di *leakage* sommate alla corrente di bias I_{bias} dell'amplificatore producono una tensione di *offset* quantificabile in:

$$V_{offset} = (I_{bias} + I_{leak})(R_{on} + R_{s1})$$

Per minimizzare questi errori occorre:

- Usare un amplificatore con impedenza di ingresso più elevata possibile.
- Usare un trasduttore con impedenza di uscita più piccola possibile.

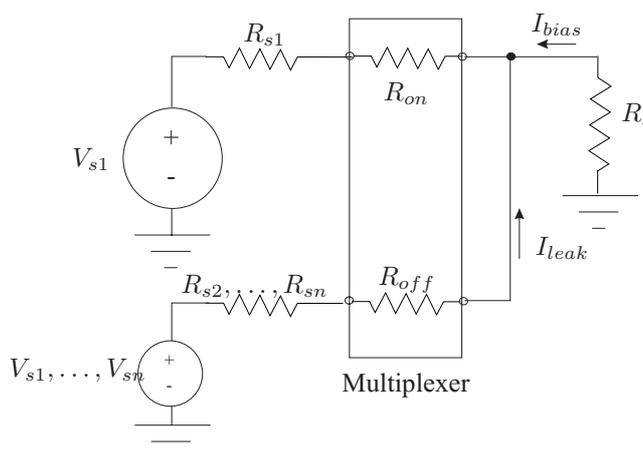


Figura 3.38: Circuito equivalente del multiplexer ad uscita singola.

In Figura 3.39 è mostrato il circuito equivalente di un multiplexer differenziale, in cui è possibile notare gli stessi fenomeni parassiti del multiplexer a singolo canale, la resistenza R_{on} del canale selezionato e la corrente di leakage I_{leak} relativa ai canali non selezionati.

Nel caso del multiplexer differenziale occorre tenere in conto anche la differenza del valore reale dei fenomeni parassiti tra i due canali ΔI_{leak} e ΔR_{on} , in quanto produce un errore sul segnale differenziale.

3.5.2 Caratteristiche dinamiche del multiplexer analogico

Il multiplexer analogico presenta un comportamento dinamico rilevante, in quanto durante le commutazione tra due canali, che generalmente si trovano a differenti potenziali, le capacità parassite associate al componente, al trasduttore connesso al canale attivo ed al carico (in generale un amplificatore) producono dei ritardi temporali nell'assestamento del segnale.

Per tenere conto di questi effetti il costruttore del componente dichiara un tempo di assestamento (**settling time**) che corrisponde al tempo necessario affinché il segnale si assesti all'interno di una

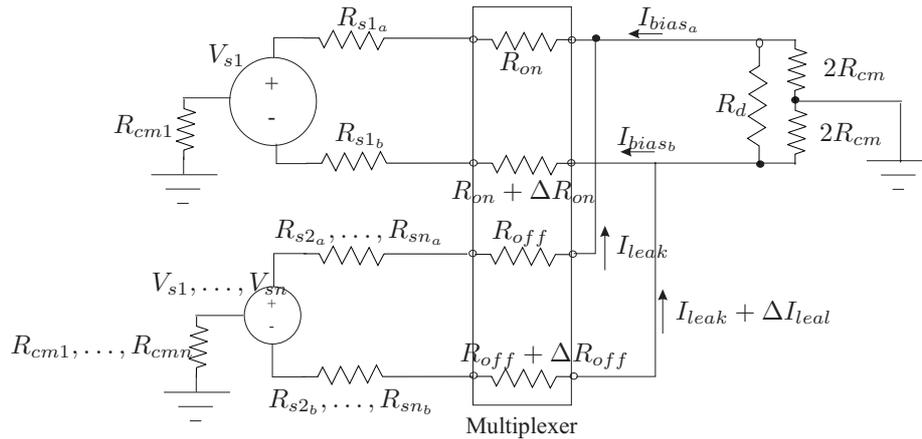


Figura 3.39: Circuito equivalente del multiplexer ad uscita differenziale.

fascia centrata attorno al valore di regime. L'ampiezza della fascia di assestamento è misurata in percento del valore di regime.

Altri parametri dinamici del multiplexer sono relativi alla interfaccia digitale di selezione del canale. Nel seguito alcuni di questi parametri vengono elencati:

- **Access time**, t_A . Il tempo che intercorre dall'applicazione di una configurazione di ingresso digitale e la chiusura del canale analogico corrispondente.
- **Break-before-make delay**, t_{open} . Per evitare che due canali analogici si trovino in cortocircuito, la logica di commutazione del multiplexer interpone un certo ritardo tra l'apertura del canale analogico correntemente attivo e la chiusura del canale analogico da attivare. Tale ritardo viene detto t_{open} .
- t_{on} e t_{off} . L'uscita analogica del multiplexer può essere isolata completamente dagli ingressi agendo sul segnale digitale di *enable*. Il ritardo tra l'attivazione e la disattivazione dell'enable e l'effettivo isolamento dell'uscita analogica viene indicato dai tempi t_{on} e t_{off} .

3.5.3 Espansione a più canali

In genere i multiplexer analogici sono prodotti in taglie da 8 o 16 ingressi (singolo canale) oppure 4 o 8 ingressi (differenziali). Volendo acquisire più segnali di ingresso è possibile utilizzare una configurazione con più multiplexer, che possono essere connessi "a nodo singolo" (*Single-node expansion*, Figura 3.40), oppure a due livelli (*Two-tier expansion*, Figura 3.41).

La configurazione a nodo singolo, pur essendo meno costosa, non è immune da possibili guasti di anche un solo componente. Infatti, qualora uno dei multiplexer si danneggi, il livello di tensione di uscita non è più attendibile. Inoltre, sul nodo di uscita si accumulano le correnti di leakage di tutti i dispositivi. La configurazione a due livelli impiega un multiplexer in più rispetto alla connessione a nodo singolo, tuttavia è immune da possibili guasti di uno dei multiplexer di primo livello, ed ha una corrente di leakage dovuta al solo multiplexer di secondo livello.

3.6 Campionamento e tenuta (sample and hold).

Il dispositivo di campionamento/tenuta (**Sample and Hold**, S/H) viene solitamente abbinato ad un convertitore analogico-digitale per mantenere ad un valore fisso il segnale analogico da convertire, e quindi evitare variazioni durante il processo di conversione. L'effettiva necessità di inserire un dispositivo S/H dipende dalla relazione tra il tempo impiegato dal convertitore per effettuare il passaggio analogico-digitale e la massima velocità di variazione del segnale. Infatti, se quest'ultima

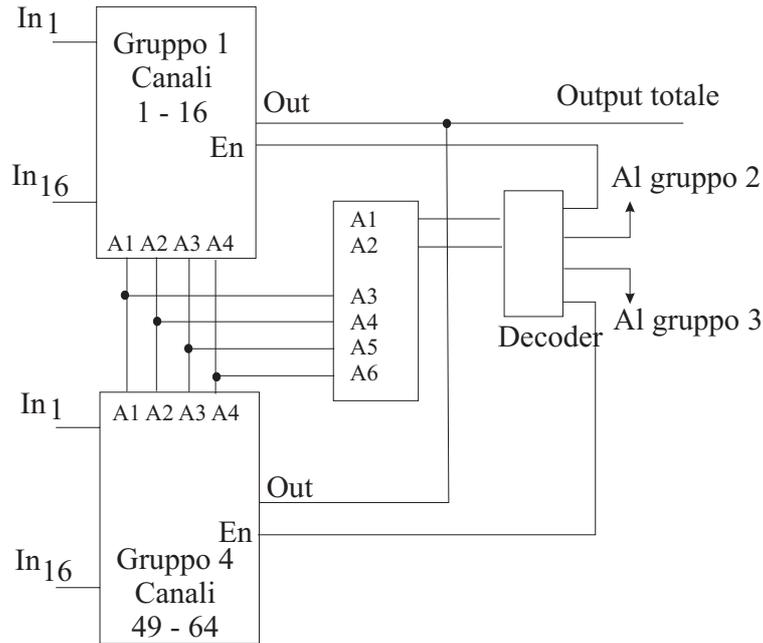


Figura 3.40: Connessione a nodo singolo per 4 multiplexer.

è nota e limitata, come potrebbe essere se a monte troviamo un amplificatore del quale sia fornita la specifica di **slew-rate**, si può verificare se la variazione di segnale durante il tempo di conversione è inferiore al valore di 1 LSB, che non causerebbe una diversa configurazione digitale:

$$T_{conv} \left. \frac{dV_i}{dt} \right|_{max} \leq \frac{V_s}{2^N}$$

Dal punto di vista logico il S/H ha due stati di funzionamento:

- **Lo stato di “sample” o “tracking”**, in cui il segnale analogico che si presenta in ingresso al componente viene riportato all’uscita, in genere con guadagno unitario.
- **Lo stato di “hold”**, in cui il segnale analogico di ingresso al componente in un certo istante, viene mantenuto costante all’uscita.

Schematicamente (Figura 3.42) il componente è costituito da un interruttore che viene mantenuto chiuso da un opportuno ingresso di comando digitale durante la fase di acquisizione del segnale, e viene aperto durante la fase di mantenimento.

Quando l’interruttore è aperto, la tensione di segnale corrispondente al momento di apertura viene mantenuta da un condensatore C che si trova ad essere isolato elettricamente da un lato dall’apertura dell’interruttore e, dall’altro, dalla impedenza di ingresso dell’amplificatore operazionale.

3.6.1 Caratteristica di un sample and hold.

Il circuito reale che implementa il sample and hold è chiaramente differente dallo schema logico presentato, e quindi la caratteristica reale del sample and hold è complicata da alcuni effetti indesiderati che si accompagnano alla implementazione del dispositivo. (si veda la Figura 3.43). Nel seguito alcuni di questi effetti verranno considerati.

- **Acquisition time.** Corrisponde al tempo che impiega il componente a stabilizzare la tensione di uscita al valore della tensione di ingresso nel passaggio da una fase di hold ad una di sample. Se teniamo in conto delle resistenze spurie in serie al segnale (resistenza nello stato chiuso

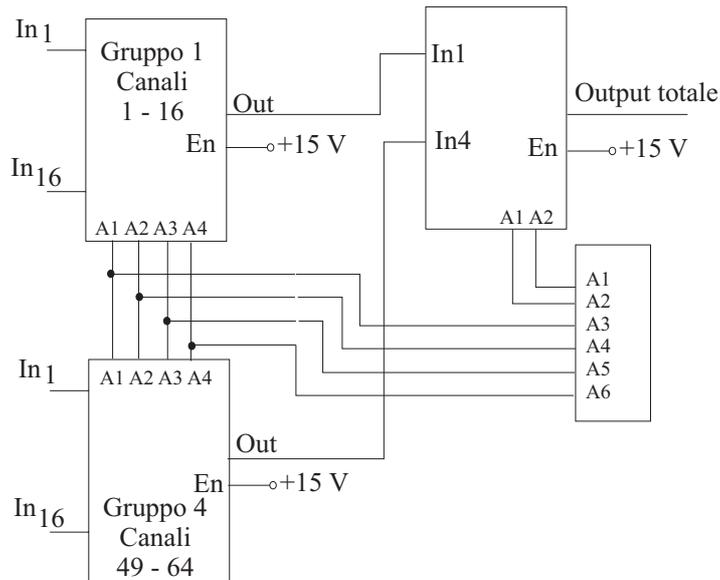


Figura 3.41: Connessione a due livelli per 4 multiplexer.

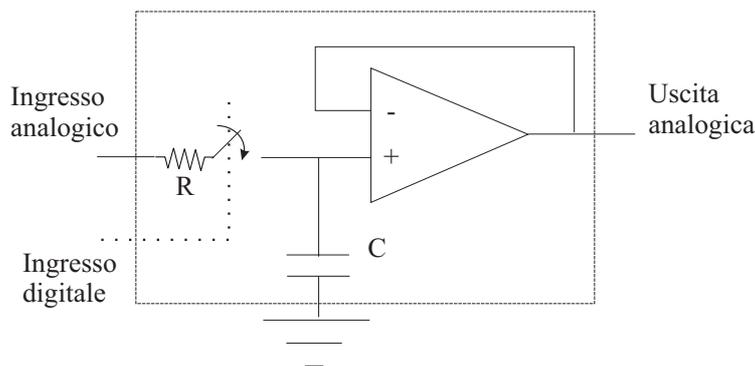


Figura 3.42: Schema funzionale del sample and hold.

dell'interruttore, resistenza di uscita del circuito a monte del S/H) indicate con R nello schema di Figura 3.42, il tempo di acquisizione è proporzionale alla costante di tempo $\tau = RC$, e quindi dal valore di capacità del condensatore.

- **Droop rate.** A causa delle inevitabili correnti di perdita (leakage) dell'interruttore la tensione acquisita non viene perfettamente mantenuta ad un valore costante, ma piuttosto il condensatore tenderà a scaricarsi nel tempo secondo la legge:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{I_{leak}}{C}$$

dove I_{leak} è la corrente di leakage e C la capacità del condensatore.

Per minimizzare il *droop rate* occorre scegliere condensatori di elevata capacità. Occorre però notare che questa specifica è in contrasto con quella relativa al tempo di acquisizione, e quindi la scelta del condensatore dovrà essere valutata in base al bilanciamento tra il *droop rate* e l'*acquisition time*.

Un possibile criterio di scelta consiste nel valutare un condensatore per il quale il *droop rate*

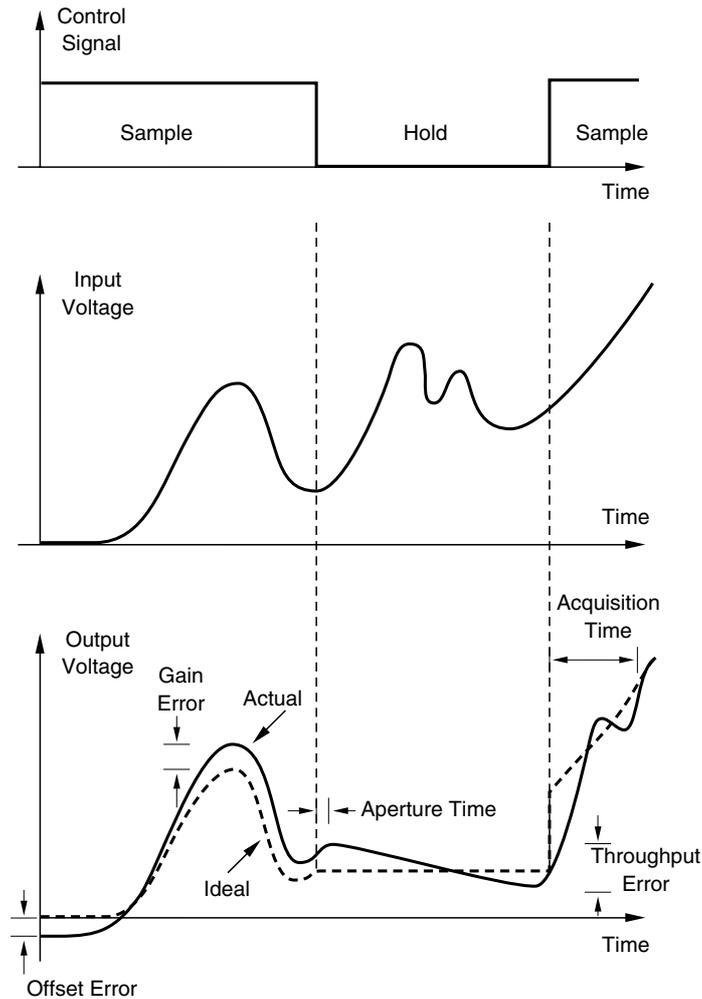


Figura 3.43: Possibili errori introdotti dal dispositivo di Sample and Hold.

moltiplicato per il tempo di conversione del ADC, produce un errore inferiore a $1/2$ LSB del convertitore. Di seguito si valuta se il corrispondente *acquisition time* è soddisfacente.

- **Aperture time.** Il tempo di apertura è il ritardo che introduce il componente nel transitare dallo stato di *sample* allo stato di *hold*. Durante il tempo di apertura l'uscita del componente continua a seguire l'ingresso, e quindi non è in uno stato idoneo alla conversione A/D.
- **Feedthrough.** La porzione della variazione di tensione di ingresso che viene riportata all'uscita quando il componente si trova nello stato di *hold*.
- **Charge offset error.** Consiste nella variazione della tensione di *hold* che risulta dalla carica di capacità parassite del circuito di interruttore e dalla non idealità del condensatore.

3.7 Convertitori analogici-digitali (A/D) e digitali-analogici (D/A)

Gli elementi di base di un sistema misto analogico-digitale sono i convertitori analogico-digitale (A/D) e i convertitori digitale-analogico (D/A). I primi convertono una grandezza analogica in una digitale, mentre i secondi eseguono l'operazione inversa.

In questa sezione analizzeremo i due dispositivi, iniziando dal convertitore **digitale-analogico**, in quanto alcuni convertitori **analogico-digitale** richiedono una conversione in senso opposto per poter operare.

3.7.1 Convertitore Digitale Analogico (Digital to Analog Converter, DAC)

Il Convertitore digitale-analogico è un dispositivo che traduce una parola binaria in una grandezza elettrica analogica, in genere corrente o tensione, secondo una proporzione equivalente al rapporto tra una grandezza analogica di riferimento (il fondo scala analogico) e il massimo valore binario rappresentabile (fondo scala digitale).

Ad esempio, la conversione di un valore binario in un livello di tensione avviene secondo la formula:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{x}{2^N} \Rightarrow V_o = \frac{V_s x}{2^N}$$

dove V_o è la tensione di uscita, V_s è la tensione di riferimento del dispositivo, x è la configurazione binaria da convertire e N è il numero di bit della parola del convertitore.

Dal punto di vista costruttivo il convertitore DA è una rete resistiva a struttura variabile (Figura 3.44).

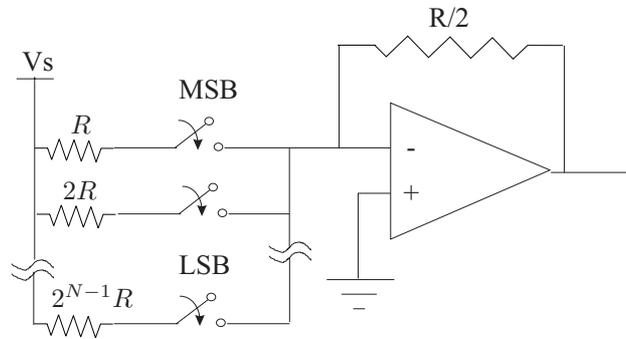


Figura 3.44: Schema del convertitore DA a “resistenze pesate”.

La rete resistiva è costituita da resistenze di valore $R, 2R, 4R, \dots, 2^{N-1}R$, dove N è il numero di bit del convertitore. La rete resistiva è riunita in una giunzione sommante attraverso N interruttori, ciascuno dei quali è comandato da un bit della parola binaria da convertire (bit=1 \Rightarrow interruttore chiuso, bit=0 \Rightarrow interruttore aperto).

I contributi di corrente alla giunzione sommante dipendono quindi dallo stato di apertura o chiusura di ogni interruttore e dal valore della corrispondente resistenza, secondo la formula:

$$I = V_s \left(\frac{B_{N-1}}{R} + \frac{B_{N-2}}{2R} + \dots + \frac{B_1}{2^{N-2}R} + \frac{B_0}{2^{N-1}R} \right)$$

dove $B_i, i = 0, \dots, N-1$ è il valore binario $\{0,1\}$ associato a ciascun bit della parola da convertire ($B_{N-1} = \text{MSB}$ ⁸, $B_0 = \text{LSB}$ ⁹).

La corrente viene poi convertita in una tensione attraverso l'amplificatore operazionale retroazionato. La funzione di trasferimento globale vale quindi:

$$V_o = -V_s \left(\frac{B_{N-1}}{2} + \frac{B_{N-2}}{4} + \dots + \frac{B_1}{2^{N-1}} + \frac{B_0}{2^N} \right) = -\frac{V_s}{2^N} (2^{N-1}B_{N-1} + 2^{N-2}B_{N-2} + \dots + 2B_1 + B_0)$$

a meno del segno, la tensione di uscita V_o varia tra 0, che si ottiene con $[B_{N-1}=0, \dots, B_0=0]$ a $V_s(1 - 1/2^N)$ che discende dalla configurazione $[B_{N-1}=1, \dots, B_0=1]$, mentre il fattore di conversione

⁸Most Significant Bit

⁹Least Significant Bit

(**Conversion factor**), cioè la variazione del segnale di uscita provocata dalla variazione del bit meno significativo del DAC, è di $V_s/2^N$.

Questo schema di principio non è di solito usato nella effettiva implementazione del convertitore DA a causa di problemi tecnologici legati alla grande variabilità dei valori di resistività della rete di resistenze, che variano da $2^{N-1}R$ per il LSB a R per il MSB.

Tali differenze provocano comportamenti dinamici variabili sui transistori di corrente sui vari rami e variazioni notevoli sulla deriva termica dei componenti. In ultimo, risulta difficile dal punto di vista tecnologico integrare resistenze di valori tanto differenti su di un unico circuito integrato.

Per questi motivi lo schema costruttivo di riferimento del DAC è mostrato in Figura 3.45. Nella rete resistiva troviamo resistenze con solamente valori di resistività R e $2R$, per cui non si presentano i problemi visti in precedenza.

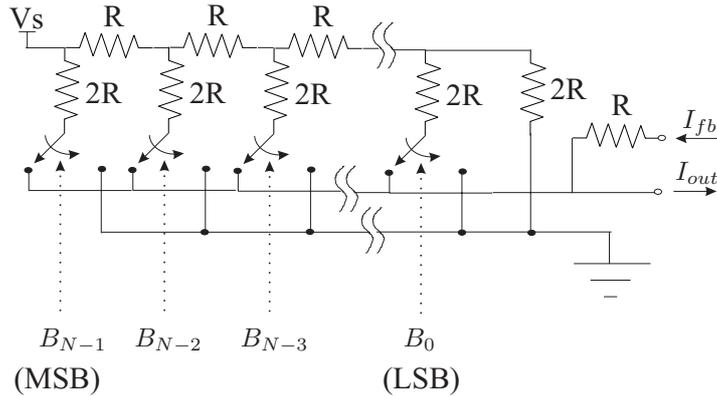


Figura 3.45: Schema del convertitore DA a “rete di resistenze R - 2R”

Per calcolare la funzione di trasferimento, osserviamo che la corrente che fluisce attraverso la prima resistenza (a sinistra) di valore $2R$ della rete resistiva vale:

$$I_1 = \frac{V_s}{2R}$$

mentre la corrente che fluisce attraverso la seconda resistenza di valore $2R$, considerando che una corrente pari a I_1 scorre anche sulla prima resistenza di valore R (per cui il potenziale del nodo connesso alla seconda resistenza $2R$ è $V_s - I_1R$), vale:

$$I_2 = \frac{V_s - I_1R}{2R} = \frac{I_1 2R - I_1R}{2R} = \frac{I_1}{2}$$

Ogni successiva resistenza verticale è percorsa da una corrente pari alla metà di quella che fluisce attraverso la resistenza che la precede nella rete. La N -esima resistenza verticale è percorsa da una corrente pari a:

$$I_N = \frac{I_1}{2^{N-1}}$$

Quest'ultima corrisponde al LSB, mentre I_1 corrisponde al MSB.

iascun termine di corrente viene deviato verso massa o verso il canale di uscita I_{out} in base allo stato del bit corrispondente della parola da convertire B_0, \dots, B_{N-1} .

L'uscita del convertitore corrisponde alla somma delle correnti I_{out} secondo la relazione:

$$I_{out} = \frac{V_s}{2R} \left(B_{N-1} + \frac{B_{N-2}}{2} + \dots + \frac{B_1}{2^{N-2}} + \frac{B_0}{2^{N-1}} \right)$$

I dispositivi commerciali possono avere una uscita in corrente oppure in tensione. Nel primo caso è disponibile anche un ingresso di feedback I_{fb} a cui collegare un amplificatore operazionale esterno che, opportunamente retroazionato, trasforma l'uscita da una corrente ad una tensione.

Si noti che il dispositivi DAC possono essere connessi in modo tale da realizzare molto semplicemente dei moltiplicatori hardware (**Multiplying DAC**), mettendo in cascata due convertitori DAC in cui il secondo riceve come tensione di riferimento la tensione di uscita del secondo. Se V_s è la tensione di riferimento del primo segnale, x e y sono rispettivamente la configurazione digitale del primo convertitore e del secondo convertitore, allora l'uscita vale complessivamente:

$$V_{o_2} = V_{o_1} \frac{y}{2^N}; \quad V_{o_1} = V_s \frac{x}{2^N} \quad \text{da cui} \quad V_{o_2} = V_s \frac{y}{2^N} \frac{x}{2^N}$$

Caratteristiche del DAC.

In questa sezione verranno discusse alcune specifiche sulle prestazioni del convertitore digitale-analogico. La caratteristica ideale di un componente a 3 bit è mostrata in Figura 3.46.

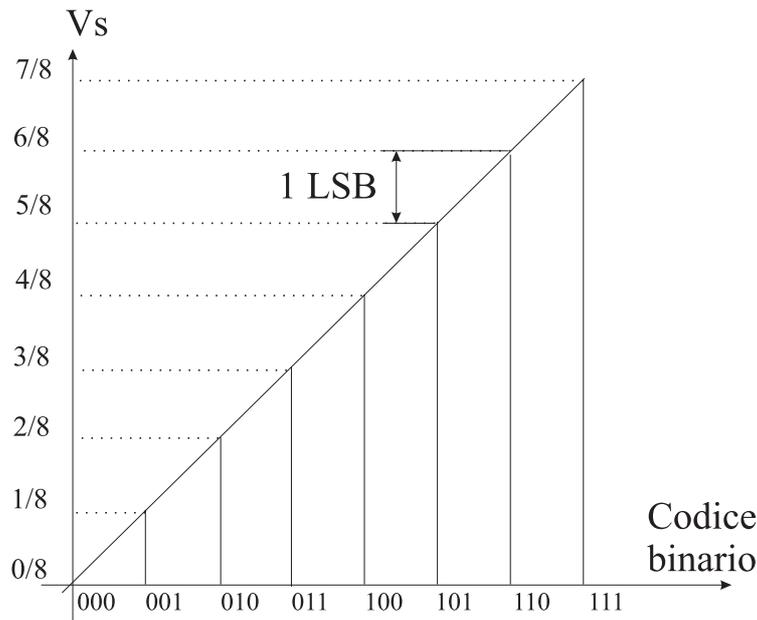


Figura 3.46: Caratteristica ideale del DAC

- **Resolution.** La risoluzione corrisponde al numero di bit di ingresso del convertitore.
- **Relative accuracy or linearity.** Con questo termine si intende l'errore di non linearità assoluta del DAC, cioè la deviazione della caratteristica reale da quella mostrata in figura 3.46.
- **Differential nonlinearity.** La caratteristica ideale del DAC prevede che l'uscita cambi di un LSB tra una configurazione binaria e la sua adiacente. L'errore di non linearità differenziale consiste nella variazione massima della caratteristica ideale da quella reale in termini differenziali.

Per garantire la monotonicità della caratteristica del DAC occorre che l'errore di non linearità differenziale sia inferiore ad 1 LSB. La monotonicità del DAC è un requisito essenziale quando si considera l'applicazione del componente in un sistema di controllo in retroazione: un cambiamento di segno del guadagno di un blocco nel loop di controllo, anche se in corrispondenza di una sola configurazione digitale, comporterebbe l'instabilità, o almeno la presenza di oscillazioni persistenti, nel sistema.

▽ *Esempio: Errore di non linearità differenziale.*

Consideriamo un convertitore DA a 3 bit in cui ai bit di peso 0 ed 1 è associato un errore di

+1/2 LSB, mentre al bit di peso 2 corrisponde un errore di $-1/2$ LSB. La caratteristica del DAC è mostrata in Figura 3.47.

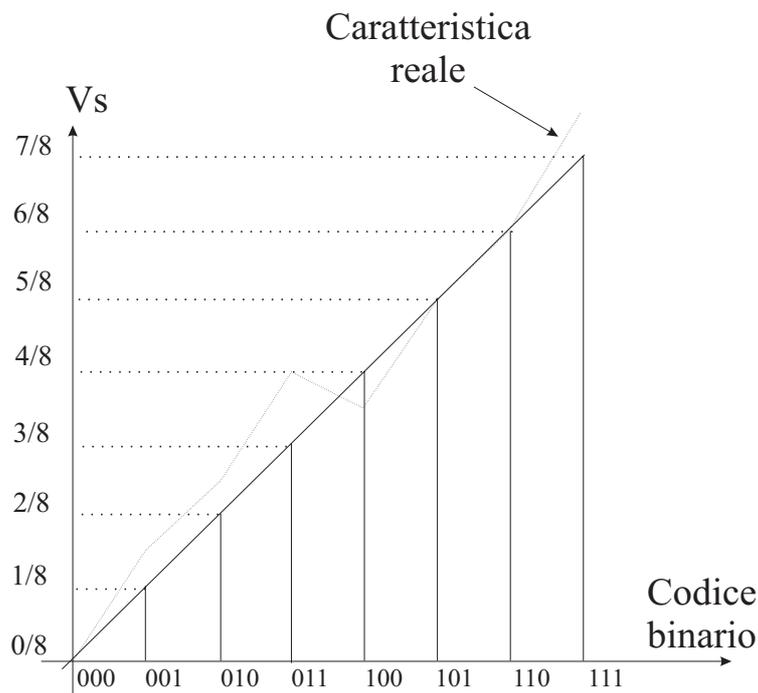


Figura 3.47: Errore di nonlinearità differenziale.

Nella configurazione 011 l'errore di nonlinearità vale 1 LSB (valore massimo di non linearità della caratteristica). Nella configurazione adiacente l'errore di non linearità è di $-1/2$ LSB. L'errore differenziale è di $1+1/2$ LSB e questo produce una non monotonicità della caratteristica del DAC.

△

- **Gain error.** L'errore di guadagno è la differenza dell'intervallo di uscita reale rispetto a quello ideale.
- **Output Leakage Current.** La corrente misurata al terminale di uscita in corrispondenza della configurazione di ingresso nulla.
- **Output current settling time.** Il tempo richiesto dalla corrente di uscita per stabilizzarsi al valore di regime all'interno di una fascia di tolleranza pari a ± 0.5 LSB dopo una variazione di configurazione $111\dots 1$ a $000\dots 0$ o viceversa.
- **Digital to Analog glitch impulse.** I tempi caratteristici di commutazione dei transistori che controllano i flussi di corrente all'interno del convertitore DA possono essere differenti. Quando si ha una variazione di molti bit contemporaneamente (ad esempio $011111 \rightarrow 100000$) è possibile che il dispositivo veda una transizione spuria che produce il *glitch* (ad esempio $011111 \rightarrow 000000 \rightarrow 100000$, si veda la Figura 3.48).

L'energia associata al *glitch* è misurato in termini di V per secondo. Tipicamente la durata del *glitch* è molto breve, quindi se il sistema in cascata è "lento", l'impulso viene sostanzialmente filtrato e non produce problemi. In caso contrario occorrerà introdurre uno stadio di sample-and-hold dell'uscita del DAC e comandare opportunamente il segnale di commutazione tra campionamento e tenuta, in modo da escludere il passaggio del glitch verso l'uscita del circuito,

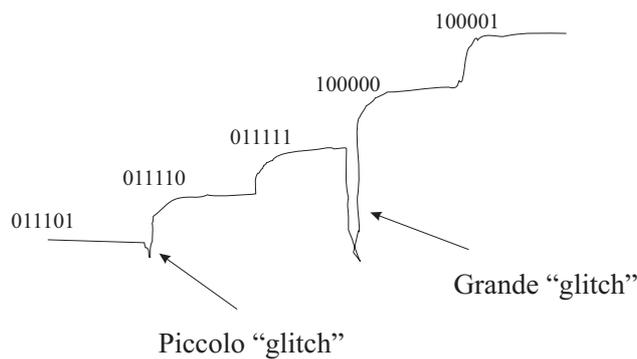


Figura 3.48: Problema relativo al *glitch* nel convertitore D/A.

come mostrato in Figura 3.49 (nello schema è incluso anche un campionatore o “latch” digitale per i bit da convertire).

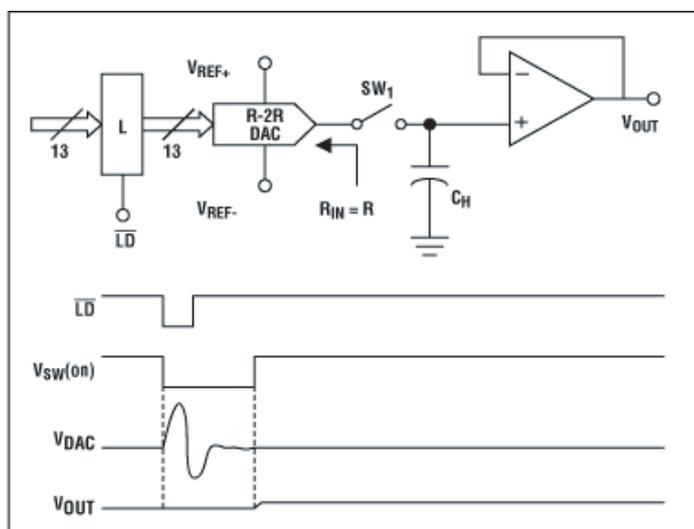


Figura 3.49: Circuito per la soluzione del problema di *glitch* nel convertitore D/A.

3.7.2 Convertitore analogico digitale (Analog to Digital Converter, DAC)

Il convertitore analogico-digitale, o ADC, riceve in ingresso un segnale analogico continuo e restituisce un segnale digitale codificato proporzionale al segnale di ingresso.

I principi di conversione più utilizzati nel campo della componentistica per il controllo di processo sono:

- ADC a contatore: o a “doppia-rampa” o a modulazione Sigma-Delta.
- ADC ad approssimazioni successive.
- ADC a conversione parallela (“flash-converter”).

Nel seguito, verranno analizzati in dettaglio i convertitori ad approssimazioni successive e i flash-converter. Per quanto riguarda quelli a contatore, vengono riportati solamente gli schemi logici di funzionamento in appendice del capitolo, nelle Figure 3.56 e 3.57.

CONVERTITORE AD APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE

Il convertitore ad approssimazioni successive (*Successive Approximation Register*, SAR) (Figura 3.50) è basato su di un procedimento iterativo a successive approssimazioni, appunto, generate tramite un procedimento di prova-ed-errore basato sul confronto dell'ingresso da convertire con l'uscita di un DAC.

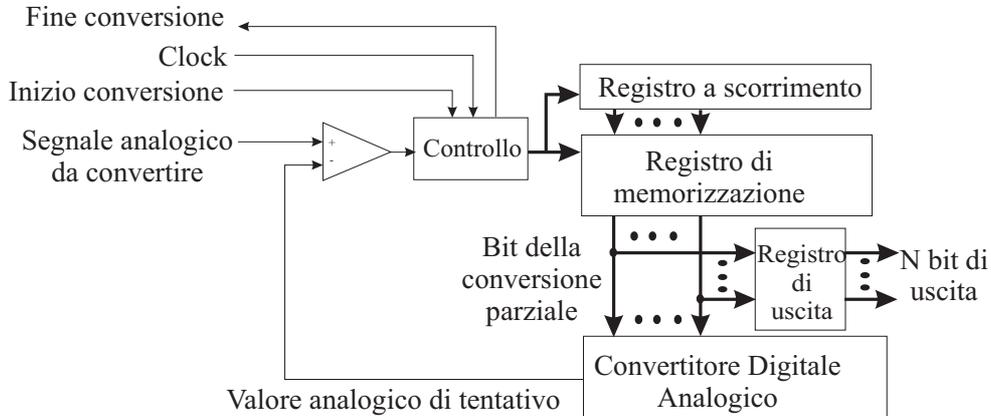


Figura 3.50: Schema logico del convertitore AD a successive approssimazioni.

Il DAC viene inizializzato con la configurazione binaria corrispondente a metà dell'intervallo di ingresso dell'ADC (100...0). L'uscita del DAC viene confrontata con il segnale analogico, generando così un segnale di errore. Se l'errore è positivo (l'ingresso è maggiore di metà fondo scala) allora la configurazione impostata è l'inizio della sequenza digitale di uscita corretta, in caso contrario (l'ingresso è minore di metà fondo scala) la configurazione digitale presenta uno zero nella posizione del bit più significativo.

Procedendo iterativamente in questo modo si ottiene il valore digitale che corrisponde al segnale di ingresso analogico. In Figura 3.51 è mostrato il diagramma di transizioni per un ADC a tre bit. Si può osservare che questo principio di funzionamento è basato sulla stessa logica dell'algoritmo di ricerca di un valore in una lista ordinata, detto *dicotomico*.

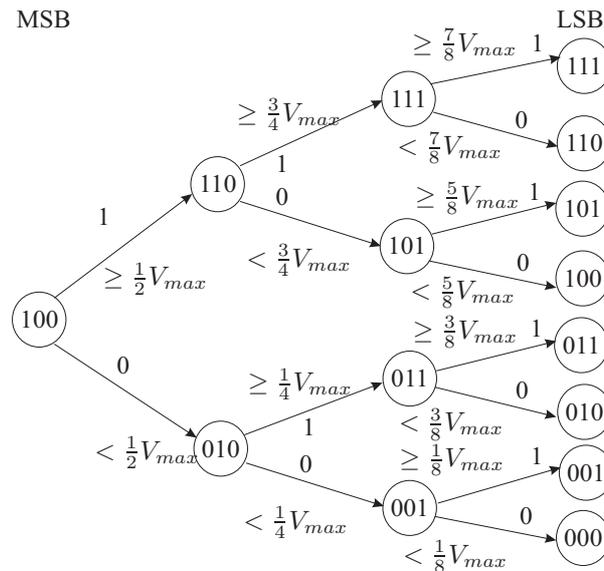


Figura 3.51: Diagramma delle transizioni per un ADC a tre bit.

La conversione per successive approssimazioni richiede un certo tempo per essere eseguita, principalmente perchè ad ogni passo vi è una conversione digitale-analogica da eseguire, con conseguenti ritardi temporali. In genere, inoltre, il tempo di conversione dipende dal numero di bit del convertitore. Per poter sincronizzare l'esecuzione della conversione con i dispositivi a monte (commutazione di un multiplexer analogico, sample and hold) e con il microprocessore, l'ADC presenta il segnale logico di ingresso di SC (inizio della conversione, *start conversion*) ed il segnale logico di uscita EOC (fine della conversione, *end of conversion*). Data la presenza di circuiti logici di comando, il convertitore necessita in genere anche di un segnale di clock.

ADC A CONVERSIONE PARALLELA

Il diagramma a blocchi di un convertitore analogico-digitale a conversione parallela, detto anche *flash converter* è mostrato in Figura 3.52.

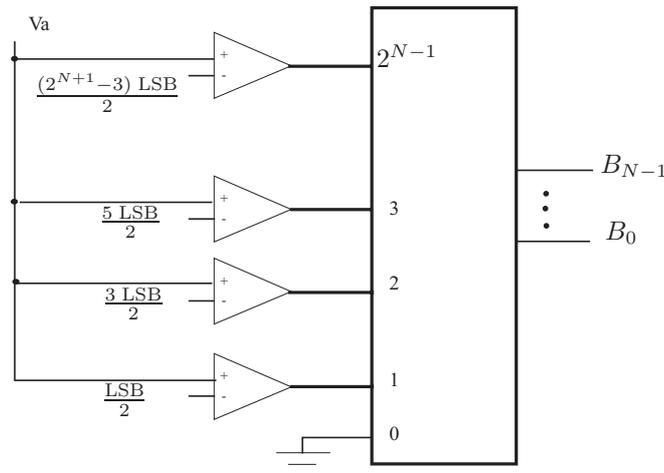


Figura 3.52: Schema logico del convertitore parallelo.

Il convertitore parallelo distingue $2^N - 1$ diversi livelli di tensione, ognuno dei quali corrisponde ad una configurazione binaria di uscita. La differenza tra due livelli di tensioni consecutivi, pari alla *risoluzione del convertitore*, corrisponde ad un LSB, cioè:

$$\text{LSB} = \frac{V_s}{2^N}$$

dove V_s è la tensione di riferimento del convertitore. Il livello di tensione più basso è $1/2$ LSB, mentre i livelli successivi sono a $3/2$ LSB, $5/2$ LSB, $7/2$ LSB, ..., $(2^{N+1} - 3)/2$ LSB. Questi livelli di tensione sono realizzati utilizzando una tensione di riferimento V_s connessa ad una serie di resistori di opportuno valore.

Il convertitore parallelo è molto più veloce del convertitore a successive approssimazioni, in quanto la conversione avviene in un unico passaggio. Lo svantaggio principale di questi convertitori consiste nella complessità e nel costo del dispositivo. Infatti per rilevare ogni livello di tensione occorre un comparatore, per cui in un convertitore a N bit occorrono $2^N - 1$ comparatori, ed inoltre occorre generare $2^N - 1$ tensioni di riferimento in modo stabile ed accurato. Dal punto di vista pratico questi dispositivi hanno una risoluzione bassa (8 bit al massimo).

Caratteristica del ADC

In questa sezione verranno discusse alcune specifiche sulle prestazioni del convertitore analogico-digitale. La caratteristica ideale per un convertitore a 3 bit è mostrata in Figura 3.53.

- **Resolution.** La risoluzione del convertitore consiste nel numero di bit in cui viene codificato il segnale di ingresso.

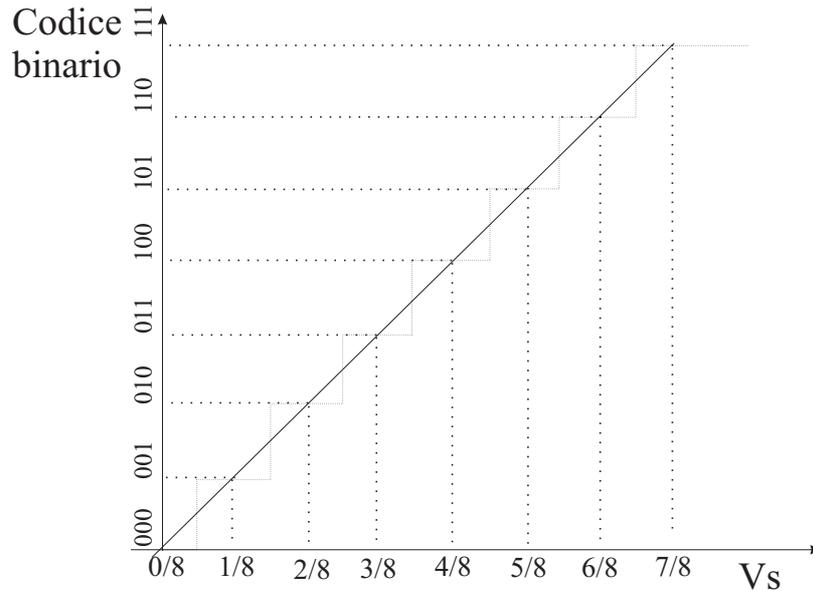


Figura 3.53: Caratteristica ideale del convertitore Analogico-digitale.

- **Code width (quantum).** Consiste nell'ampiezza del segnale di ingresso che idealmente produce una variazione del codice binario. Il *quantum* ideale coincide con 1 LSB del convertitore. A titolo di esempio per un convertitore a 12 bit che opera su di un campo di ingresso di 20 Volt, il quantum o LSB corrisponde a 4.88 mV.
- **Linearity error (integral linearity error).** L'errore di linearità consiste nella deviazione della caratteristica reale da quella ideale del convertitore (Figura 3.54).

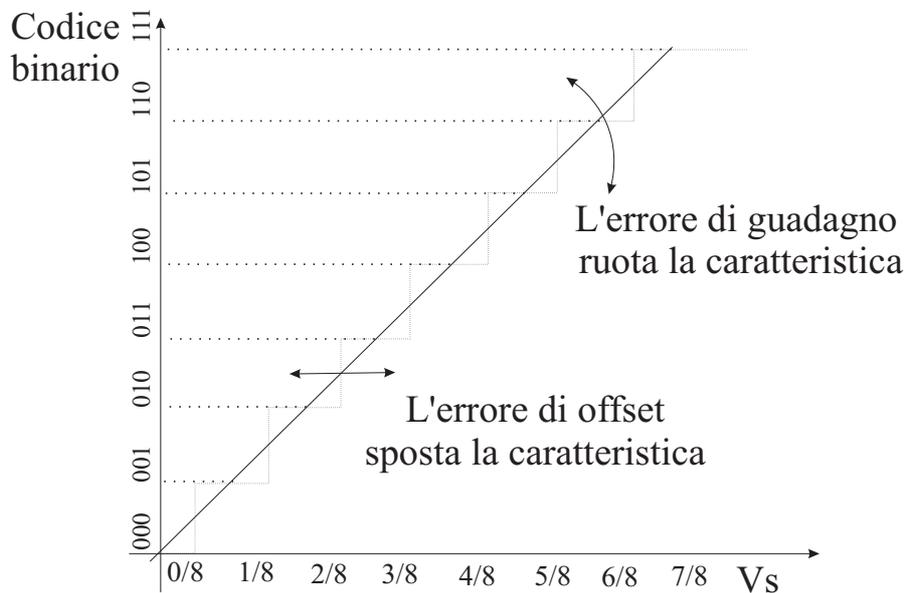


Figura 3.54: Errori relativi alla caratteristica ideale del convertitore.

- **Differential linearity error and no missing code.** L'errore di non linearità differenziale corrisponde alla massima differenza tra l'ampiezza ideale e reale del *quantum* di ciascuna

transizione di codice. Un'ampiezza eccessiva dell'errore di non linearità differenziale provoca la presenza di codici perduti. In Figura 3.55) è mostrata una caratteristica che produce dei codici perduti.

Una specifica che garantisce l'assenza di codici perduti è che l'errore di non linearità sia inferiore a $\frac{1}{2}$ LSB.

È da notare che si possono avere codici perduti anche in presenza di caratteristica monotona, ma non si può avere una caratteristica non monotona in assenza di codici perduti. Quindi la condizione di non avere codici perduti (*no missing code*) è più stringente della condizione di monotonicità.

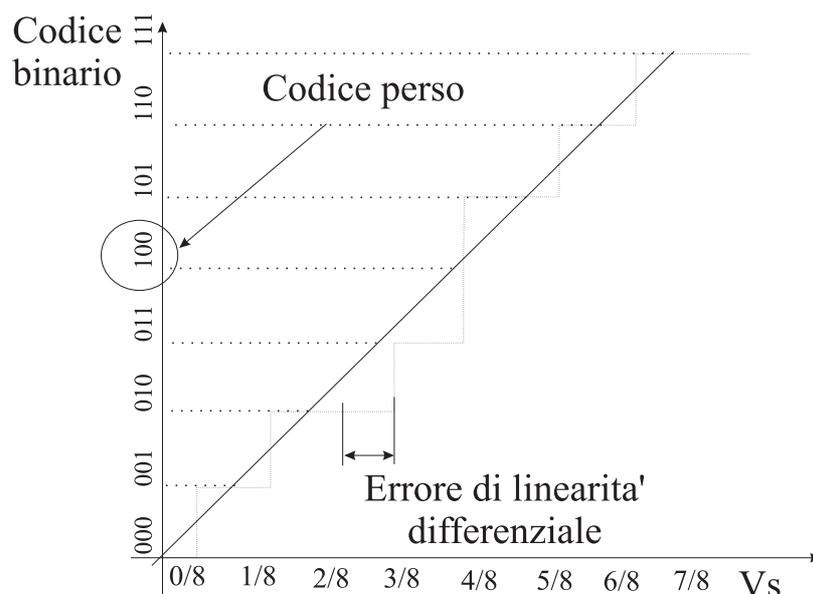


Figura 3.55: Caratteristica del ADC in presenza di codici perduti.

- **Quantization uncertainty.** L'incertezza dovuta alla quantizzazione del segnale pari a $1/2$ LSB è intrinseca al processo di conversione e non è eliminabile.
- **Conversion time.** È il tempo necessario alla conversione del segnale analogico di ingresso (i.e. il tempo che intercorre tra lo SC e l'EOC).
- **Unipolar and bipolar offset error.** Il convertitore può essere progettato per ricevere segnali analogici di ingresso compresi tra 0 volt ed il fondo scala $+V_s$ (dispositivo unipolare), oppure per segnali di ingresso compresi tra $-V_s$ e $+V_s$ (dispositivo bipolare).

Nel primo caso la prima transizione del codice binario di uscita dovrebbe idealmente avvenire in presenza dell'ingresso analogico pari a $1/2$ LSB sopra lo zero. L'errore di offset unipolare corrisponde alla differenza tra il valore reale e quello ideale in corrispondenza di tale condizione.

Nel caso dei convertitori bipolari l'errore di offset viene valutato per motivi storici in corrispondenza della prima transizione a $-V_s$ (fondo scala negativo).

- **Gain error.** L'ultima transizione sul codice di uscita avviene in corrispondenza di un segnale di ingresso pari a $3/2$ LSB al di sotto di $+V_s$ (fondo scala positivo). L'errore di guadagno corrisponde alla deviazione tra la caratteristica ideale e quella reale in tale punto.

APPENDICE: convertitori A/D a doppia rampa e Sigma-Delta

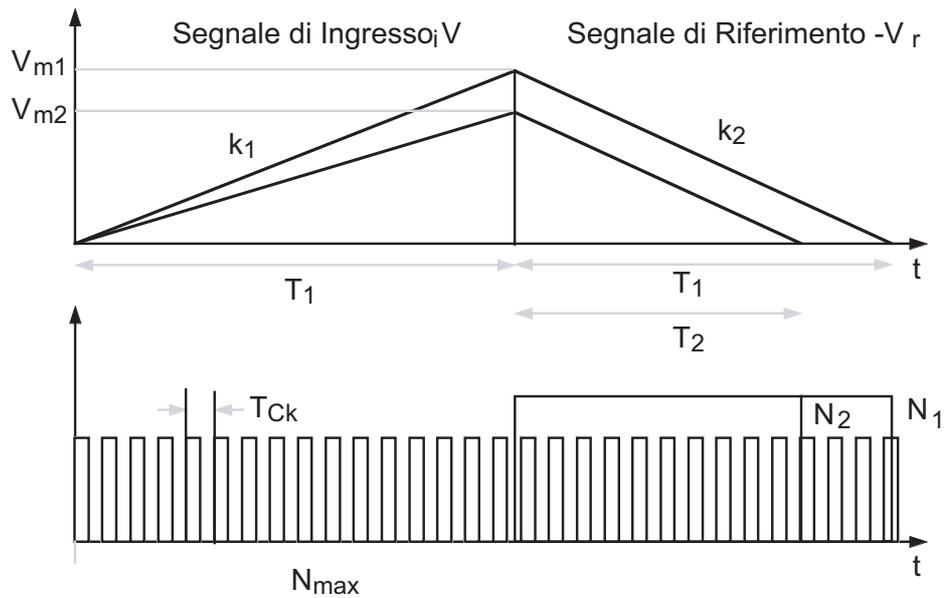
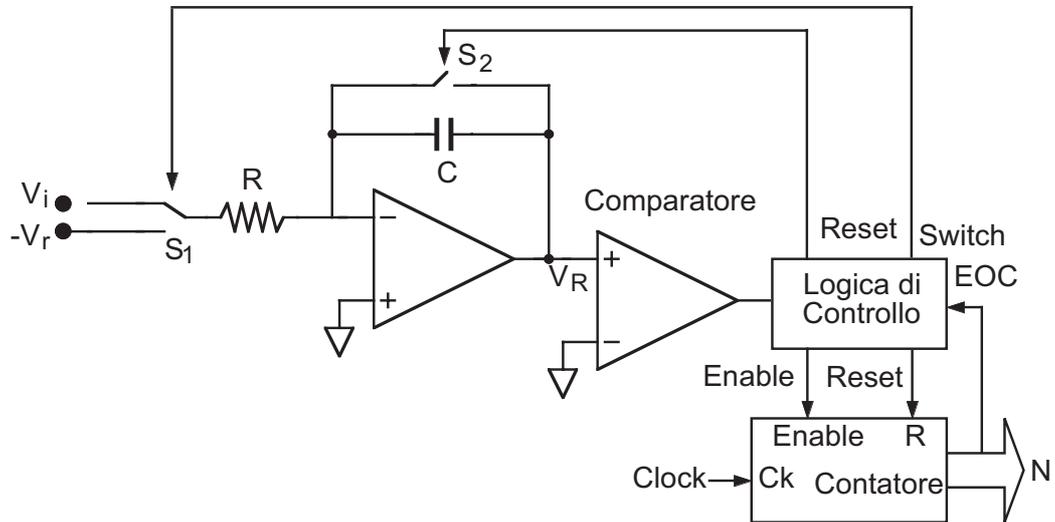
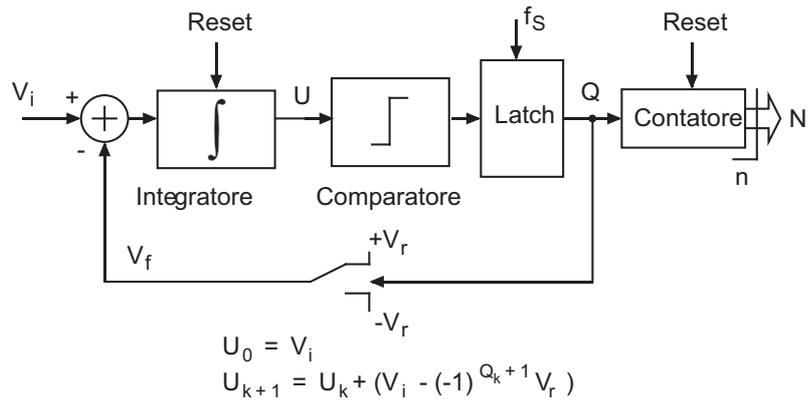


Figura 3.56: Principio di funzionamento del convertitore A/D a doppia rampa



In pratica ad ogni colpo di clock (indice k) il comparatore verifica il segno del segnale di uscita dell'integratore (U), determinando se al colpo di clock successivo la tensione di riferimento V_r deve essere sommata ($U < 0$) o sottratta ($U > 0$) al segnale di ingresso V_i

V_f tende ad uguagliare in media il segnale V_i

Il contatore, accumulando il segnale digitale Q (legato a V_f a meno della tensione V_r) dopo 2^n colpi di clock fornirà in uscita una parola digitale N data da

$$N = \sum_{k=0}^{2^n-1} Q_k = 2^n \bar{Q} = 2^n \frac{\bar{V}_f}{V_r} = 2^n \frac{V_i}{V_r},$$

Figura 3.57: Principio di funzionamento del convertitore A/D a modulazione Sigma-Delta