Le reti elettriche in alternata
(R-C ; R-L ; R-L-C)

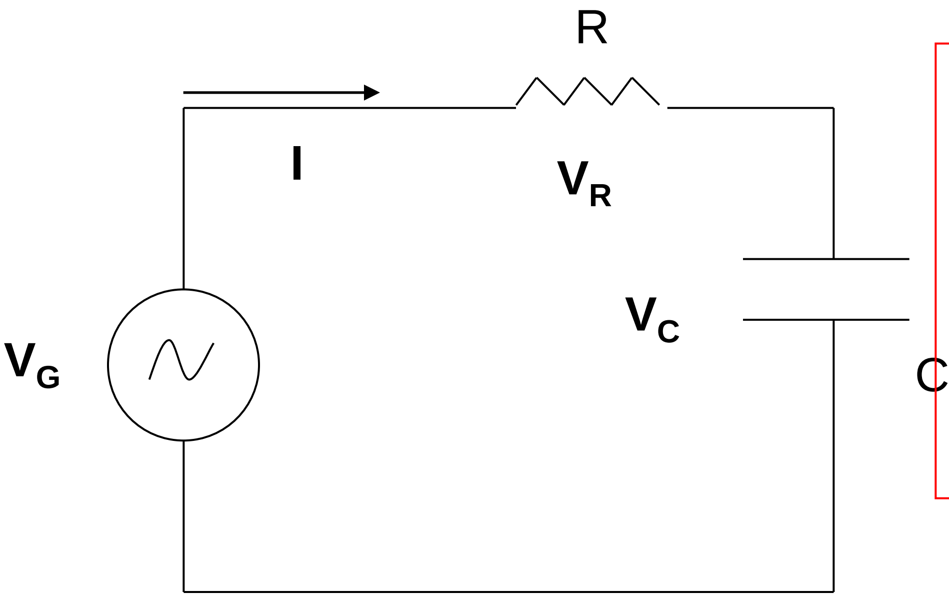
Le reti elettriche possono contenere i componenti R, C, L collegati fra di loro in modo qualsiasi ed in quantità qualsiasi. Il loro studio in alternata parte dall'analisi delle reti più semplici e poi passare allo studio di una rete qualsiasi.

Le reti più semplici sono costituite da:

1. due componenti R = resistenza e C = condensatori collegati in serie o in parallelo.
2. due componenti R = resistenza e L = induttanza collegati in serie o in parallelo.
3. tre componenti R = resistenza, C = condensatori e L = induttanza collegati in serie o in parallelo.

Proseguiremo quindi nell'ordine stabilito adesso, per poi fare il caso generale.

Le reti elettriche in alternata (R-C)

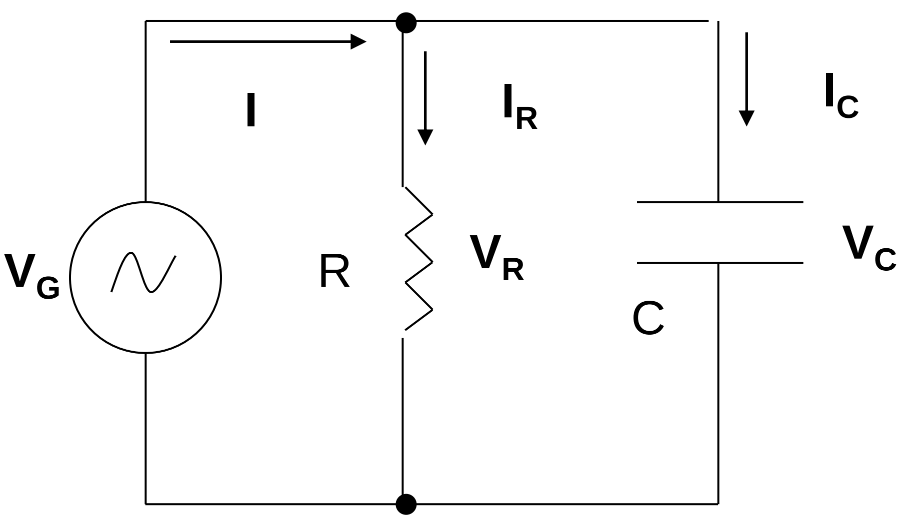


Circuito R-C serie:

Questo circuito ha **una sola** corrente che percorre sia R che C.

Invece le tensioni sono **tre V_G, V_R, V_C.**

Ricordiamo che la tensione (V) è una energia (J) per unità di carica (C).

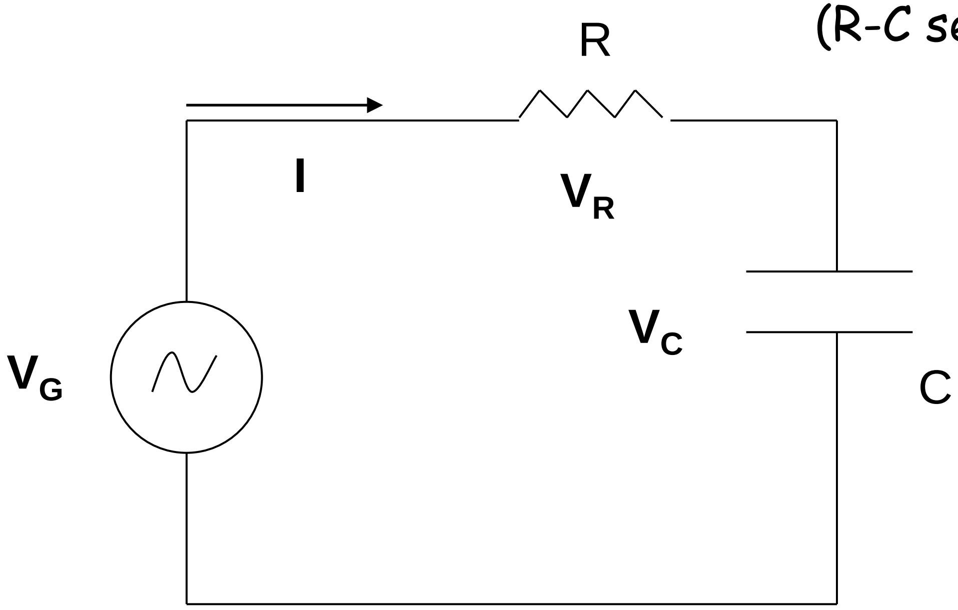


Circuito R-C parallelo:

Questo circuito ha **una sola** tensione che si localizza ai capi di V_G di R e di C.

Invece le correnti sono **tre I, I_R, I_C.**

Le reti elettriche in alternata
(R-C serie)



Questo circuito si studia applicando la legge di Kirchoff alle tensioni.

Questa legge stabilisce una relazione energetica tra i componenti presenti nella maglia: la tensione che istante per istante fornisce il generatore si deve distribuire tra la resistenza e il condensatore.

Quindi scriviamo la relazione vettoriale appena enunciata.

$$\boxed{\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C}$$

Adesso teniamo conto della legge di OHM per i due componenti R e C, inserendola nella legge di Kirchoff

$$\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C = R \cdot \vec{I} + \overrightarrow{X_C} \cdot \vec{I} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_C})$$

la quantità tra parentesi tonda è chiamata

IMPEDENZA $\overrightarrow{Z}$ (Ω): $\vec{Z} = R + \overrightarrow{X_C}$

L'inverso dell'impedenza Z prende nome **AMMETTENZA Y**

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_C}) = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

L'ultima formula ci suggerisce un modo per interpretare il circuito:

Esso si comporta come un unico componente, chiamato **impedenza Z al cui interno sono conglobati sia R che C, al quale si può applicare la legge di OHM.**

Esempio:

R = 10 Ω, X_C = -j 2 Ω, I = 2+j3 A

Calcolare V_G, V_R, V_C.

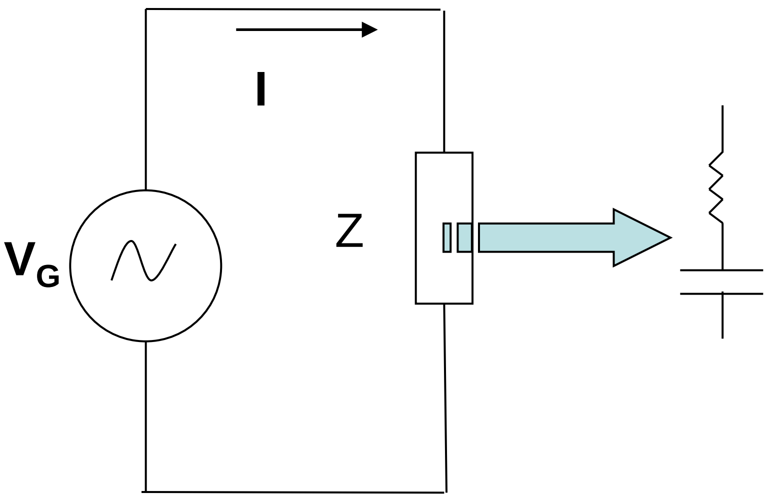
Z = 10 –j2 Ω

V_G = Z I = (10-j2)(2+j3) = 20+j30-j4+6

V_G=26+j26 V

V_R = R I = 10(2+j3) = 20+j30 V

V_C = X_C I = (-j2)(2+j3) = -j4+6 = 6-j4 V

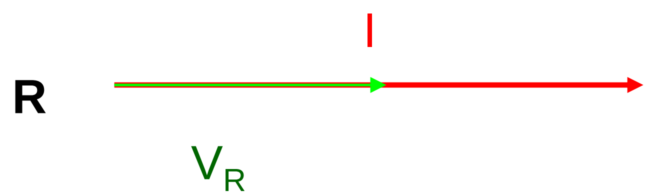


L'esempio appena svolto ci suggerisce una interpretazione grafica molto interessante e molto **utilizzata**. Riscriviamo i risultati ottenuti:

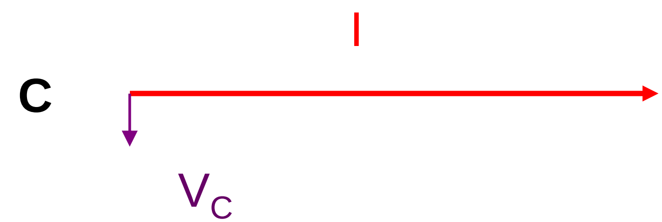
1. V_G=26+j26 V, V_R = 20+j30 V, V_C = 6-j4 V
2. R = 10 Ω, X_C = -j 2 Ω, Z = 10 –j2 Ω
3. I = 2+j3 A

Trattiamo il punto 1).

Conosciamo il diagramma vettoriale tra tensione e corrente sia per le resistenze che per i condensatori, adesso utilizziamoli e verifichiamo che l'esempio sia coerente con la teoria.



Sulla resistenza tensione e corrente sono in fase

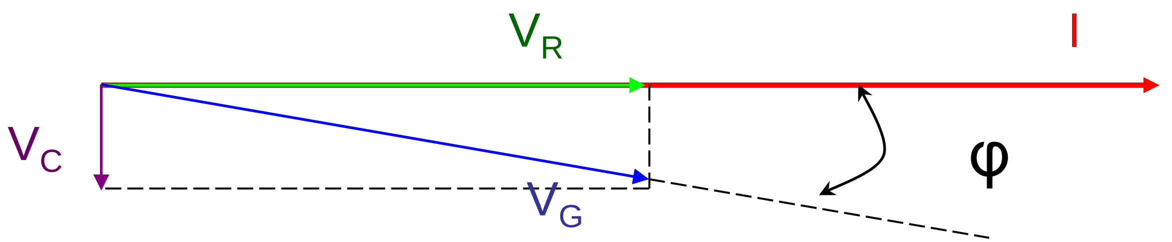


Sul condensatore la corrente è in anticipo sulla tensione di 90°

NOTA: I VETTORI V_R E V_C SONO DISEGNATI IN PROPORZIONE **CORRETTA**

I due diagrammi vettoriali di solito si disegnano in un unico grafico per determinare anche la tensione V_G e l'angolo di fase tra questa tensione e la corrente I che circola nel circuito.

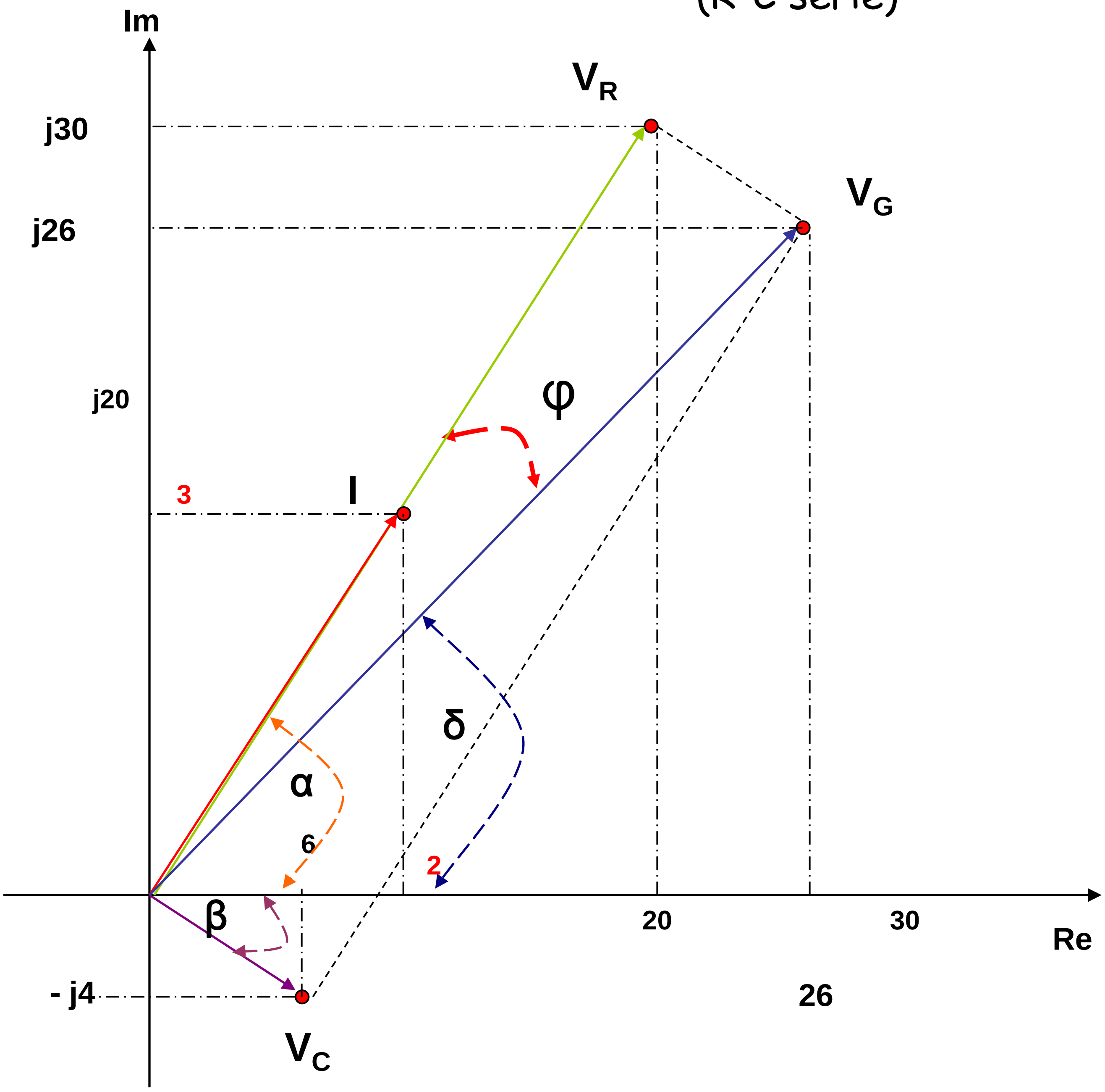
Il diagramma si costruisce disegnando per **prima** il vettore **corrente I**, poiché è lo stesso per tutti componenti, che sono in serie. Esso può essere disegnato in una posizione qualsiasi,normalmente orizzontale. Poi rispetto ad esso si disegnano gli altri vettori di tensione.



Come si calcolano la tensione V_G e l'angolo φ ?

Disegniamo sul piano di Gauss le tre tensioni e la corrente e successivamente paragoniamo il grafico ottenuto con quello disegnato in questa pagina.

Le reti elettriche in alternata
(R-C serie)



V_G=26+j26 V
V_R = 20+j30 V
V_C = 6-j4 V
I = 2+j3 A

5 V

1 A

Dal grafico precedente si ricava già visivamente che l'angolo tra **I** e V_C è di 90°. Tuttavia ora possiamo calcolarlo anche analiticamente.

Riportiamo ancora una volta i risultati dell'esercizio:
V_G=26+j26 V
V_R = 20+j30 V
V_C = 6-j4 V
I = 2+j3 A

Angolo che si forma rispettivamente tra **V_R (o I), V_C, V_G** e l'asse reale positivo **Re**:

α = arctg (30/20)= arctg(1,5) = **56,3° (V_R e Re)**

β = arctg(-4/6) = arctg(-0,667) = **- 33,7 (V_C e Re)**

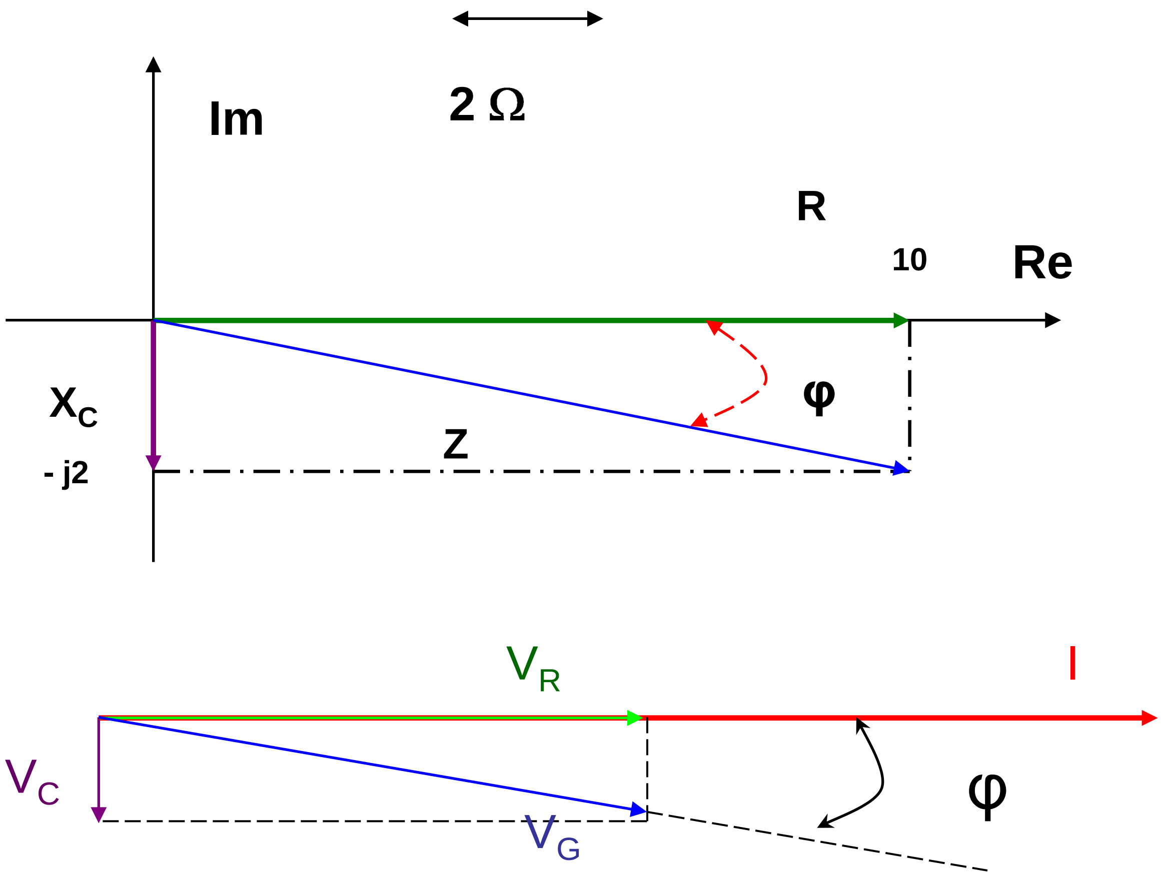
δ = arctg(26/26) = arctg(1) = 45 **(V_G e Re)**

Se sommiamo α e β (in modulo) otteniamo 90°, mentre l'angolo tra V_G e I è

$\varphi = \alpha - \delta =$ 56,3° - 45° =11,3° (**angolo importante!!**)

Trattiamo adesso il punto 2) della diapositiva n° 6

$R = 10\ \Omega$, $X_C = -j\,2\ \Omega$, $Z = 10 - j2\ \Omega$



Da questo grafico si nota subito che anche R, X_C, e Z formano un diagramma vettoriale con vettori proporzionali alle rispettive tensioni e con le stesse relazioni di fase. Quindi il valore di φ anche in questo caso deve valere 11,3 .

Infatti:

φ = arctg (-2/10) = - 11,3

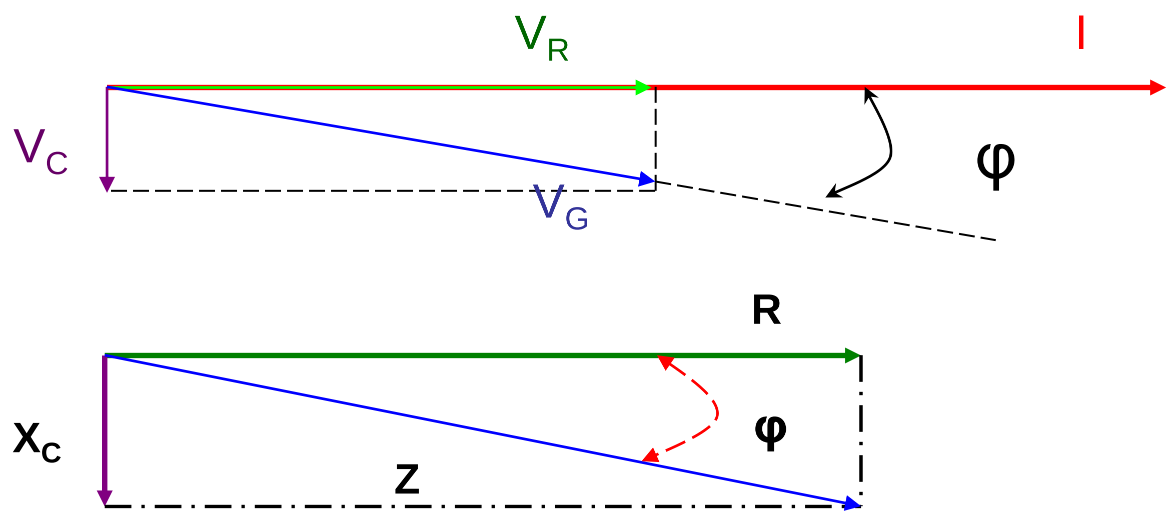
Le reti elettriche in alternata (R-C serie)

Riepilogo

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_C}) = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

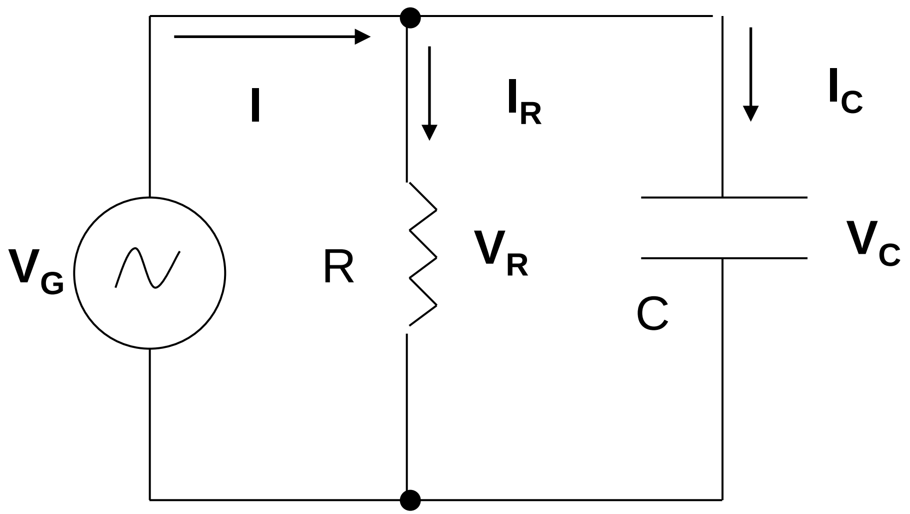
$$\overrightarrow{X_C} = \frac{-j}{\omega \cdot C} = \frac{-j}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$



Dalla formula della reattanza capacitiva X_C si deduce una importante proprietà dei condensatori: **all'aumento** della frequenza " f " la reattanza X_C **diminuisce.**

Ad una frequenza teoricamente **infinita** la reattanza diventa **zero**, cioè il condensatore si comporta come un **corto circuito**. Tale risultato è molto importante in elettronica.

Le reti elettriche in alternata (R-C parallelo)



Questo circuito si studia applicando la legge di Kirchoff alle correnti.

Questa legge stabilisce una relazione di conservazione della carica tra i componenti in parallelo: la corrente che istante per istante fornisce il generatore si deve dividere tra la resistenza e il condensatore.

Quindi scriviamo la relazione vettoriale appena enunciata.

$$\boxed{\vec{I} = \overrightarrow{I_R} + \overrightarrow{I_C}}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-C parallelo)

Adesso teniamo conto della legge di OHM per i due componenti R e C, inserendola nella legge di Kirchoff

$$\vec{I} = \overrightarrow{I_R} + \overrightarrow{I_C}$$

$$\vec{I} = \frac{\overrightarrow{V_R}}{R} + \frac{\overrightarrow{V_C}}{X_C}$$

siccome le tensioni sono uguali (parallelo) possiamo scrivere

$$\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_G}$$

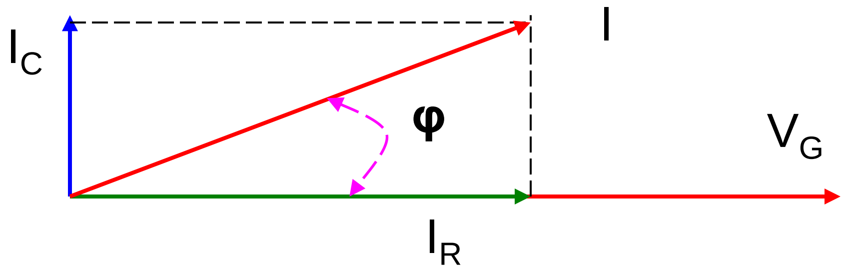
$$\vec{I} = \frac{\overrightarrow{V_G}}{R} + \frac{\overrightarrow{V_G}}{\overrightarrow{X_C}} = \overrightarrow{V_G} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\overrightarrow{X_C}} \right) = \overrightarrow{V_G} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{X_C} + R}{R \cdot \overrightarrow{X_C}} \right)$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot \left(\frac{R \cdot \overrightarrow{X_C}}{\overrightarrow{X_C} + R} \right)$$

$$Z = \frac{R \cdot \overrightarrow{X_C}}{\overrightarrow{X_C} + R} \qquad\qquad Y = \frac{1}{Z}$$

Le reti elettriche in alternata (R-C parallelo)

Il diagramma si costruisce disegnando per **prima** il vettore **tensione V_G**, poiché è la stessa per tutti componenti, che sono in parallelo. Esso può essere disegnato in una posizione qualsiasi,normalmente orizzontale. Poi rispetto ad esso si disegnano gli altri vettori di corrente.



Facciamo un esercizio su questo diagramma supponendo di avere i seguenti valori:

R = 100 Ω, X_C = - j 5 Ω, V_G = 20+j40 V

Calcolare I, I_R, I_C.

$$\boxed{I_R = \frac{V_G}{R} = \frac{20 + j40}{100} = \frac{20}{100} + j\frac{40}{100} = 0{,}2 + j0{,}4 \quad \mathrm{A}}$$

$$\boxed{I_C = \frac{V_G}{X_C} = \frac{20 + j40}{-j5} = \frac{20}{-j5} + \frac{j40}{-j5} = \frac{-4}{j} - 8 = j4 - 8 = -8 + j4 \quad \mathrm{A}}$$

Il calcolo di I si può ottenere in due modi equivalenti: 1) applicando il principio di Kirchoff alle correnti; 2) calcolando l’impedenza Z e usando la legge di Ohm per tutto il circuito.

$$\boxed{I = I_R + I_C = (0{,}2 + j0{,}4) + (-8 + j4) = -7{,}8 + j4{,}4 \quad \mathrm{A}}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-C parallelo)

Calcoliamo l’impedenza Z del circuito: **R = 100 Ω, X_C = - j 5 Ω, V_G = 20+j40 V**

$$Z=\frac{R\cdot X_C}{R+X_C}=\frac{100\cdot(-j5)}{100+(-j5)}=\frac{-j500}{100-j5}=\frac{-j500}{100-j5}\cdot\frac{100+j5}{100+j5}=\frac{(-j500)\cdot(100+j5)}{100^2+5^2}$$

$$Z=\frac{-j50000+2500}{10000+25}=\frac{2500-j50000}{10025}=\frac{2500}{10025}-j\frac{50000}{10025}=0{,}249-j4{,}98\quad\Omega$$

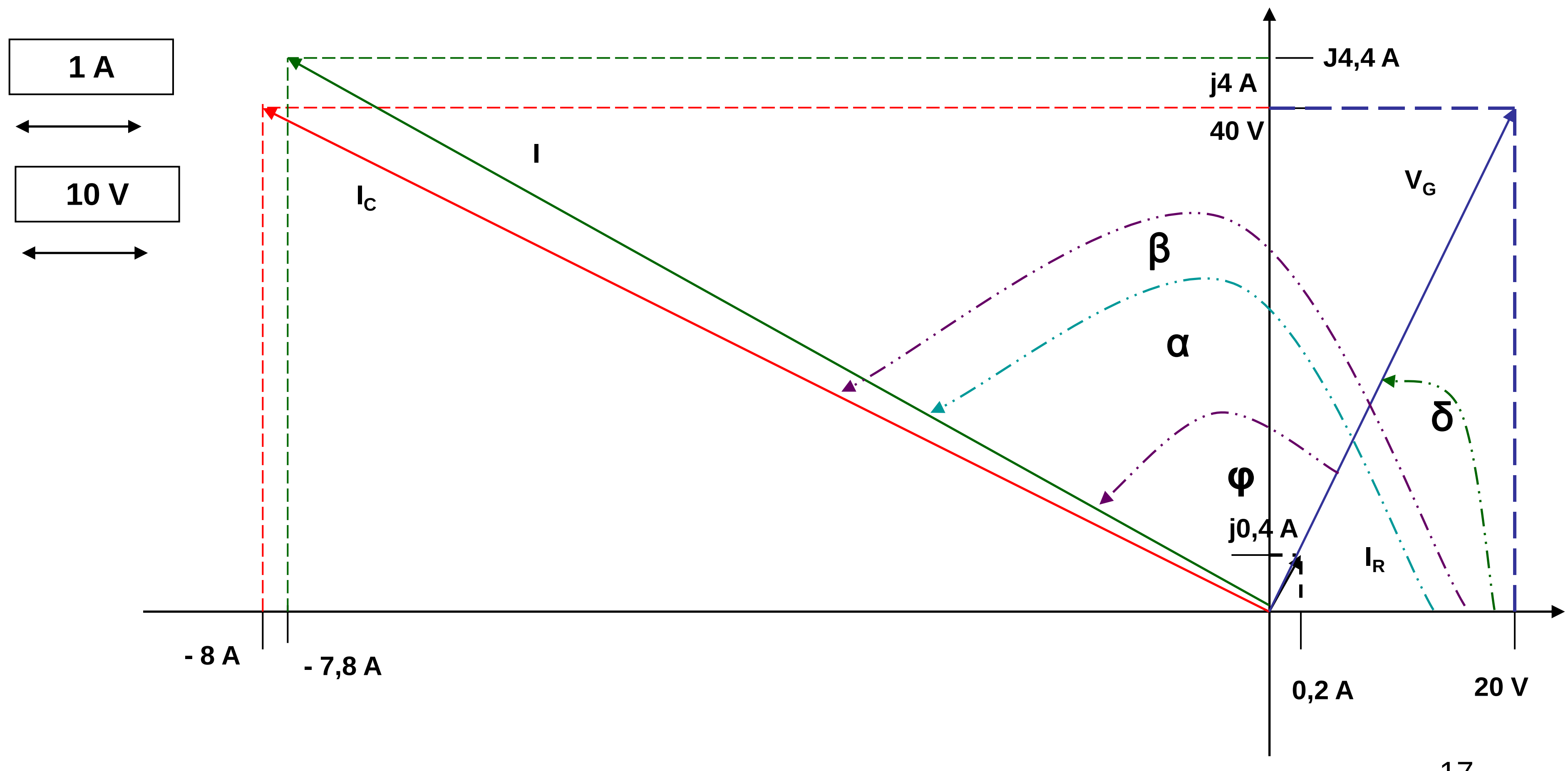
Questo risultato ci mostra come il circuito **parallelo** equivalga ad un circuito **serie** che come resistenza un valore 0,249 Ω ed un condensatore di reattanza –j4,98 Ω.

Questo risultato si può dimostrare che è sempre vero: un circuito parallelo si può sempre trasformare in un circuito serie equivalente.

Le reti elettriche in alternata
(R-C parallelo)

Facciamo il grafico dei vettori calcolati nell'esercizio precedente.

1. V_G = 20+j40 V, I_R = 0,2+j0,4 A, I_C = -8+j4 A, I = -7,8+j4,4 A
2. R = 100 Ω, X_C = - j 5 Ω, Z = 0,249-j4,98 Ω



Dal grafico precedente si ricavano tutti gli angoli

Angolo che si forma rispettivamente tra **V_G (o I_R), I_C, I,** e l'asse reale positivo **Re**:

α = arctg (4,4/-7,8)= arctg(-0,564) = - 29,42° **= 150,57° (I e Re)**

β = arctg(4/(-8)) = arctg(-0,5) = **- 26,56° = 153,43° (I_C e Re)**

δ = arctg(40/20) = arctg(2) = **63,43 (V_G e Re)**

L'angolo tra I_R ed asse reale positivo è uguale a quello di V_G poiché la resistenza non sfasa tensione e corrente.

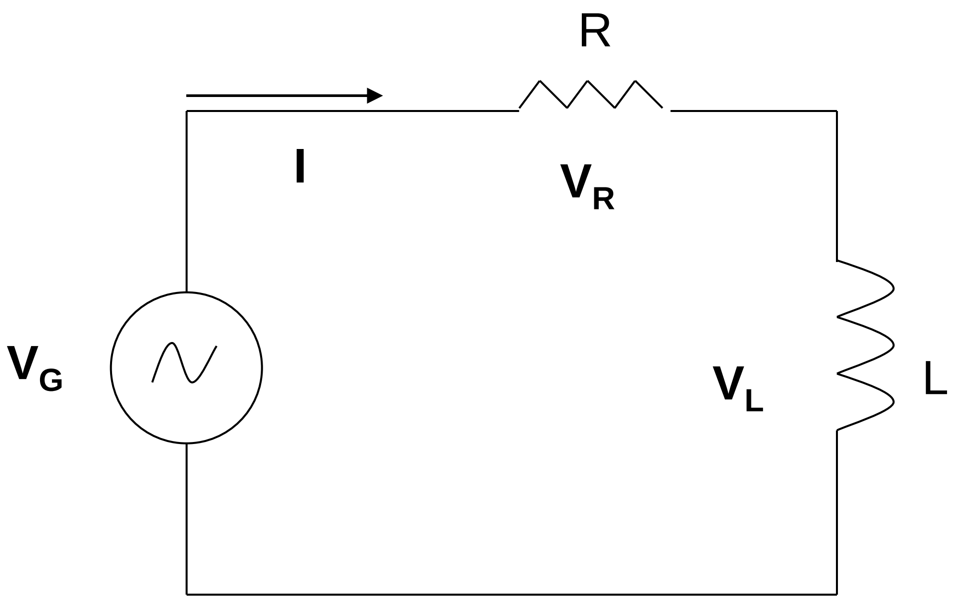
Da questi dati ricaviamo anche che tra corrente I_C e tensione V_G c'è un angolo di 90°: **angolo tra (I_C – V_G) = $\beta - \delta$ = 153,43 - 63,43 = 90°.**

Troviamo conferma alla teoria.

L'angolo tra V_G ed I si calcola infine così:

$$\boldsymbol{\varphi = \alpha - \delta = 150{,}57 - 63{,}43 = 87{,}14}$$

Le reti elettriche in alternata (R-L)

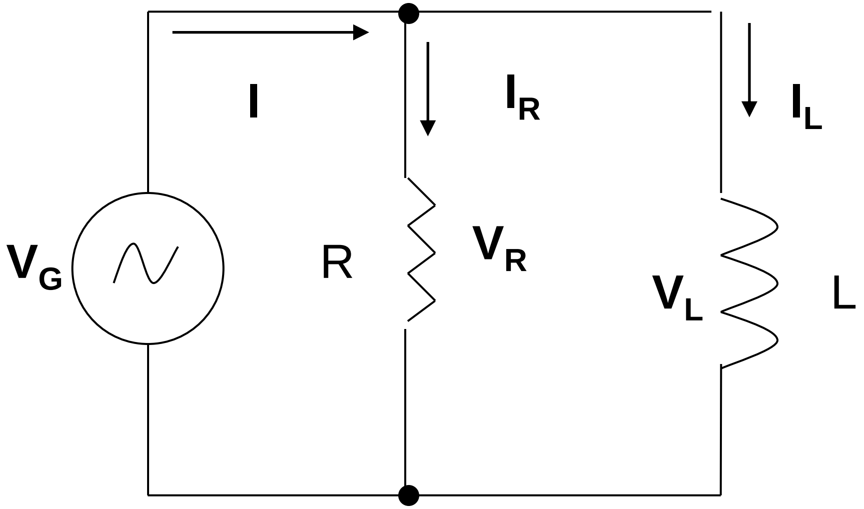


Circuito R-L serie:

Questo circuito ha **una sola** corrente che percorre sia R che L.

Invece le tensioni sono **tre V_G, V_R, V_L**.

Ricordiamo che la tensione (V) è una energia (J) per unità di carica (L).

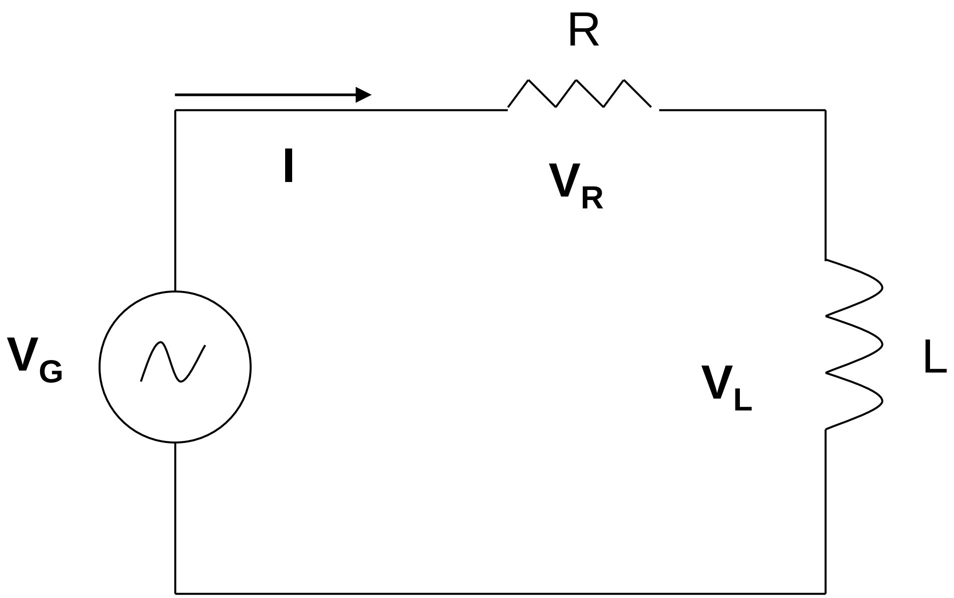


Circuito R-L parallelo:

Questo circuito ha **una sola** tensione che si localizza ai capi di V_G di R e di L.

Invece le correnti sono **tre I, I_R, I_L**.

Le reti elettriche in alternata
(R-L serie)



Questo circuito si studia applicando la legge di Kirchoff alle tensioni.

Questa legge stabilisce una relazione energetica tra i componenti presenti nella maglia: la tensione che istante per istante fornisce il generatore si deve distribuire tra la resistenza e il condensatore.

Quindi scriviamo la relazione vettoriale appena enunciata.

$$\boxed{\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_L}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L serie)

Adesso teniamo conto della legge di OHM per i due componenti R e L, inserendola nella legge di Kirchoff

$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_L = R \cdot \vec{I} + \overrightarrow{X_L} \cdot \vec{I} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_L}) \\ \text{la quantità tra parentesi tonda è chiamata} \\ \text{IMPEDENZA } \overrightarrow{Z} \ (\Omega): \ \vec{Z} = R + \overrightarrow{X_L}\end{array}}$$

L'inverso dell'impedenza Z prende nome **AMMETTENZA Y**

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_L}) = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

L'ultima formula ci suggerisce un modo per interpretare il circuito:

Esso si comporta come un unico componente, chiamato **impedenza Z al cui interno sono conglobati sia R che C, al quale si può applicare la legge di OHM.**

Esempio:

R = 10 Ω, X_L= j 2 Ω, I = 2+j3 A

Calcolare V_G, V_R, V_L.

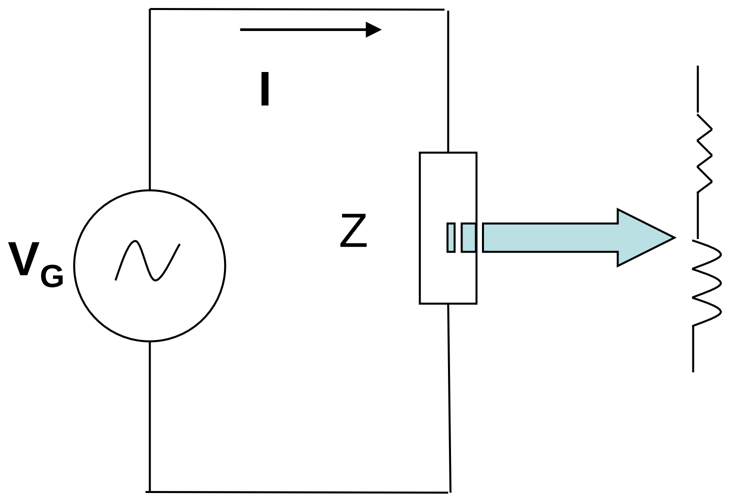
Z = 10 +j2 Ω

V_G = Z I = (10+j2)(2+j3) = 20+j30+j4-6

V_G=14+j34 V

V_R = R I = 10(2+j3) = 20+j30 V

V_L = X_L I = (j2)(2+j3) = j4-6 = -6+j4 V

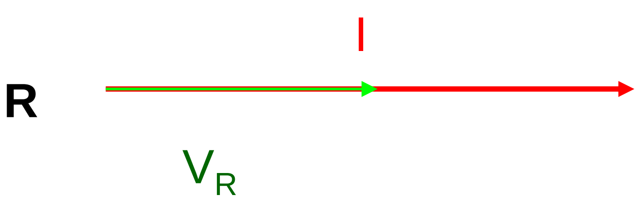


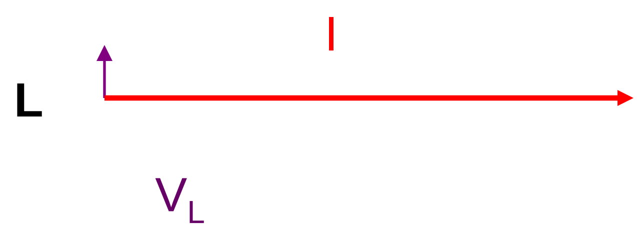
L'esempio appena svolto ci suggerisce una interpretazione grafica molto interessante e molto **utilizzata**. Riscriviamo i risultati ottenuti:

1. V_G=14+j34 V, V_R = 20+j30 V, V_L = -6+j4 V
2. R = 10 Ω, X_L = j 2 Ω, Z = 10 +j2 Ω
3. I = 2+j3 A

Trattiamo il punto 1).

Conosciamo il diagramma vettoriale tra tensione e corrente sia per le resistenze che per i condensatori, adesso utilizziamoli e verifichiamo che l'esempio sia coerente con la teoria.





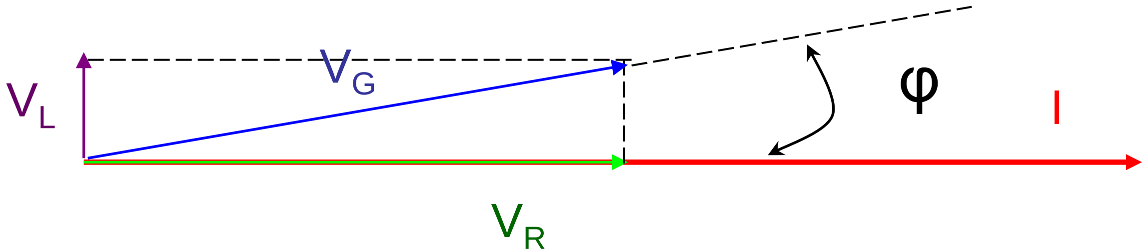
Sulla resistenza tensione e corrente sono in fase

Sull'induttanza la tensione è in anticipo sulla corrente di 90°

NOTA: I VETTORI V_R E V_L SONO DISEGNATI IN PROPORZIONE **CORRETTA**

I due diagrammi vettoriali di solito si disegnano in un unico grafico per determinare anche la tensione V_G e l'angolo di fase tra questa tensione e la corrente I che circola nel circuito.

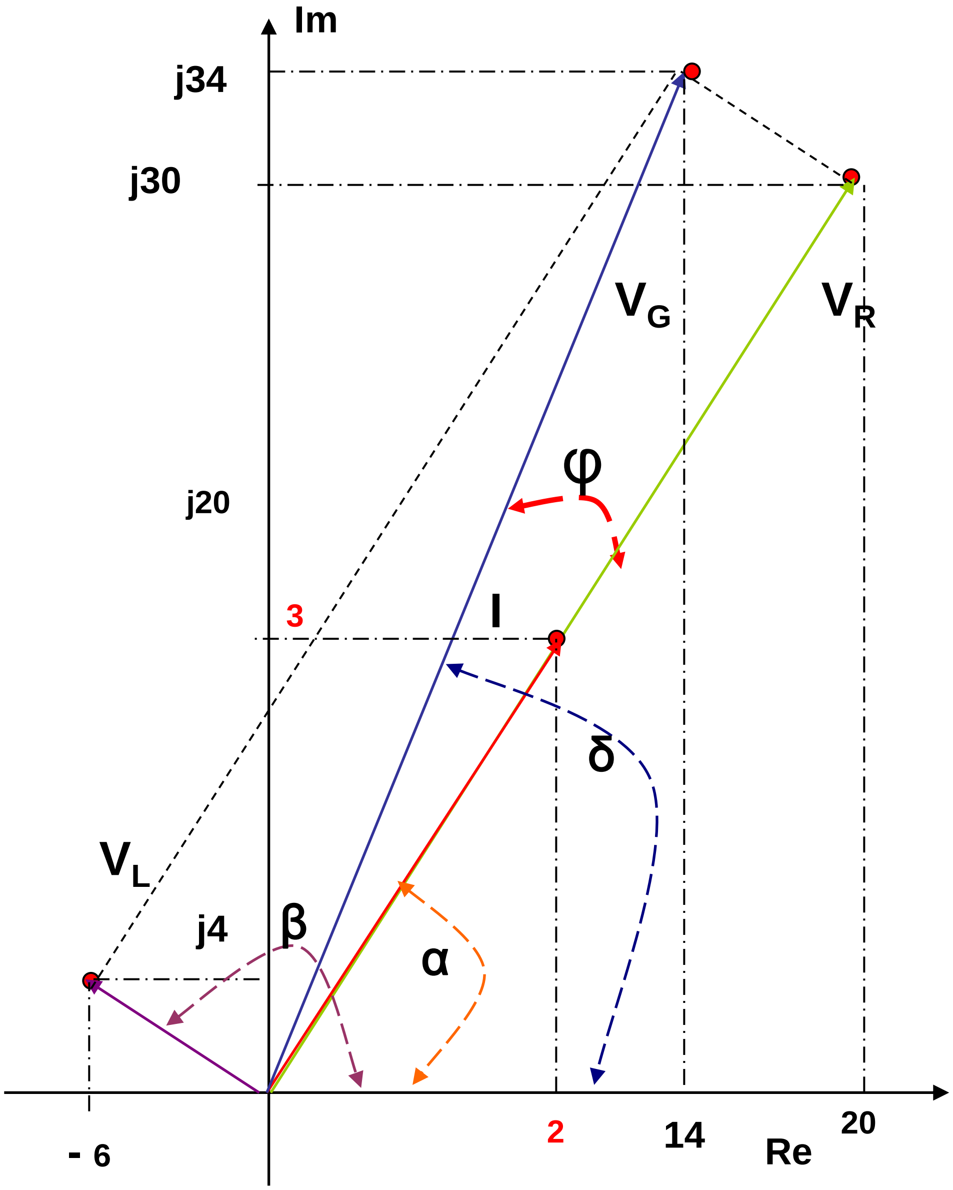
Il diagramma si costruisce disegnando per **prima** il vettore **corrente I**, poiché è lo stesso per tutti componenti, che sono in serie. Esso può essere disegnato in una posizione qualsiasi,normalmente orizzontale. Poi rispetto ad esso si disegnano gli altri vettori di tensione.



Come si calcolano la tensione V_G e l'angolo φ ?

Disegniamo sul piano di Gauss le tre tensioni e la corrente e successivamente paragoniamo il grafico ottenuto con quello disegnato in questa pagina.

Le reti elettriche in alternata
(R-L serie)



V_G=14+j34 V
V_R = 20+j30 V
V_L = - 6+j4 V
I = 2+j3 A

5 V

1 A

Dal grafico precedente si ricava già visivamente che l'angolo tra **I** e V_L è di 90°. Tuttavia ora possiamo calcolarlo anche analiticamente.

Riportiamo ancora una volta i risultati dell'esercizio:
V_G=14+j34 V
V_R = 20+j30 V
V_L = - 6+j4 V
I = 2+j3 A

Angolo che si forma rispettivamente tra **V_R (o I), V_L, V_G** e l'asse reale positivo **Re**:

α = arctg (30/20)= arctg(1,5) = **56,3° (V_R e Re)**

β = arctg(-4/6) = arctg(-0,667) = **- 33,7° == - 33,7°+180° = 146,3° (V_L e Re)**

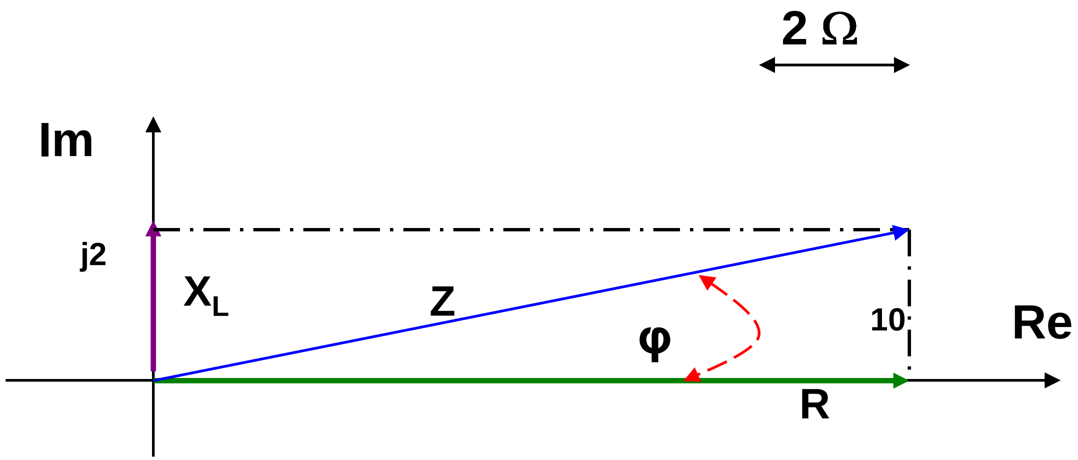
δ = arctg(34/14) = arctg(1) = **67,6 (V_G e Re)**

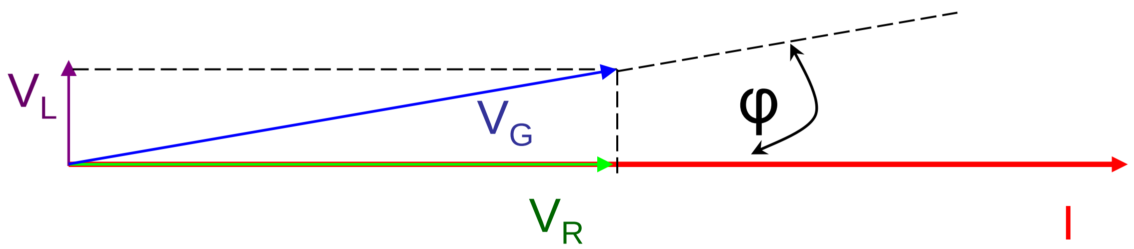
Se sottraiamo β e α (in modulo) otteniamo 90°, mentre l'angolo tra V_G e I è

$\varphi = \alpha - \delta =$ 67,6° - 56,3° =11,3° (**angolo importante!!**)

Trattiamo adesso il punto 2) della diapositiva n° 23

R = 10 Ω, X_L = j 2 Ω, Z = 10 +j2 Ω





Da questo grafico si nota subito che anche R, X_L, e Z formano un diagramma vettoriale con vettori proporzionali alle rispettive tensioni e con le stesse relazioni di fase. Quindi il valore di φ anche in questo caso deve valere 11,3 .

Infatti:

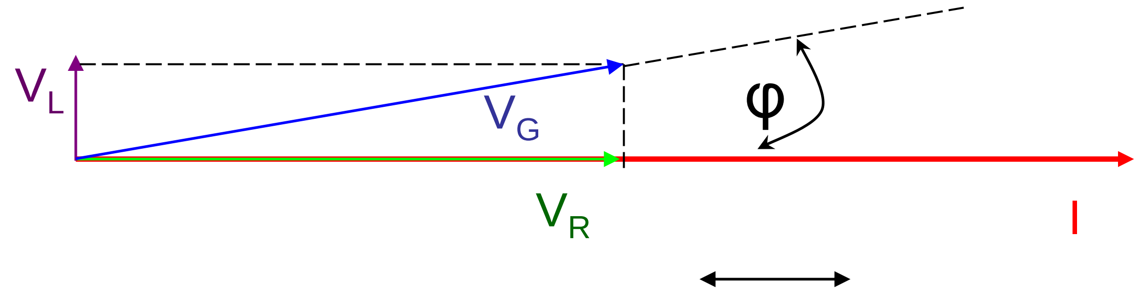
$$\varphi = \text{arctg}\,(2/10) = +\,11{,}3$$

Le reti elettriche in alternata (R-L serie)

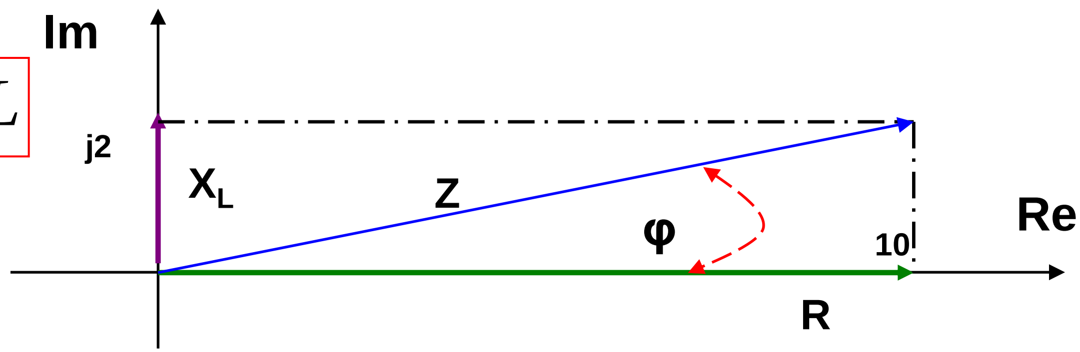
Riepilogo

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot (R + \overrightarrow{X_L}) = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$



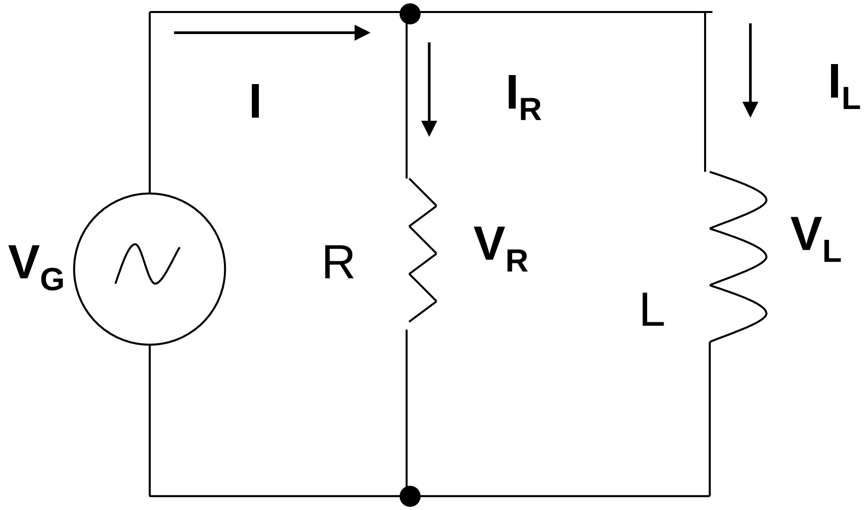
$$\overrightarrow{X_L} = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$



Dalla formula della reattanza induttiva X_L si deduce una importante proprietà dei solenoidi: **all'aumento** della frequenza " f " la reattanza X_L **aumento.**

Ad una frequenza **zero** la reattanza è **zero** e quindi essa è un **corto circuito** mentre ad una frequenza teoricamente **infinita** la reattanza diventa **infinita** , cioè il solenoide si comporta come un **circuito aperto**. Tale risultato è molto importante in elettronica.

Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo)



Questo circuito si studia applicando la legge di Kirchoff alle correnti.

Questa legge stabilisce una relazione di conservazione della carica tra i componenti in parallelo: la corrente che istante per istante fornisce il generatore si deve dividere tra la resistenza e il condensatore.

Quindi scriviamo la relazione vettoriale appena enunciata.

$$\boxed{\vec{I} = \overrightarrow{I_R} + \overrightarrow{I_L}}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo)

Adesso teniamo conto della legge di OHM per i due componenti R e L, inserendola nella legge di Kirchoff

$$\vec{I} = \overrightarrow{I_R} + \overrightarrow{I_L}$$

$$\vec{I} = \frac{\overrightarrow{V_R}}{R} + \frac{\overrightarrow{V_L}}{X_L}$$

siccome le tensioni sono uguali (parallelo) possiamo scrivere

$$\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_L} = \overrightarrow{V_G}$$

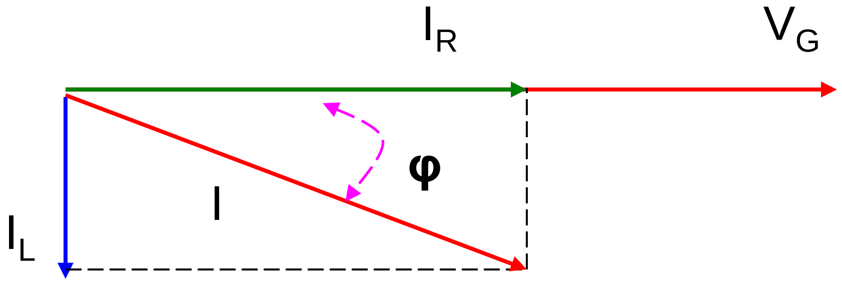
$$\vec{I} = \frac{\overrightarrow{V_G}}{R} + \frac{\overrightarrow{V_G}}{\overrightarrow{X_L}} = \overrightarrow{V_G} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\overrightarrow{X_L}} \right) = \overrightarrow{V_G} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{X_L} + R}{R \cdot \overrightarrow{X_L}} \right)$$

$$\overrightarrow{V_G} = \vec{I} \cdot \left(\frac{R \cdot \overrightarrow{X_L}}{\overrightarrow{X_L} + R} \right)$$

$$Z = \frac{R \cdot \overrightarrow{X_L}}{\overrightarrow{X_L} + R} \qquad\qquad Y = \frac{1}{Z}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo)

Il diagramma si costruisce disegnando per **prima** il vettore **tensione V_G**, poiché è la stessa per tutti componenti, che sono in parallelo. Esso può essere disegnato in una posizione qualsiasi,normalmente orizzontale. Poi rispetto ad esso si disegnano gli altri vettori di corrente.



Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo)

Facciamo un esercizio su questo diagramma supponendo di avere i seguenti valori:

R = 100 Ω, X_L = + j 5 Ω, V_G = 20+j40 V

Calcolare I, I_R, I_L.

$$I_R = \frac{V_G}{R} = \frac{20 + j40}{100} = \frac{20}{100} + j\frac{40}{100} = 0{,}2 + j0{,}4 \quad \text{A}$$

$$I_L = \frac{V_G}{X_L} = \frac{20 + j40}{+j5} = \frac{20}{+j5} + \frac{j40}{+j5} = \frac{4}{j} + 8 = -j4 + 8 = +8 - j4 \ \ \text{A}$$

Il calcolo di I si può ottenere in due modi equivalenti: 1) applicando il principio di Kirchoff alle correnti; 2) calcolando l'impedenza Z e usando la legge di Ohm per tutto il circuito.

$$I = I_R + I_L = (0{,}2 + j0{,}4) + (8 - j4) = 8{,}2 - j3{,}6 \quad \text{A}$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo)

Calcoliamo l'impedenza Z del circuito: **R = 100 Ω, X_L = + j 5 Ω, V_G = 20+j40 V**

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{R + X_L} = \frac{100 \cdot (+j5)}{100 + (+j5)} = \frac{j500}{100 + j5} = \frac{j500}{100 + j5} \cdot \frac{100 - j5}{100 - j5} = \frac{(j500) \cdot (100 - j5)}{100^2 + 5^2}$$

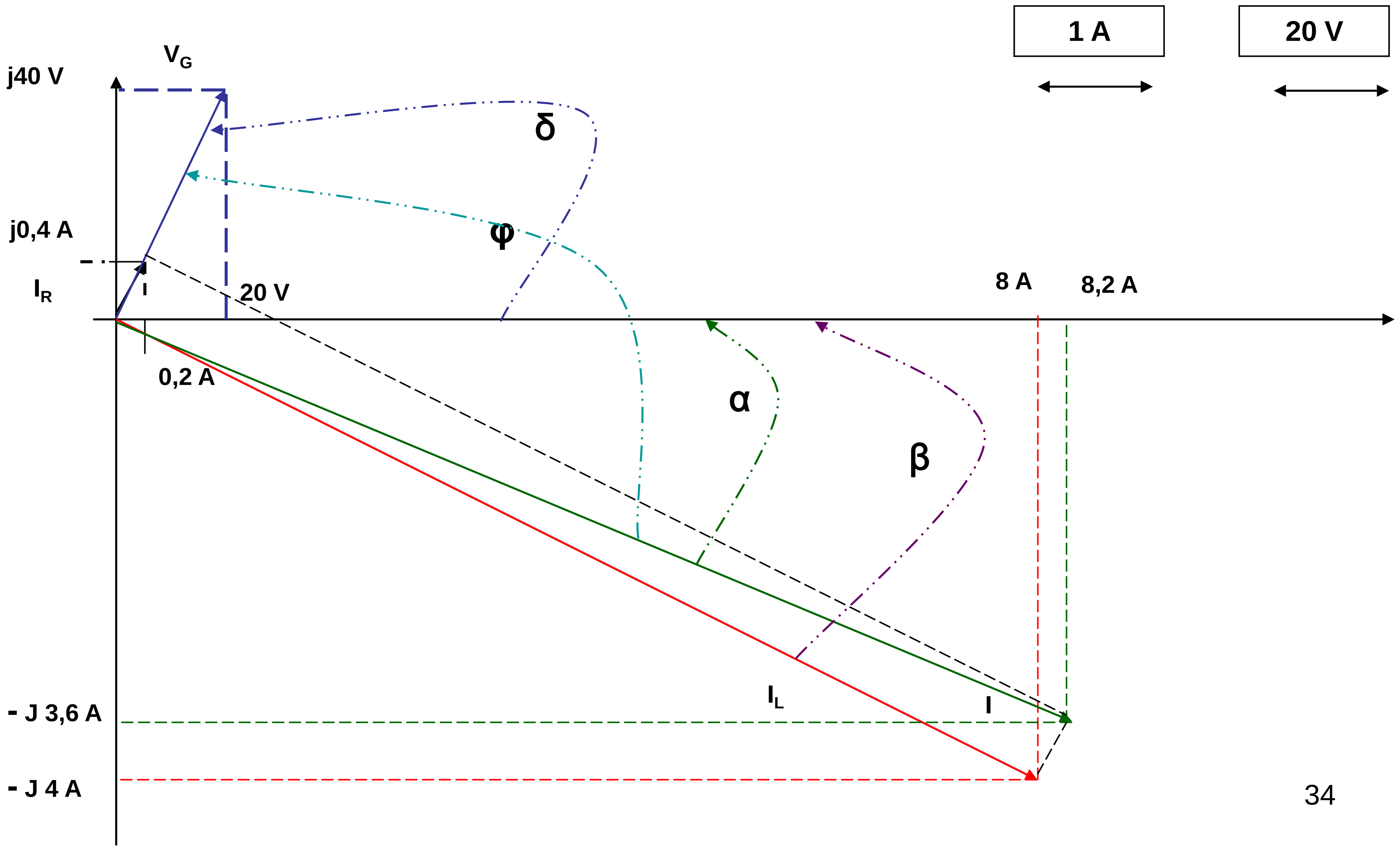
$$Z = \frac{j50000 + 2500}{10000 + 25} = \frac{2500 + j50000}{10025} = \frac{2500}{10025} + j\frac{50000}{10025} = 0{,}249 + j4{,}98 \quad \Omega$$

Questo risultato ci mostra come il circuito **parallelo** equivalga ad un circuito **serie** che come resistenza un valore 0,249 Ω ed un solenoide di reattanza + j 4,98 Ω.

Questo risultato si può dimostrare che è sempre vero: un circuito parallelo si può sempre trasformare in un circuito serie equivalente.

Le reti elettriche in alternata
(R-L parallelo-- grafico)

1. V_G = 20 + j40 V, I_R = 0,2 + j0,4 A, I_L = 8- j4 A, I = 8,2 - j3,6 A
2. R = 100 Ω, X_L = + j 5 Ω, Z = 0,249 + j4,98 Ω



Dal grafico precedente si ricavano tutti gli angoli

Angolo che si forma rispettivamente tra $\mathbf{V_G}$ **(o $\mathbf{I_R}$), $\mathbf{I_L}$, I** e l'asse reale positivo **Re**:

$\alpha =$ arctg (-3,6/8,2)= arctg(-0,439) = **- 23,7° (I e Re)**

$\beta =$ arctg(-4/8) = arctg(-0,5) = **- 26,56° ($\mathbf{I_L}$ e Re)**

$\delta =$ arctg(40/20) = arctg(2) = **63,43 ($\mathbf{V_G}$ e Re)**

L'angolo tra I_R ed asse reale positivo è uguale a quello di V_G poiché la resistenza non sfasa tensione e corrente.

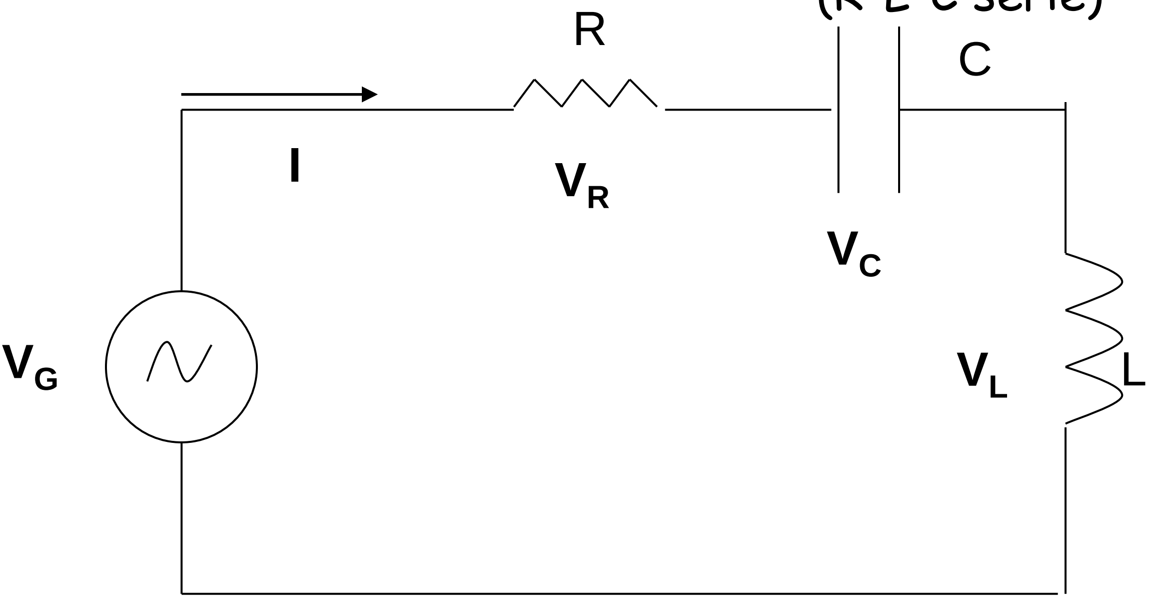
Da questi dati ricaviamo anche che tra corrente I_L e tensione V_G c'è un angolo di 90°:
angolo tra ($\mathbf{I_L}$ – $\mathbf{V_G}$) = $\beta + \delta =$ 26,56° + 63,43 = 90°.

Troviamo conferma alla teoria.

L'angolo tra V_G ed I si calcola infine così:

$$\varphi = \alpha - \delta = 23{,}7 + 63{,}43 = 87{,}14$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)



In questo circuito abbiamo componenti in serie per cui la corrente è unica **I,** ed abbiamo tre tensioni tra le quali scriviamo subito l'equazione di Kirchoff.

$$\boxed{\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L}$$

Da questa equazione ricaviamo quella dell'impedenza **Z** del circuito.

$$\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L$$

$$\vec{V}_G = \left(R + \vec{X}_C + \vec{X}_L\right) \cdot \vec{I}$$

$$\vec{Z} = \frac{\vec{V}_G}{\vec{I}} = R + \vec{X}_C + \vec{X}_L$$

$$\vec{Z} = R + j \cdot \left(X_L - X_C\right)$$

$$\vec{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C)$$

Dall'ultima relazione si ricava il comportamento del circuito, che può essere classificato in tre modi diversi a seconda dei valori assunti dalle due reattanze:

1. Se $X_L > X_C$ il circuito si comporta come un R – L (poiché $X_L - X_C > 0$);
2. Se $X_L < X_C$ il circuito si comporta come un R – C (poiché $X_L - X_C < 0$);
3. Se $X_L = X_C$ il circuito si comporta come un circuito puramente ohmico e presenta un fenomeno fisico particolare che si chiama "risonanza". (poiché $X_L - X_C = 0$);

Caso n° 1: $X_L > X_C$

Sviluppiamo la formula dell'impedenza Z.

$$\vec{Z} = R + j \cdot (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})$$

$$\omega \cdot L > \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\omega^2 > \frac{1}{L \cdot C}; \quad \omega > \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

La differenza delle due reattanze è positiva, come nei circuiti R-L serie.

Il circuito si comporta in tutto come già studiato, con la parte immaginaria positiva e reattanza pari a $\mathbf{X_L - X_C}$

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)

Caso n° 2: $X_L < X_C$

$$\vec{Z} = R + j \cdot (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})$$

$$\omega \cdot L < \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\omega^2 < \frac{1}{L \cdot C}; \quad \omega < \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

La differenza delle due reattanze è negativa, come nei circuiti R- C serie.

Il circuito si comporta in tutto come già studiato, con la parte immaginaria negativa e reattanza pari a $\mathbf{X_L - X_C}$

Caso n° 3: $X_L = X_C$

$$\vec{Z} = R + j \cdot (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})$$

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}; \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

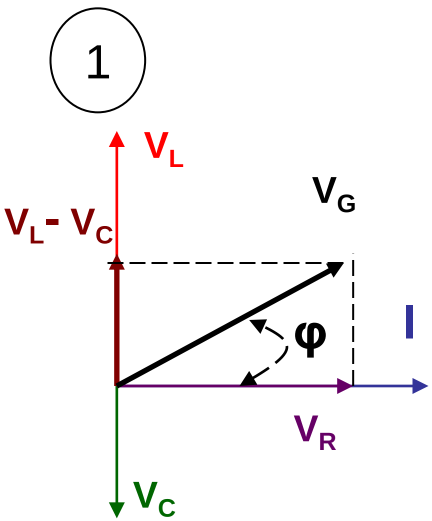
La differenza delle due reattanze è zero, come nei circuiti puramente ohmici.

Il circuito si comporta in tutto come già studiato, con la parte immaginaria zero e quindi reattanza pari a zero.

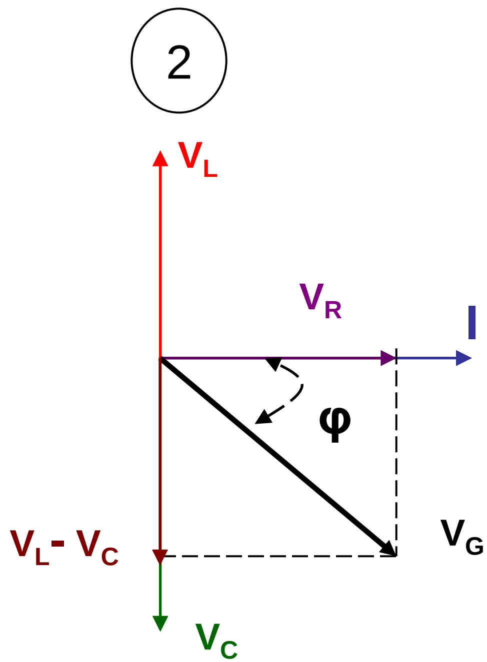
Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)

Dopo lo studio matematico facciamo i grafici vettoriali molto usati in seguito.

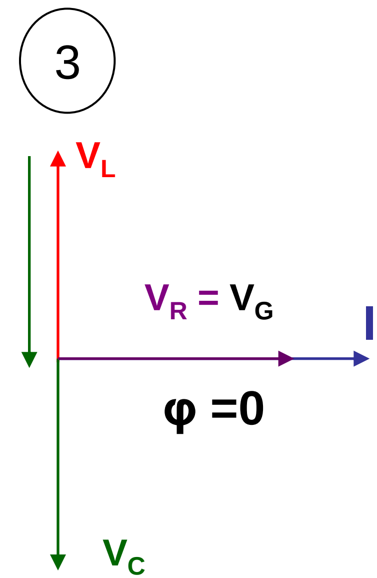
1. $X_L > X_C$ R – L; quindi == ($\mathbf{V_L}= X_L$*I) **>** ($\mathbf{V_C}= X_C$*I)
2. $X_L < X_C$ R – C; quindi ==▶ ($\mathbf{V_L}= X_L$*I) **<** ($\mathbf{V_C}= X_C$*I)
3. $X_L = X_C$ circuito puramente ohmico; quindi ==▶ ($\mathbf{V_L}= X_L$*I) **=** ($\mathbf{V_C}= X_C$*I)



Equivale ad un R-L



Equivale ad un R-C



Equivale ad un circuito resistivo

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)

Consideriamo le tre relazioni trovate per realizzare un grafico. Su di esso disegneremo le reattanze induttive X_L e capacitive X_C al variare della pulsazione ω o della **frequenza "f"**. Ricordiamo che $\omega = 2\pi f$.

Di seguito riportiamo le formule delle due reattanze.

$$\boxed{\begin{aligned} X_L &= \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \\ X_C &= \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \end{aligned}}$$

Dal punto di vista geometrico X_L è una retta che passa per l'origine (non ha termine noto), mentre X_C è una iperbole equilatera. Si può interpretare fisicamente le due affermazioni dicendo che il solenoide ha una reattanza X_L che aumenta linearmente con la frequenza (infatti sono direttamente proporzionali), mentre il condensatore diminuisce la sua reattanza all'aumentare della frequenza, ma non linearmente, bensì come una curva chiamata iperbole. Si può anche dire che la reattanza capacitiva X_C è inversamente proporzionale alla frequenza.

Riepilogando X_L è piccola a frequenza piccola ed aumenta con la frequenza,

Invece X_C è grande a frequenza piccola e diminuisce all'aumento della frequenza.

Per disegnare il grafico supponiamo di scegliere due valori semplici per i calcoli: L = 0,01 H e C=1F. Sulla base dei calcoli effettuati la frequenza alla quale le due reattanze sono uguali vale:

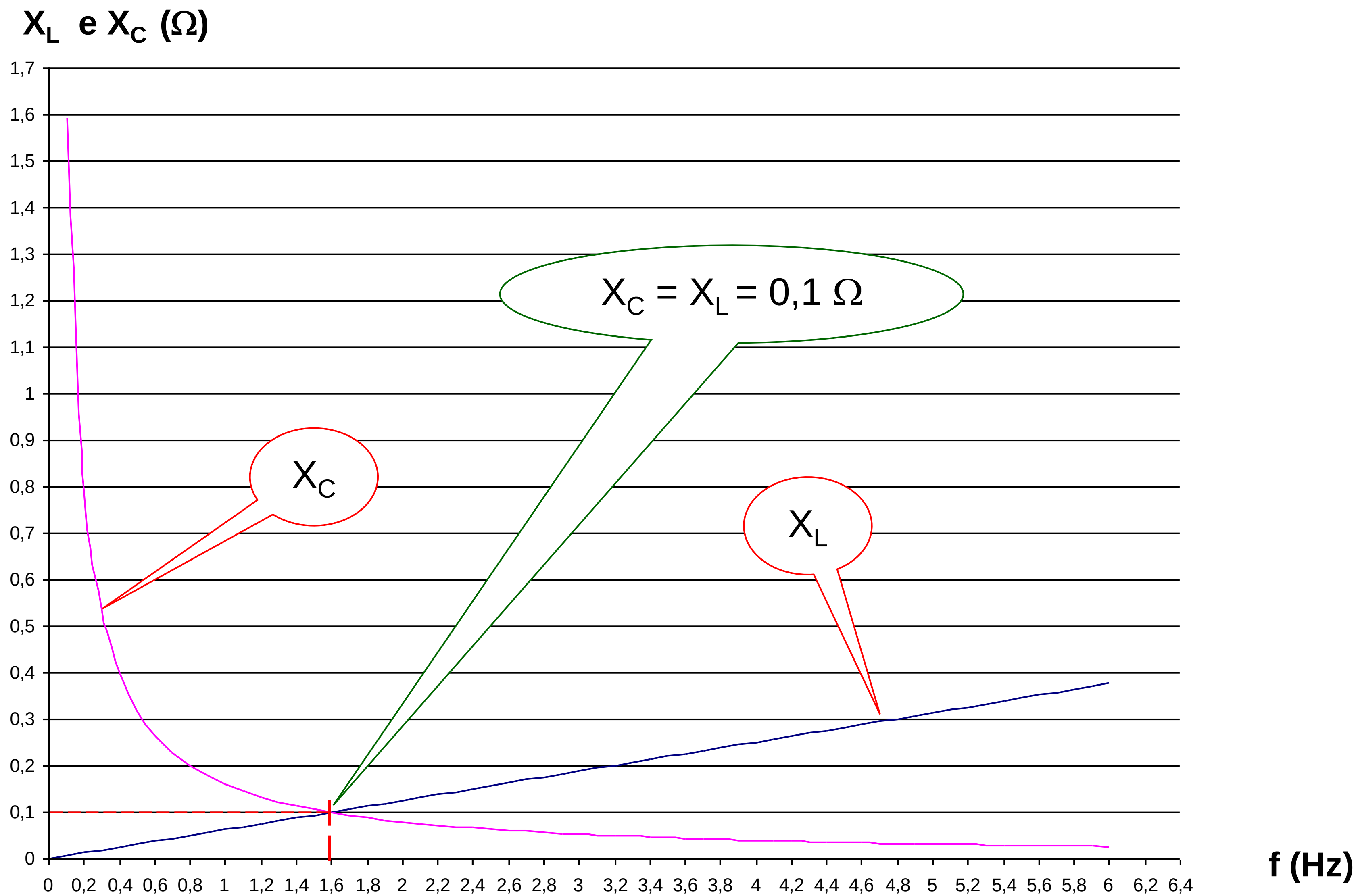
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{0{,}01 \cdot 1}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 0{,}1} = \frac{1}{0{,}628} = 1{,}59 \ \text{Hz} \cong 1{,}6 \ \text{Hz}$$

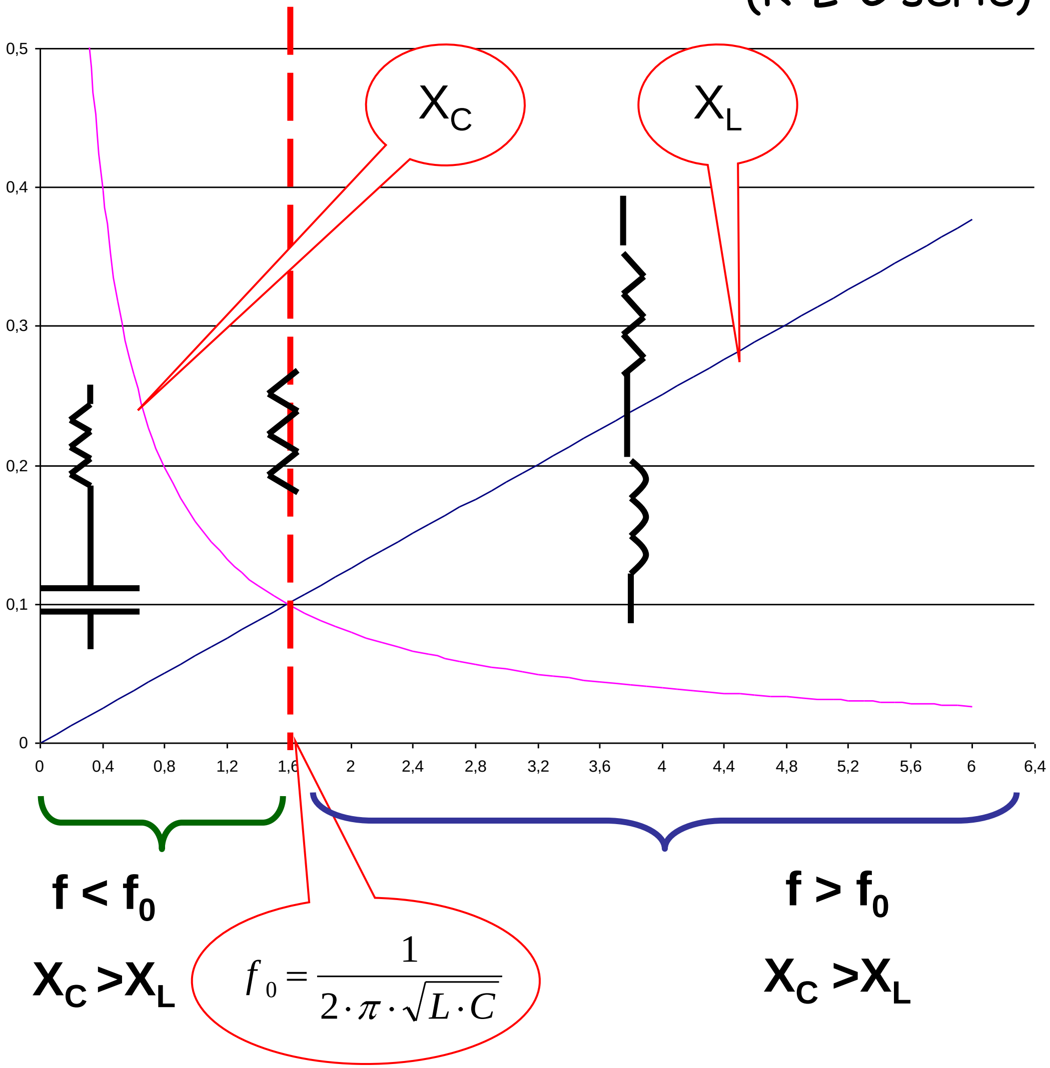
In corrispondenza a tale frequenza le reattanze sono uguali e valgono entrambe (conviene calcolare X_L perché è più facile!):

$$X_C = X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 6{,}29 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}01 \cong 0{,}1 \ \Omega$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)



Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)



Nella figura a fianco sono sintetizzate tutte le conclusioni a cui siamo giunti. Si è evidenziato la frequenza di risonanza f_0, rispetto alla quale si può dividere il grafico in tre parti.

1. Quando la frequenza f è minore di f_0 la reattanza X_C è maggiore di X_L, quindi la reattanza totale del circuito è negativa ed esso si comporta come un R_C.
2. Quando la frequenza f è maggiore di f_0 la reattanza X_C è minore di X_L, quindi la reattanza totale del circuito è positiva ed esso si comporta come un RL.
3. Quando la frequenza è uguale ad f_0, le due reattanze sono uguali e di segno opposto, quindi si annullano. Il circuito è resistivo

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)

Comportamento del circuito alla risonanza

Ricaviamo altri risultati interessanti per il circuito in esame quando esso si trova a funzionare alla frequenza f_0. possiamo supporre di usare un generatore che fornisca una sinusoide proprio del valore f_0. Calcoliamo quanto valgono **l'impedenza, le tensioni, la corrente** in questa situazione.

1)

$$\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L$$

$$\vec{V}_G = \left(R + \vec{X}_C + \vec{X}_L\right)\cdot\vec{I} = R\cdot\vec{I}$$

$$\vec{Z} = \frac{\vec{V}_G}{\vec{I}} = R$$

Vediamo che Z = R. poiché X_C= **-** X_L, quindi la loro somma è zero. Abbiamo una prima deduzione da fare: questo valore è il **minimo** possibile per **Z** (al variare della frequenza), quindi alla risonanza la **corrente** circolante nel circuito è **massima**.

2)

$$\vec{V}_G = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L$$

$$\vec{V}_R = \vec{V}_G\cdot\frac{R}{Z} = \vec{V}_G$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_G\cdot\frac{X_C}{Z} = \vec{V}_G\cdot\frac{X_C}{R} = -\vec{V}_G\cdot\frac{X}{R}$$

$$\vec{V}_L = \vec{V}_G\cdot\frac{X_L}{Z} = \vec{V}_G\cdot\frac{X_L}{R} = \vec{V}_G\cdot\frac{X}{R}$$

In questo secondo punto notiamo che tutta la tensione del generatore è applicata alla resistenza V_G = V_R. Tuttavia questo non significa che su L e C non vi sia tensione, ma che esse sono **uguali** e di **segno opposto** per cui si azzerano (come le reattanze)

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)-- Fattore di qualità Q

Si possono scrivere le formule delle tensioni su C ed L in modo da evidenziare un fenomeno presente in questi circuiti che potrebbe essere pericoloso.

$$Q = \frac{X}{R} \quad \text{(fattore di qualità, adimensionale)}$$

$$\vec{V}_C = -\vec{V}_G \cdot \frac{X}{R} = -\vec{V}_G \cdot Q$$

$$\vec{V}_L = \vec{V}_G \cdot Q$$

CONCLUSIONE: se il circuito RLC serie presenta una resistenza R troppo piccola (minore comunque di X) su C e su L sono presenti SOVRATENSIONI. Per esempio se X è 100 volte più grande di R le due tensioni V_C e V_L sono 100 volte più grandi di V_G (PERICOLO).

Nella forma in cui sono scritte le tensioni V_C e V_L si capisce che esse sono “Q volte” più grandi di V_G.

1. Se Q è minore di 1 e le due tensioni risultano minori di V_G.
2. Se Q è maggiore di 1 le due tensioni sono maggiori di VG.
3. Q è maggiore di 1 se X è maggiore di R.

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie--risonanza)

Il fenomeno della risonanza ha una spiegazione energetica. I due componenti C ed L alla risonanza possiedono esattamente la stessa energia:

1. Condensatore (energia elettrica): $\frac{1}{2}*C*V_C^2$
2. Solenoide (energia magnetica): $\frac{1}{2}*L*I^2$

Siccome $V_C = V_L = X*I$ si ha che:

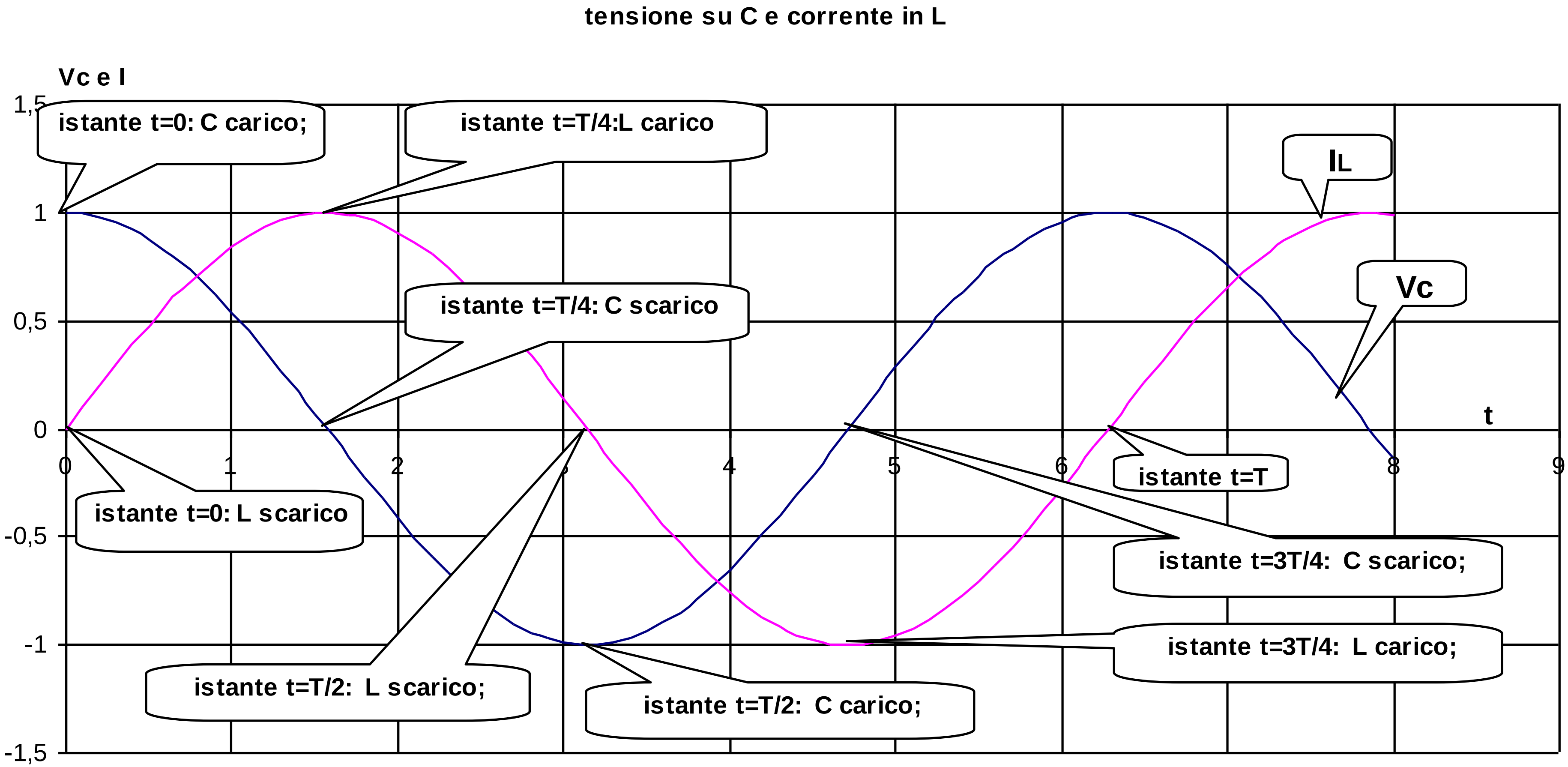
$$\frac{1}{2}*C*V_C^2 = \frac{1}{2}*C*(X*I)^2 = \frac{1}{2}*C*X^2*I^2 = \frac{1}{2}*C*[(\omega*L)*(1/\omega*C)]*I^2 = \frac{1}{2}*L*I^2$$

il condensatore, che si carica di energia elettrica, raggiunge il massimo quando il solenoide, che si carica di energia magnetica, è scarico. Successivamente le due energie si scambiano caricando il solenoide e scaricando il condensatore.

Siccome i due massimi di energia sono uguali sia C che L non guadagna o perde energia nello scambio con l’altro componente, quindi non hanno bisogno del generatore per “aggiustare” il valore che gli compete. Cioè essi sono come “staccati” dal generatore.

Il tempo di questi scambi energetici deve essere uguale al periodo corrispondente alla frequenza di risonanza. Cioè $T_0 = 1/f_0$. Solo in questo modo sia C che L non hanno bisogno di ulteriori energie dato che tra di loro sono perfettamente “sincronizzati” (risonanti).

In questa figura è sintetizzato lo sfasamento tra V_C ed I



R = 10 Ω, C = 10 mF, L = 10μH, V_G = 220 V. Calcolare la frequenza di risonanza f_0 ed il fattore di qualità Q.

$$f_0 = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{6{,}28\cdot\sqrt{10\cdot 10^{-6}\cdot 10\cdot 10^{-3}}} = \frac{1}{6{,}28\cdot\sqrt{10^{-7}}}$$

$$f_0 = \frac{1}{6{,}28\cdot\sqrt{10^{-1}\cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{6{,}28\cdot 10^{-3}\cdot\sqrt{10^{-1}}} = \frac{1000}{6{,}28\cdot\sqrt{10^{-1}}}$$

$$f_0 = \frac{1000}{6{,}28\cdot 0{,}316} = 503{,}5 \text{ Hz}$$

$$X = X_L = -X_C = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L = 6{,}28\cdot 503{,}5\cdot 10\cdot 10^{-6} = 0{,}0316\ \Omega$$

$$Q = \frac{X}{R} = \frac{0{,}0316}{10} = 0{,}00316$$

Il valore del fattore di qualità Q è molto piccolo (quasi zero), quindi possiamo dire che alla frequenza di risonanza V_L e V_C sono quasi zero.

$V_L = V_C = Q * V_G = 0{,}00316*220 = 0{,}695$ V

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)– 2° **Esempio**

R = 1 Ω, C = 100 nF, L = 1 mH, V_G = 220 V. Calcolare la frequenza di risonanza f_0 ed il fattore di qualità Q.

$$f_0 = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{6{,}28\cdot\sqrt{1\cdot 10^{-3}\cdot 100\cdot 10^{-9}}} = \frac{1}{6{,}28\cdot\sqrt{10^{-10}}}$$

$$f_0 = \frac{1}{6{,}28\cdot 10^{-5}} = \frac{100000}{6{,}28} = 15923 \ \ \text{Hz}$$

$$X = X_L = -X_C = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L = 6{,}28\cdot 15923\cdot 1\cdot 10^{-3} \cong 100 \ \ \Omega$$

$$Q = \frac{X}{R} = \frac{100}{1} = 100$$

Il valore del fattore di qualità Q ora è molto grande (=100=, quindi possiamo dire che alla frequenza di risonanza V_L e V_C sono 100 volte V_G.

V_L= V_C= Q *V_G= 100*220 = 22.000 V !!!!   (molto pericolosa)

L'espressione di Q ha una interpretazione fisica importante: essa è il rapporto dell'energia immagazzinata diviso per l'energia dissipata in un ciclo della sinusoide.

$$\boxed{Q = \frac{X \cdot I^2}{R \cdot I^2} = \frac{\text{potenza in induttanza o condensatore}}{\text{potenza in resistore}}}$$

Infine Q ha anche una espressione che deriva da quella generale.

$$\boxed{Q = \frac{X}{R} = \frac{\omega_0 \cdot L}{\mathrm{R}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot L}{R} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L^2}{L \cdot C}} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Le reti elettriche in alternata (R-L-C serie)—grafico di Z ed I in frequenza

È molto utile disegnare un grafico della impedenza Z e/o della corrente I al variare della frequenza. Da questa curva si mette in evidenza quanto vale Z e/o I quando cambia la frequenza. Per questo dobbiamo ricavare una formula sia per Z che per I. Tuttavia le due grandezze sono legate dalla legge di Ohm V_G = Z*I, quindi basta ricavare Z e poi è automatico ricavare anche I.

La dimostrazione successiva non è obbligatoria da conoscere ma occorre per disegnare le curve di cui sopra.

Tuttavia nella dimostrazione si è tenuto conto di alcune formule già studiate e sono state fatte delle semplificazioni.

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} \quad \text{quindi} \quad \omega_0 \cdot L = Q \cdot R$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega_0 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\vec{Z} = R + j\cdot(X_L - X_C) = R + j\cdot\left(\omega\cdot L - \frac{1}{\omega\cdot C}\right)$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega\cdot L - \frac{1}{\omega\cdot C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left[(\omega\cdot L)^2 + \left(\frac{1}{\omega\cdot C}\right)^2 - 2\cdot(\omega\cdot L)\cdot\left(\frac{1}{\omega\cdot C}\right)\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \left[\omega^2\cdot L^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2} - 2\cdot\frac{L}{C}\right]} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2}\cdot\left[\omega^4\cdot L^2\cdot C^2 + 1 - 2\cdot\frac{L}{C}\cdot\omega^2\cdot C^2\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2}\cdot\left[\omega^4\cdot L^2\cdot C^2 + 1 - 2\cdot\omega^2\cdot L\cdot C\right]} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2}\cdot\left[\omega^4\cdot\frac{1}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\omega^2\cdot\frac{1}{\omega_0^2}\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2}\cdot\frac{L^2}{L^2}\left[\omega^4\cdot\frac{1}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\omega^2\cdot\frac{1}{\omega_0^2}\right]} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2\cdot C^2}\cdot\frac{L^2}{L^2}\left[\omega^4\cdot\frac{1}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\omega^2\cdot\frac{1}{\omega_0^2}\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2\cdot C^2\cdot L^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]} = \sqrt{R^2 + L^2\cdot\frac{\omega_0^4}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + L^2\cdot\omega_0^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]} = \sqrt{R^2 + (Q\cdot R)^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + Q^2\cdot R^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]} = R\cdot\sqrt{1 + Q^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right|_N = \frac{\left|\vec{Z}\right|}{R} = \sqrt{1 + Q^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\cdot\left[\frac{\omega^4}{\omega_0^4} + 1 - 2\cdot\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right]} = \sqrt{1 + Q^2\cdot\left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 2\right]}$$

$$\left|\vec{Z}\right|_N = \sqrt{Q^2\cdot\left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 2\right] + 1}$$

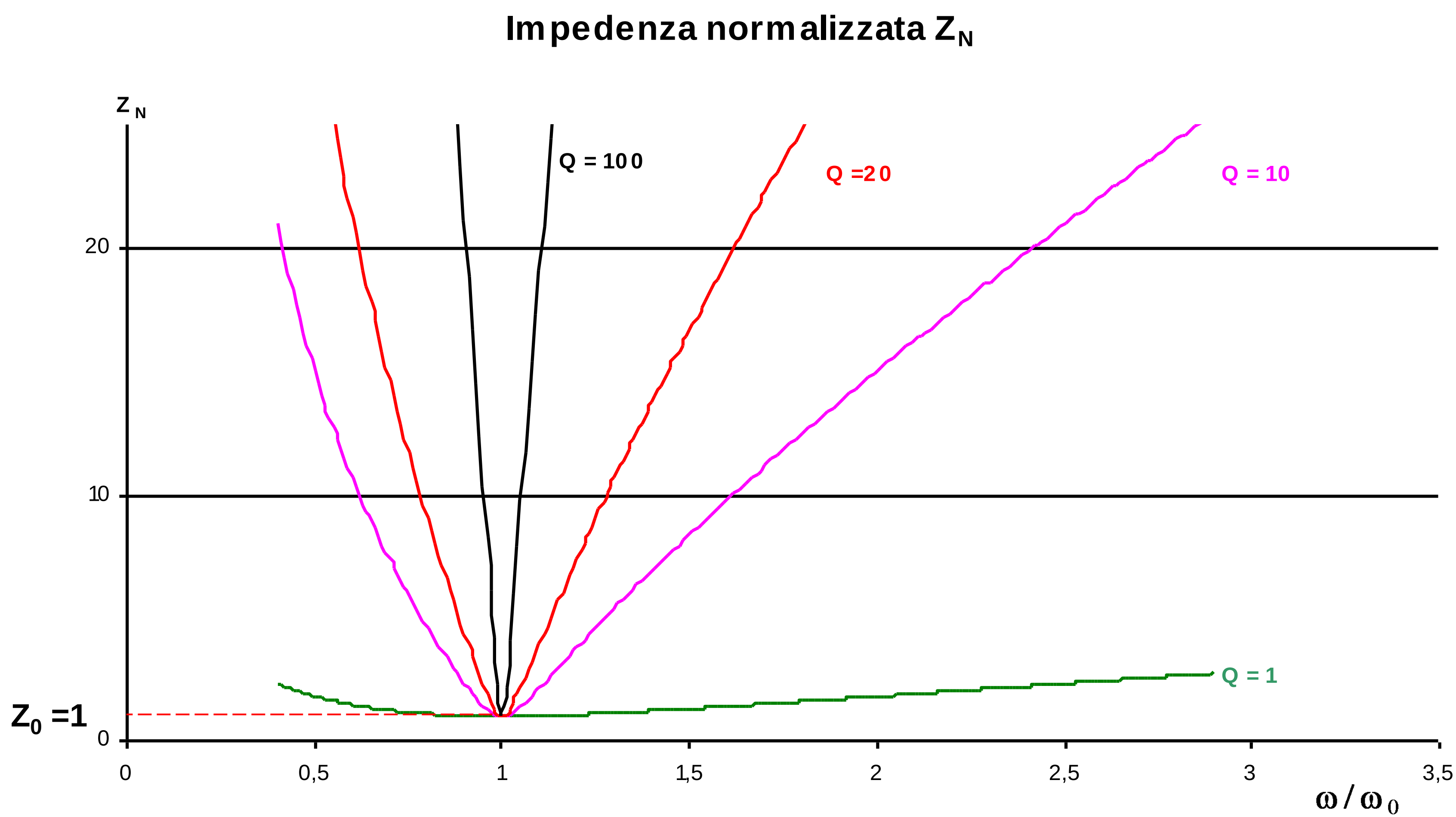
Z_N = impedenza normalizzata

(per avere Z occorre moltiplicare per R la Z_N):

$Z = R^* Z_N$

Le reti elettriche in alternata (R-L-C serie)—grafico di Z_N in frequenza

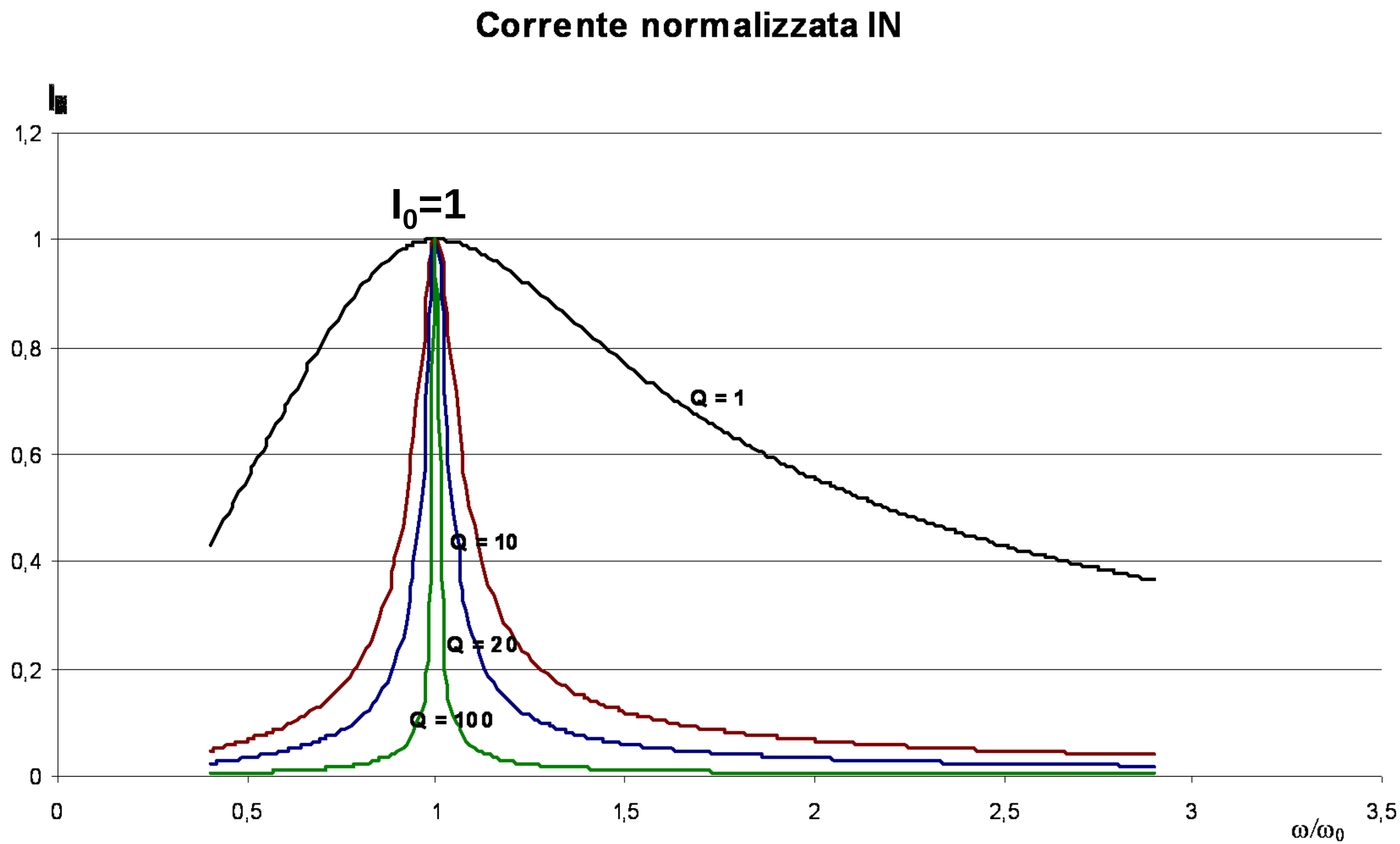
$$\left|\vec{Z}\right|_N = \sqrt{Q^2 \cdot \left[\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 2\right] + 1}$$



L'impedenza è minima $Z_N = Z_0 = 1$ alla risonanza ω/ω_0 **= 1, cioè** $\omega = \omega_0$**.**

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C serie)—grafico di I_N in frequenza

$I_N = 1/Z_N$



La corrente è massima I_N = 1 alla risonanza ω/ω_0 **= 1, cioè $\omega = \omega_0$.**

Un importante commento alle due curve dell'impedenza e della corrente riguarda la loro forma all'aumentare del Q. Si nota che la curva diventa sempre più stretta e i suoi fianchi molto più ripidi. Per questa proprietà il circuito è utilizzato come **"filtro passa banda"**. Il significato di questa frase è abbastanza chiaro: se la curva è molto stretta la corrente che viene fatta passare meglio è quella che ha una frequenza pari a quella di risonanza f_0 (o pulsazione ω_0), mentre le correnti con frequenza diverse sono "attenuate" come risulta dai valori sull'ordinata. Infatti se Q=100 anche frequenze poco diverse da quella di risonanza "attenuano" moltissimo la corrente. Per l'impedenza il discorso vale al contrario: minima impedenza alla risonanza (la corrente passa bene!!), con frequenze diverse essa aumenta (la corrente ha più difficoltà a passare!!).

Queste osservazioni fisiche diventano più precise scrivendole in formule.

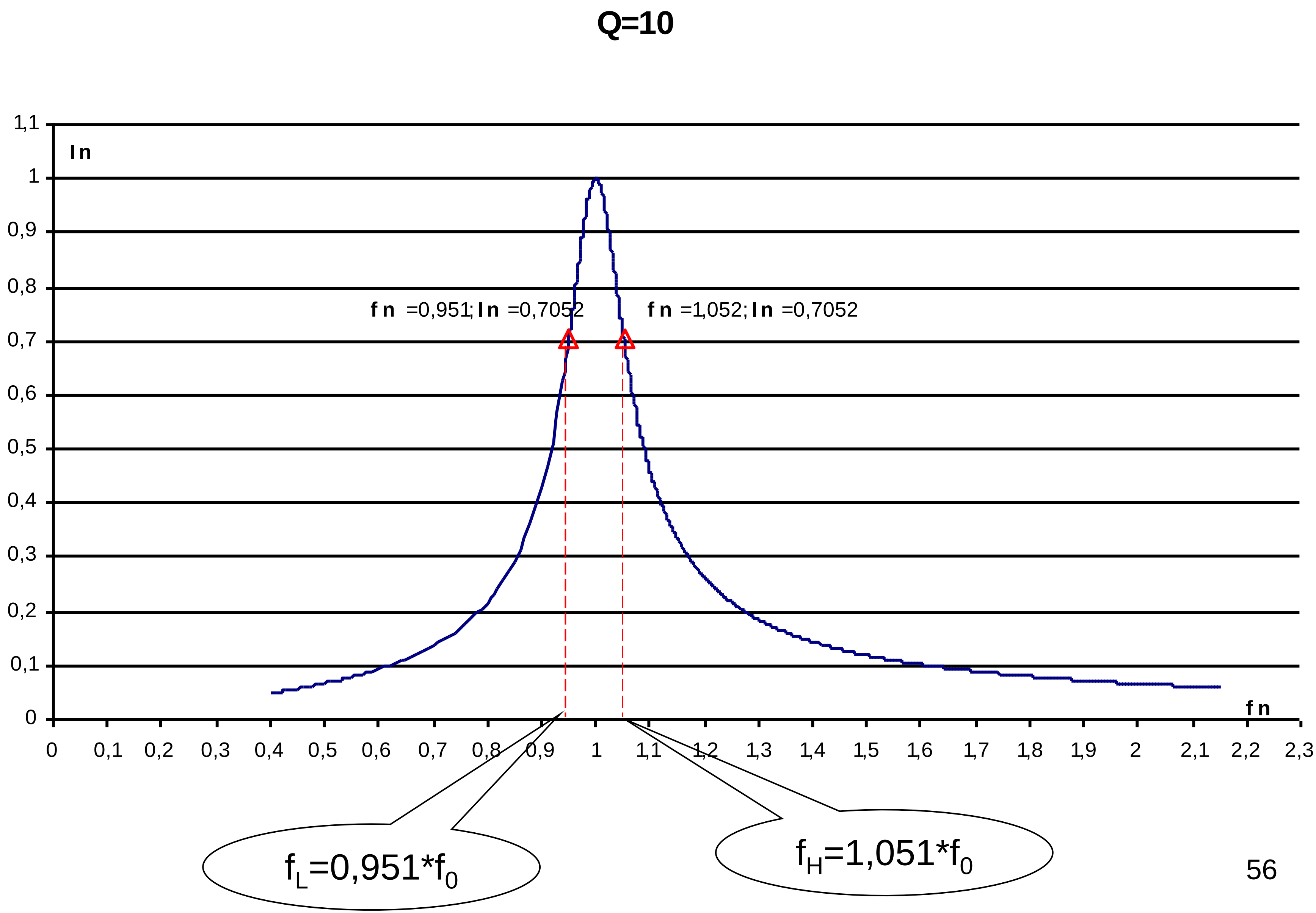
Dobbiamo cioè trovare una formula che ci calcoli "**quante frequenze**" *passano bene.* Questa formula è quella che si chiama "banda passante B".

La sua definizione è la seguente:

"B è l'insieme di frequenze comprese tra una minima f_L = Low frequency ed una massima f_H = High frequency".Le due frequenze citate sono quelle alle quali la corrente I diventa uguale a

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

La formula di B è la seguente: $B = f_H - f_L = \dfrac{f_0}{Q}$ **Il grafico corrispondente è il seguente**



Nell'esempio della figura precedente si ricava che la banda passante è compresa tra f_L=0,951*f_0 e f_H=1,051*f_0. In corrispondenza di queste due frequenze la corrente massima, cioè di risonanza I_0, diventa uguale a 0,707* I_0

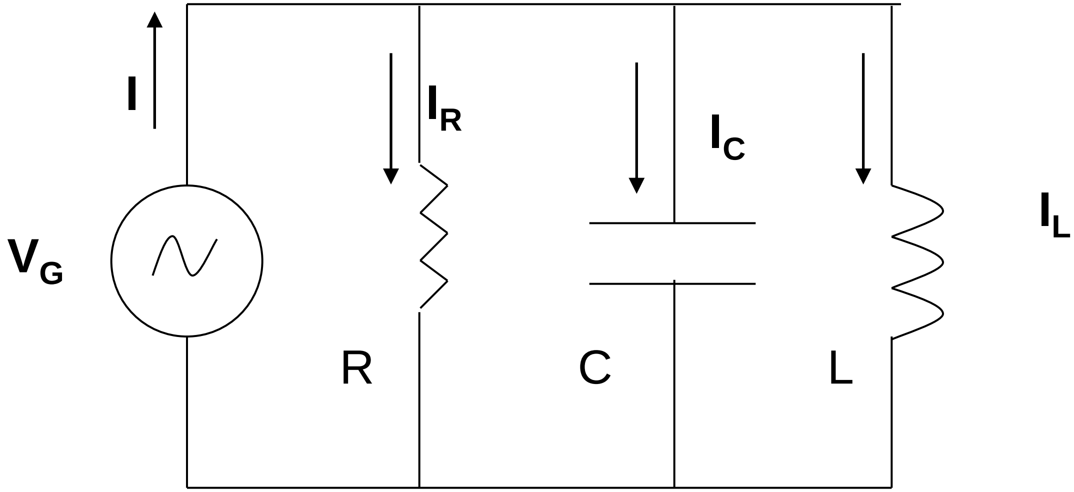
In questo esercizio risulta verificata la formula data in precedenza. Supponiamo che f_0 = 100 Hz con il valore di Q= 10 che abbiamo già preso come esempio.

$$B = f_H - f_L = \frac{f_0}{Q}$$

$$B = 1{,}051 \cdot f_0 - 0{,}951 \cdot f_0 = 1{,}051 \cdot 100 - 0{,}951 \cdot 100 = 105{,}1 - 95{,}1 = 10 Hz$$

$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{100}{10} = 10 Hz$$

Le reti elettriche in alternata
(R-L-C parallelo)



In questo circuito abbiamo componenti in parallelo per cui la tensione è unica **V_G**, ed abbiamo tre correnti tra le quali scriviamo subito l'equazione di Kirchoff.

$V_G = V_R = V_C = V_L$

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L$$

$$\frac{\vec{V}_G}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}_R}{R} + \frac{\vec{V}_C}{\vec{X}_C} + \frac{\vec{V}_L}{\vec{X}_L}$$

$$\frac{1}{\vec{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\vec{X}_C} + \frac{1}{\vec{X}_L}$$

$$\vec{Y} = G + \overrightarrow{B_C} + \overrightarrow{B_L}$$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C + \vec{I}_L}$$

Da questa equazione ricaviamo quella dell'impedenza **Z** del circuito.

A differenza del circuito serie si somma tra loro la conduttanza G e le suscettanze B_C e B_L

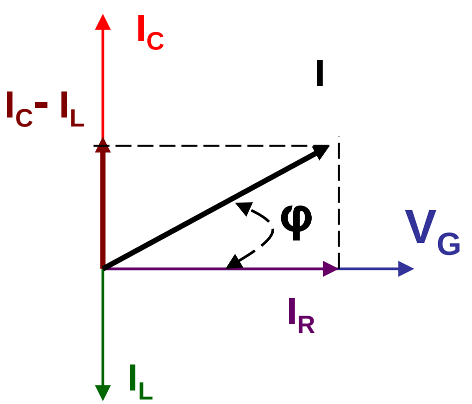
Le reti elettriche in alternata
(R-L-C parallelo)

Anche in questo circuito possiamo distinguere tre casi:

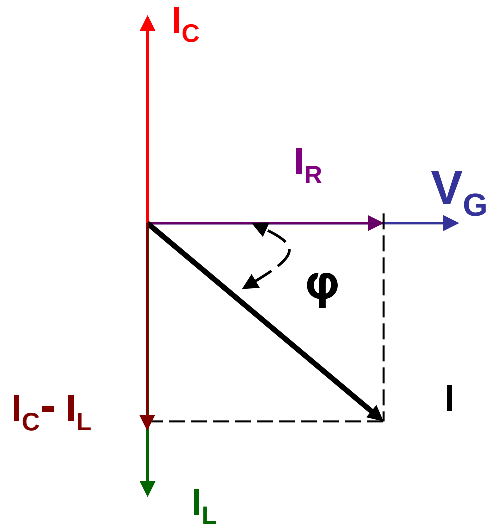
1. Se $X_L > X_C$ la corrente $I_C > I_L$ quindi il circuito si comporta da R-C;
2. Se $X_L < X_C$ la corrente $I_L > I_C$ quindi il circuito si comporta da R-L;
3. Se $X_L = X_C$ la corrente $I_C = I_L$ quindi il circuito si comporta da resistivo.

Verifichiamo con i diagrammi vettoriali.

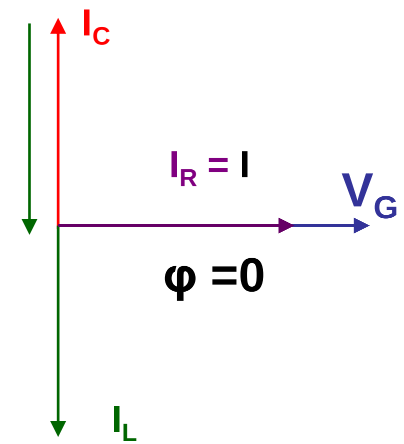
1



2



3



Il comportamento alla risonanza è duale a quello studiato nel circuito serie. Si possono fare le seguenti affermazioni:

1. X_C = -X_L quindi il loro parallelo è infinito;
2. La frequenza di risonanza ha la stessa formula del circuito serie;
3. Le correnti che attraversano sia C che L sono uguali in modulo e sfasate di 180°.
4. L'impedenza Z del parallelo tra R, C ed L è uguale alla resistenza R ed è il valore massimo raggiungibile;
5. La corrente I che esce dal generatore raggiunge il valore minimo;
6. Il fattore Q si calcola: Q = R / X (X può essere indifferentemente X_C oppure X_L dato che sono uguali. Questa formula è l'inversa di quella del circuito serie.