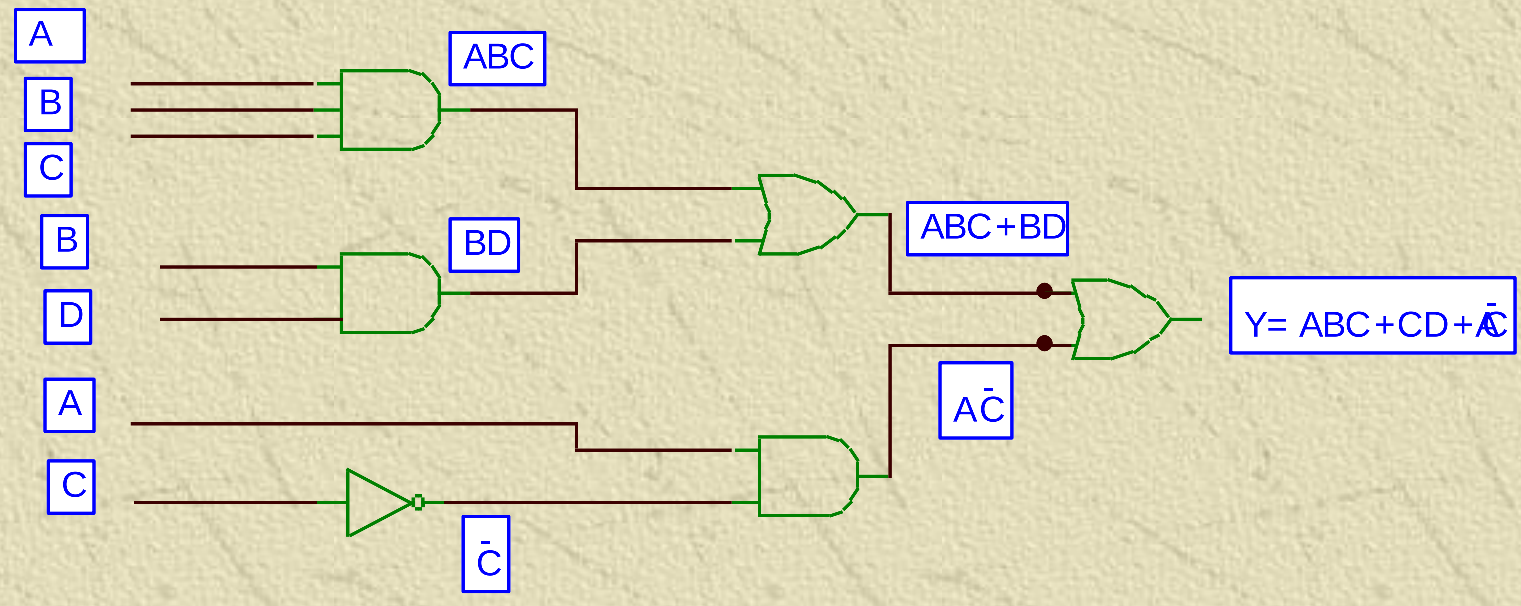
RETI LOGICHE

Una rete logica si ottiene collegando tra di loro più porte logiche.

Esempio di rete logica



ALGEBRA DI BOOLE

- L'algebra di Boole è definita da:

1. Due simboli : 0 e1
2. Tre operatori : ¯, · , +

   rispettivamente negazione NOT, prodotto logico AND, e somma logica OR
3. Insieme di assiomi che forniscono il risultato degli operatori

Principio di dualità

- Le proprietà e i teoremi della somma logica si possono ricavare da quelle del prodotto logico (e viceversa) scambiando il segno AND (·) con quello di OR (+) e ogni 1 con 0 e viceversa.

Proprietà dell’algebra di Boole

NOT	AND	OR
$\overline{\overline{A}} = A$	A·0= 0	A+1=1
	A·1= A	A+0=A
	A·A= A	A+A=A
	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$

Proprietà dell’algebra di Boole

Proprietà	AND	OR
commutativa	$A \cdot B = B \cdot A$	$A+B=B+A$
Associativa	$A \cdot B \cdot C=$ $=(A \cdot B) \cdot C=$ $=A \cdot (B \cdot C) =$ $=(A \cdot C) \cdot B$	$A+B+C=$ $=(A+B)+C=$ $=A+(B+C) =$ $=(A+C)+B$
Distributiva	$A \cdot (B+C)= AB+AC$	$A+ (B \cdot C)= (A+B) \cdot (A+C)$

Teoremi dell'algebra di Boole

Teoremi	diretto	duale
Idempotenza	$A \cdot A \cdot A = A$	$A + A + A = A$
Assorbimento	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
De Morgan	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

ANALISI DELLE RETI COMBINATORIE

- Si definisce analisi di una rete combinatoria il procedimento che, data la rete, porta alla compilazione della tabella di verità, descrivendo così il funzionamento del circuito

Rete logica → Funzione di commutazione → Tabella di verità

DALLA RETE ALLA TABELLA

- Si definisce minterm il prodotto logico di tutte le grandezze d’ingresso, affermate o negate.
- Si definisce maxterm la somma logica di tutte le grandezze d’ingresso, affermate o negate.
- In una rete logica con n ingressi è possibile individuare 2^n diversi minterm e altrettanti maxterm

Forme canoniche di una funzione di commutazione

- Forma canonica SP (somme di prodotti), costituita dalla somma di alcuni minterm.
- Forma canonica PS (prodotti di somme) costituita dal prodotto di alcuni maxterm.

Attraverso le regole dell'algebra di Boole è sempre possibile trasformare una funzione di commutazione nelle forme canoniche.

Procedimento per ricavare la tabella di verità

- Si porta la funzione in forma SP utilizzando le regole dell'algebra di Boole
- Per ognuno dei termini prodotto ottenuti si pone 1 nella colonna dell'uscita in tutte le righe le cui variabili d'ingresso verificano la precedente condizione.
- Si pone 0 nelle righe rimanenti.

Esempio

- Compilare la tabella di verità relativa alla funzione:

$$Y = A\cdot(\overline{B + C} + A\overline{B}) + BC$$

$$= A(\overline{B}\cdot\overline{C} + A\overline{B}) + BC =$$

$$= A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B} + BC$$

funzione semplificata

Costruiamo la tabella

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

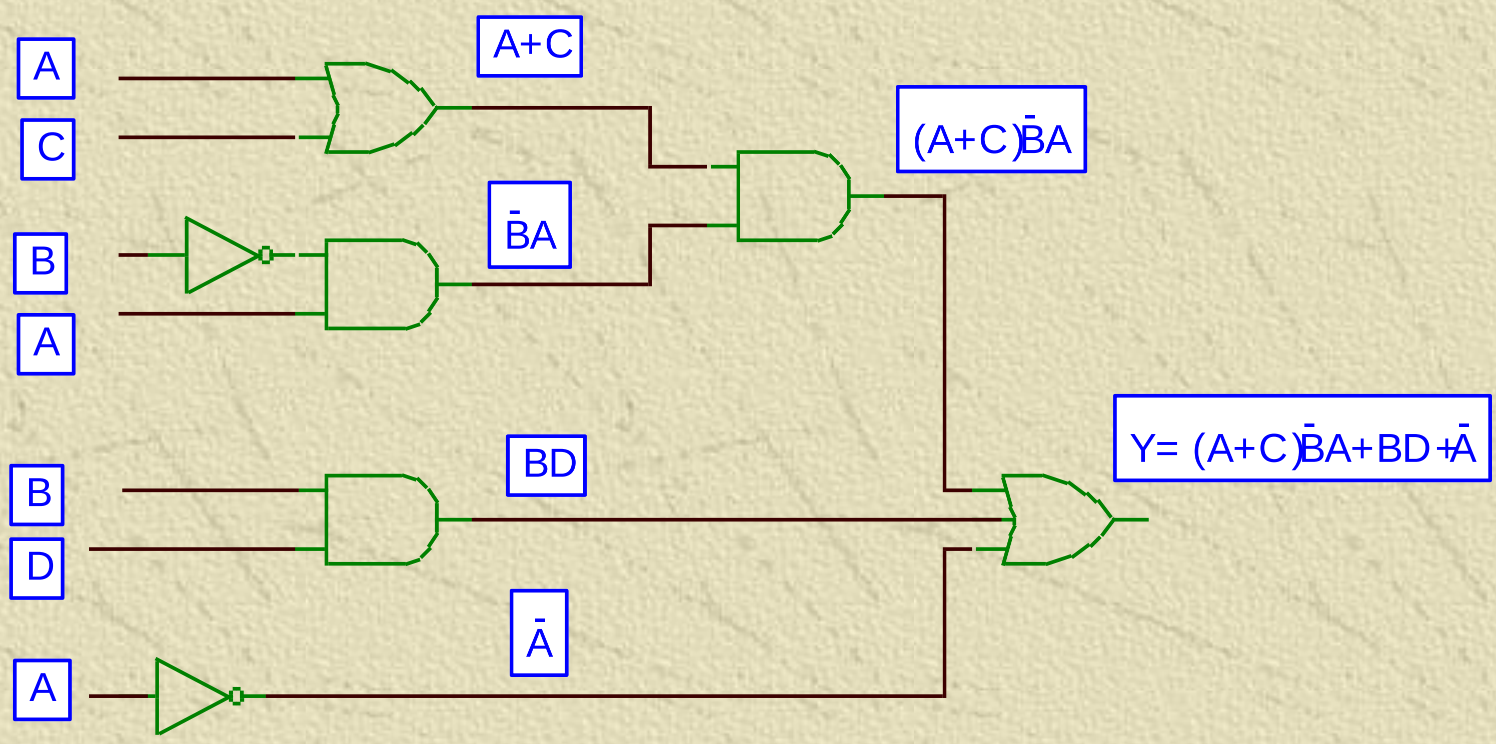
$$A\overline{B}\,\overline{C}$$

$$A\overline{B}$$

$$BC$$

Esempio completo: dalla rete alla tabella

Si ricava la funzione Y



Segue procedimento :

- Ricavata la funzione di commutazione

$$Y = (A + C)\overline{B}A + BD + \overline{A}$$

- Si porta in forma SP :

$$Y = (A + C)\overline{B}A + BD + \overline{A}$$

$$Y = A\overline{B} + A\overline{B}C + BD + \overline{A} =$$

$$= A\overline{B}(1 + C) + BD + \overline{A} =$$

$$= A\overline{B} + BD + \overline{A}$$

SI COMPILA LA TABELLA DI VERITÀ

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

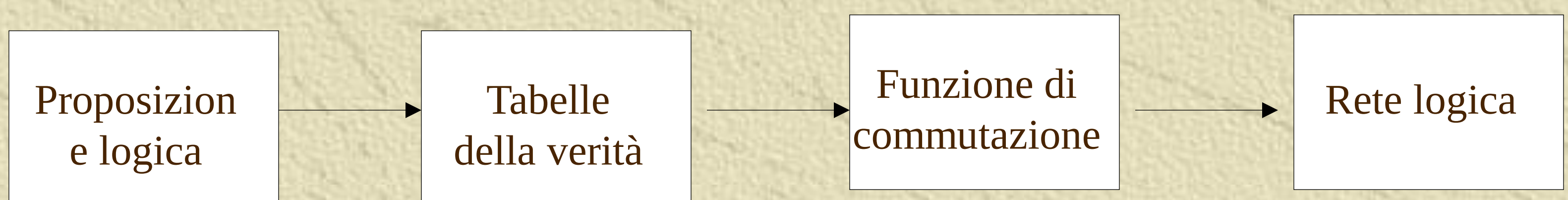
$\overline{A}$

$A\overline{B}$

BD

Progettazione : dalla proposizione alla rete

- Si definisce progetto o sintesi di una rete logica combinatoria il procedimento che , partendo dalla proposizione logica (descrizione a parole), conduce a disegnare lo schema della rete.



Dalla proposizione alla tabella

1) Si individuano le variabili indipendenti (ingressi) e quelle dipendenti (uscite) associandole a lettere dell'alfabeto.
2) Si associano ai due stati di ogni variabile d'ingresso e di uscita i valori 0 e 1
3) Si imposta la tabella con tutte le possibili combinazioni delle variabili d'ingresso nella colonna di sinistra
4) Analizzando la proposizione , si inseriscono tutti i valori della variabile di uscita nella colonna di destra

Esempio

- Proposizione logica: “La lampada si accende se l’interruttore generale è chiuso e almeno uno dei due pulsanti è premuto”.

1) A= stato dell’interruttore generale
   B,C = stato dei pulsanti
2) A=1 interruttore generale chiuso
   A= 0 interruttore generale aperto
   B,C =1 pulsante premuto
   B,C =0 pulsante rilasciato
   Y=1 lampada accesa
   Y=0 lampada spenta

Segue esempio

- Compilazione tabella

A	B	C	Y
0	0	0	**0**
0	0	1	**0**
0	1	0	**0**
0	1	1	**0**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**1**

Quando A=0 (interruttore generale aperto), il valore di Y è sempre 0, mentre con A=1 si ha Y=1 se almeno una tra B e C vale 1

Dalla tabella alla funzione di commutazione

- Dalla tabella si ricava:

$$Y = A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$

- Si riduce dalla forma canonica

$$Y = A\overline{B}C + AB(\overline{C} + C)$$

$$= A\overline{B}C + AB$$

Dalla funzione alla rete