ESERCIZI

1) Numeri complessi e rapresentazione vettoriale grandezze sinusoidali.

a) Dati i due vettori di fig.1, determinare l'espressione in forma polare ed in forma cartesiana.

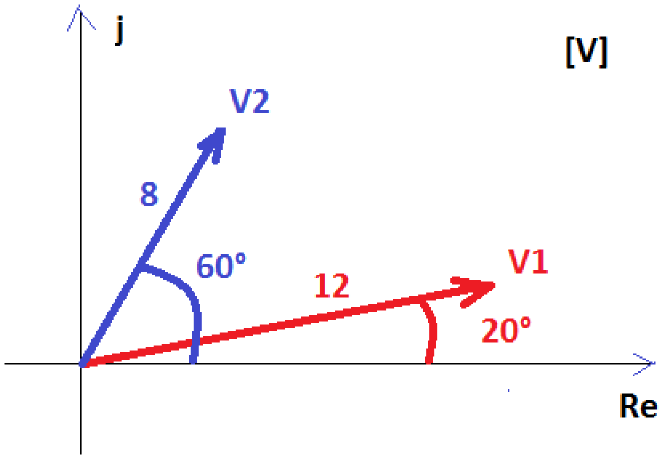


Fig. 1

Soluzione a)

$\overline{V}_1 = 12[V]\, e^{+j20°}$

$\overline{V}_2 = 8[V]\, e^{+60°}$

$\overline{V}_1 = V_{1x} + V_{1y} = 12\cos 20° + j12\sin 20° = 11.3 + j4.1$ [V]

$\overline{V}_2 = V_{2x} + V_{2y} = 8\cos 60° + j8\sin 60° = 4 + j6.9$ «

b) Supponendo che i 2 vettori rappresentino 2 tensioni di pulsazioni diverse ($\omega_1 = 150$ [rad/sec] $\omega_2 = 400$ [rad/sec]), scrivere l'espressione analitica delle 2 tensioni e disegnarle, nel DDT.

Soluzione b)

$\mathbf{v_1(t)} = V_{1max} \sin(\omega_1 {*} t + \varphi_1) = 12{*}\sqrt{2}\sin(150t + 20°)$ [V] [V_{1eff} = modulo di $\overline{V}_1$ = 12 V]

[φ_1 = fase di $\overline{V}_1$]

$\mathbf{v_2(t)} = V_{2max} \sin(\omega_2 {*} t + \varphi_2) = 8{*}\sqrt{2}\sin(400t + 60°)$ [V] [V_{2eff} = modulo di $\overline{V}_2$ = 8 V]

[φ_2 = fase di $\overline{V}_2$]

$T_1 = 2\pi/\omega_1 \approx 0.042$ [sec] $\rightarrow$ $f_1 = 1/T_1 \approx 24$ [Hz]

$T_2 = 2\pi/\omega_2 \approx 0.016$ [sec] $\rightarrow$ $f_2 = 1/T_2 \approx 64$ [Hz]

c) Determinare il vettore somma $\overline{V}_1+\overline{V}_2=\overline{V}_s$ nelle due forme, cartesiana e polare

Soluzione c)

$\overline{V}_s=V_{sx} + jV_{sy}=(V_{1x} +V_{2x}) + j(V_{1y} + V_{2y}) = (11{,}3 + 4) + j(4.1+6.9)= 15{,}3 + j\ 11\ [V]$ (f. cartesiana)

$\overline{V}_s=\sqrt{(15{,}3)^2 + (11)^2}\ e^{j\ \text{artan}\ (11/15{,}3)} \approx 18.8[V]\ e^{j\ 36°}$ (f. polare)

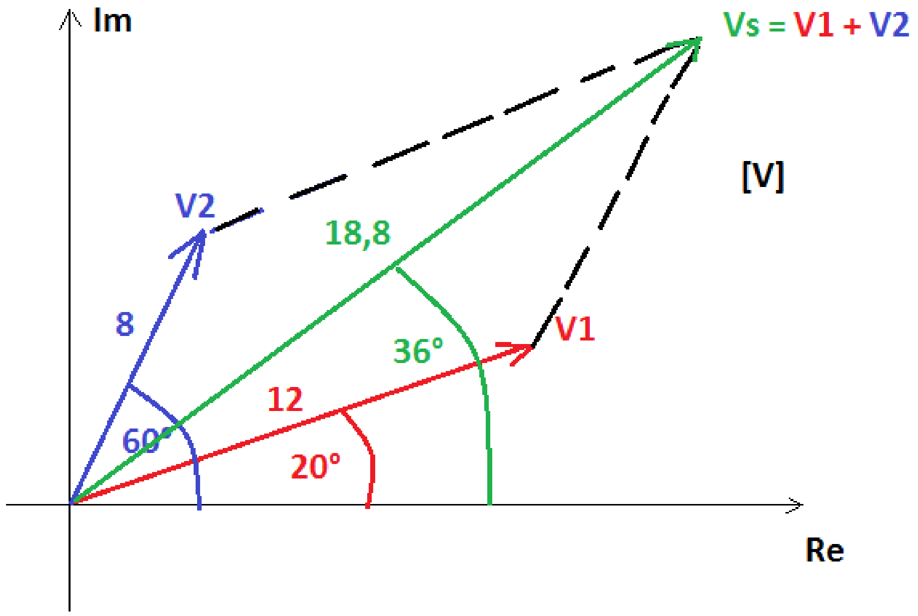
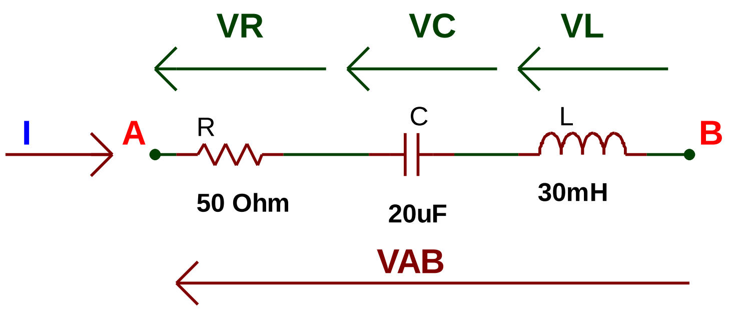


Fig. 2

2) Impedenze di bipoli RCL



Determinare :

a) l'impedenza equivalente $\overline{Z}_{RCL}$

b) disegnare $\overline{Z}_R$, $\overline{Z}_C$, $\overline{Z}_L$, $\overline{Z}_{RCL}$ nel piano di Gauss

c) determinare : $\overline{I}$, $\overline{V}_R$, $\overline{V}_C$, $\overline{V}_L$, $\overline{V}_{AB}$ data : $i(t)=\sqrt{2} * 150 \sin(2000t - 30°)$ [mA]

$\omega = 2000$ [rad/sec]

d) disegnare i 5 vettori nel P. Gauss

Soluzione :

a) $Z_R \equiv R = 50[\Omega]$

$\bar{Z}_C = 1/j\omega C = - j1/\omega C = - j1 / 2*10^3*20*10^{-6} = - j1000/40 = - j25\ [\Omega]$ >>>> $25[\Omega]\ e^{-j\,90°}$

$\bar{Z}_L = j\omega L = j2*10^3*30*10^{-3} = j60\ [\Omega]$ >>>> $60\ e^{j\,90°}$

$\bar{Z}_{RCL} = R + 1/j\omega C + j\omega L = R - j1/\omega C + j\omega L = 50 - j25 + j60 = 50 + j35\ [\Omega]$ >>>>

>>>> $\sqrt{50^2 + 35^2}\ e^{j\,\mathrm{artan}(35/50)} \cong 61[\Omega]\ e^{+j35°}$

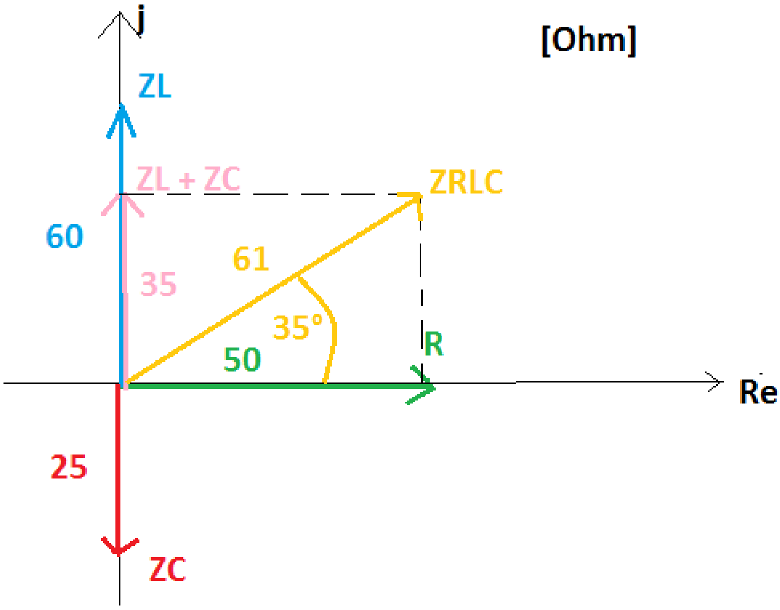


Fig. 3

b) $\bar{I} = 150\ [ma]\ \angle -30°$

$V_R = I*R = 150\ [mA]\angle{-30°} * 50\ [\Omega]\ \angle 0° = 150*50\ [mV]\angle{-30°} = 7.5\ [V]\angle{-30°}$

$\bar{V}_C = \bar{I} * \bar{Z}_C = 150\ [mA]\angle{-30°} * 25[\Omega]\angle{-90°} = 3.75\ [V]\angle{-120°}$

$\bar{V}_L = \bar{I} * \bar{Z}_L = 150\ [mA]\angle{-30°} * 60[\Omega]\angle\ 90° = 9\ [V]\angle{+60°}$

$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_R + \bar{V}_C + \bar{V}_L = (\bar{V}_C + \bar{V}_L) + \bar{V}_R = (9-3.75)[V]\angle{+60°} + 7.5[V]\angle{-30°} =$

$= 5.25[V]\angle\ {+60°} + 7.5\ [V]\angle\ {-30°}$

$\bar{V}_{AB} = 5.25\cos(60°) + 7.5\cos(-30°) + j[5.25\sin(60°) + 7.5\sin(-30°)] =$

$= (2.625+6.495) + j(4.547 - 3.75) = 9.12 + j0.797\ \ [V]$ (f. cartesiana)

$\bar{V}_{AB} = \sqrt{(9.12)^2+(0.797)^2}\ \angle\ \arctan\ (0.797/9.12) \cong 9.15\ [V]\angle\ 5°$ (f. polare)

Calcolo alternativo (molto più rapido !) :

$\overline{V}_{AB} = \overline{I} * \overline{Z}_{RLC} = 150\ [mA]\angle -30° * 61[\Omega]\angle +35° \cong 9{,}15\ [V] \angle 5°$