Domande di Elt&Eln per la 3° prova d' Esame - Tipologia B

1. SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER

a) Scrivere l'espressione generale dello sviluppo in serie di Fourier per un segnale **periodico** f (t) ;

f (t) =

b) Se f (t) è alternata pari , lo sviluppo è composto dalle sole armoniche ………………………………
Se f (t) è alternata dispari , lo sviluppo è composto dalle sole armoniche ………………………………
Se f (t) NON è alternata , ………………………………………………………………………………
Se f (t) è un ' onda quadra pari unipolare positiva con frequenza f_0 e duty cycle **20%** , le righe dello spettro saranno modulate dalla funzione …………………………… e ogni lobo conterrà … righe non nulle ; nel 1° lobo avranno segno …………….., nel 2° lobo ……………….., nel 3° ……………, ecc.

RISPOSTA

a) $$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k \sin(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_k \cos(n\omega t)$$ oppure $f(t) = C_k + \sum \sin(k\omega t + \varphi_k)$

b) Se f (t) è alternata **pari**, lo sviluppo è composto solo da : **cosinusoidi** di frequenza multipla della freq. Fondamentale [quella di f(t)]

Se f (t) è alternata **dispari**, lo sviluppo è composto solo da **sinusoidi** di frequenza multipla della freq. Fondamentale [quella di f(t)]

Se f (t) **NON** è alternata è presente anche C_0, la componente continua

Se f(t) è O.Q. pari unip. posit. , ampiezza **A** , duty-cycle τ/T = 20%, f = f_0 >>>> le righe avranno come inviluppo la funzione

sin(x) / x dove $x = k\pi\,\tau/T$; ogni lobo conterrà **4** righe non nulle (la 5° nulla) ; nel 1° lobo segno **positivo**, nel 2° lobo segno **negativo**, nel 3° **positivo**, ….

2. SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER & TRASMISSIONE DATI

Spiega i legami tra lo Sviluppo in serie di Fourier di un segnale digitale binario e la sua Trasmissione su un Canale di Comunicazione avente una certa Banda Passante, con una certa Velocità di Trasmissione.

RISPOSTA

Rapporto tra Larghezza di Banda di un Canale di Comunicazione e Velocità di Trasmissione

Un segnale digitale binario è assimilabile a un'onda quadra (si pensi a una successione di **0** e **1**), per cui il suo sviluppo in serie di Fourier è costituito da un n° infinito di componenti armoniche di frequenza multipla (dispari) della fondamentale f_0 .

Supponiamo che la durata del bit ,T_B , sia **1[ms]**, da cui T_0 **= 2 [ms]** , f_0 **= 500 [Hz]**

Per non avere eccessiva distorsione del segnale è necessario che possano transitare sul canale di comunicazione almeno 7/8 armoniche, dalla prima a f = f_0 , fino alla 13°/15°, con f = 13/15 f_0 , essendo come già detto nulle le componenti con f multipla **pari** di f_0.

La Banda B_W del canale, quindi, dev'essere come minimo di **6500 / 7500** [Hz], trasmettendo alla ridicola Velocità di Trasmissione di :

$$V_{TX} = 1\ [Kb/s] = 125\ [B/s]$$

Se aumentiamo la V_{TX} di un fattore **10**, otteniamo T_B = 0,1 [ms] >>>> T_0 = 0,2 [ms] >>>> f_0 = **5** [KHz] da cui B_W = **65 / 75** [KHz] .

E' perciò strettissimo il legame tra B_W e V_{TX} , alla luce della Teoria di Fourier .

Sulla **linea telefonica**, avente B_W **= 300 ÷ 3400 [Hz]** , un segnale digitale binario subisce un' inaccettabile **distorsione d'ampiezza.**

A V_{TX} = 10 [Kb/s] , non passa neppure la fondamentale a 5 [KHz] !

3. Sviluppo in serie di Fourier : descrivere le caratteristiche dello spettro di un'Onda Digitale Binaria, al variare della simmetria, dell'offset, del Duty-Cycle.

RISPOSTA

L'espressione generale dello sviluppo in serie di Fourier per un generico segnale **periodico** f (t) è :

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_k \sin(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_k \cos(n\omega t) \quad \text{oppure} \quad f(t) = C_k + \sum \sin(k\omega t + \phi_k)$$

- se f(t) è **ONDA QUADRA ALTERNATA PARI (con frequenza f_0) :**

Le armoniche sono **coseni** , la cui ampiezza max (**Bk**) è data dalla formula :

$$B_k = 2V_{pp}\,\tau/T \, \frac{\sin(k\pi\tau/T)}{k\pi\tau/T} \quad >>>>> \quad 2/k\pi \sin(k\pi/2) \qquad \text{ponendo ad es.} \quad V_{pp} = 1$$

non c'è la componente continua C_0 , si annullano le componenti a freq. multipla **pari** di f_0, si alternano i segni

- **se f(t) è ONDA QUADRA ALTERNATA DISPARI (con frequenza f_0) :**

Le armoniche sono **seni**, la cui ampiezza max (Ak) è data dalla formula :

$$A_k = V_{pp} / k\pi * [1 - \cos(k\pi)]$$

non c'è la componente continua C_0 , si annullano le componenti a freq. multipla **pari** di f_0, segni positivi

- se l'onda quadra ha un **offset**, ci sarà la componente continua $\mathbf{C_0}$

Considerando l' ONDA QUADRA ALTERNATA PARI , si nota come le righe dello spettro di ampiezza siano modulate dalla funzione sin(x) /x , dove x = kπ τ /T ; in ogni lobo della curva è contenuta una riga dello spettro. Al diminuire di **τ /T**, aumenta il n° di righe in ogni lobo e si annulla la riga la cui frequenza è pari alla fondamentale moltiplicata per l'inverso del **τ /T.**

Es : per τ /T = 1/5, si annulla la riga a frequenza = $5f_0$

4. SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER DI UN' ONDA QUADRA :

- Espressioni generali
- Coefficienti di Fourier ed effetto su di essi di particolari simmetrie dell ' O.Q.
- Spettro di Ampiezza e sue modifiche in seguito a variazioni del duty-cycle O.Q.

Vedi sopra ....

5. **FILTRI ATTIVI**

a) Schema e Funzione di Trasferimento del Filtro Attivo **PASSA BASSO RC NON** invertente del **1°** ordine

$\overline{G}(j\omega) =$

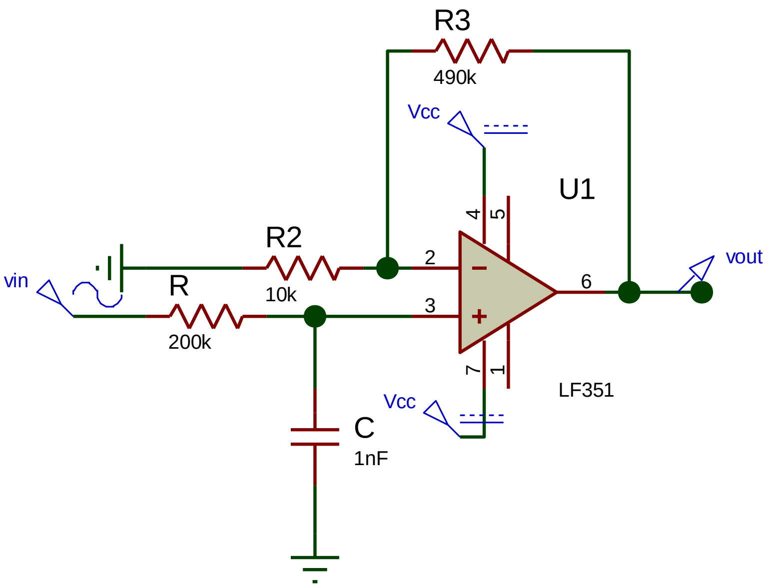
b) Dimensionamento dei componenti in modo che **G_{LF} = 34 [dB]** **ft = 800 [Hz]**

c) Curve di Bode di Modulo e Fase di G

RISPOSTA

a)

$$\overline{G} = \frac{1}{1 + j\omega RC} * \left(1 + R3 / R2 \right)$$



b) dimensionamento componenti :

frequenza di taglio : **ft** = 800 [Hz] = 1 / 2π RC >>>> R = 1/ 2π*800*10^{-9} ≈ **200 [KΩ]**

GUADAGNO : essendo G_{LF} = 34 [dB] cioè 40 - 6 [dB] , sapendo che :

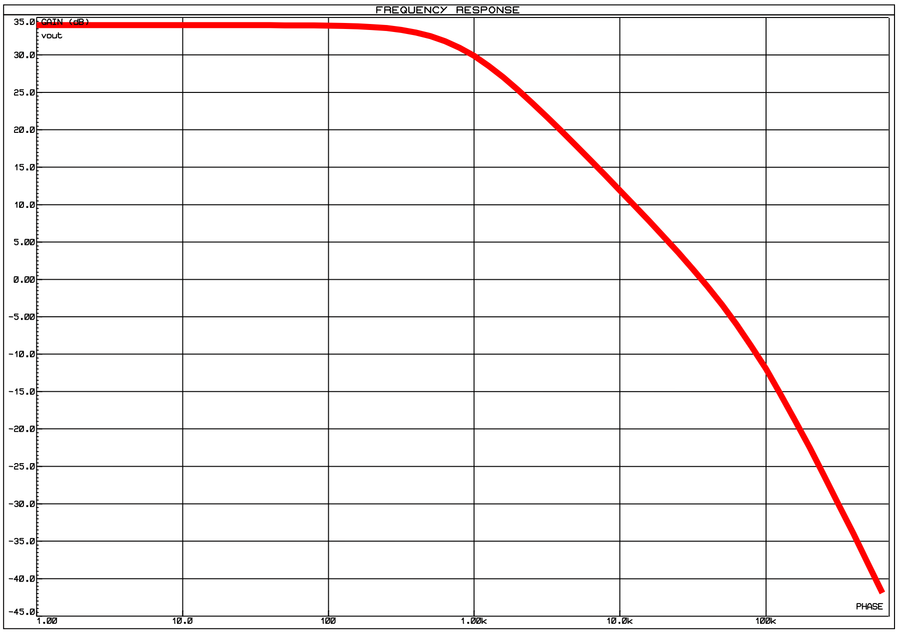
- 40 [dB] corrispondono a un rapporto numerico 100
- La diminuzione di 6 [dB], per le proprietà dei Logaritmi, corrisponde a una divisione per 2

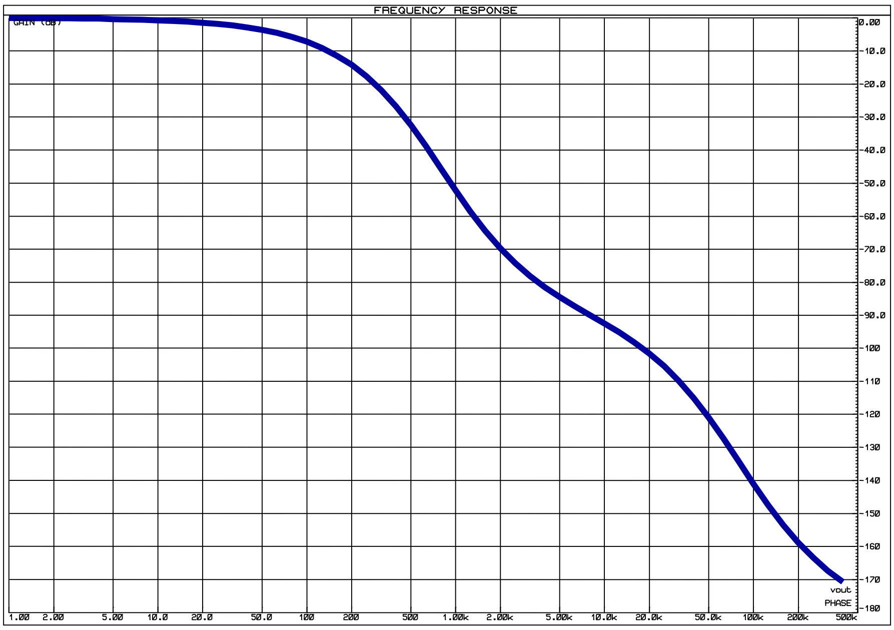
si ricava che 34 [dB] corrispondono al rapporto numerico 100 / 2 = 50 = 1 + R2 / R1

da cui R2 / R1 = 49 perciò ponendo :

R1 = 10 [KΩ] >>>>> R2 = 490 [KΩ] >>>>> **resistore fisso da 430K (serie E24) + trimmer da 100K**

c) Curve di Bode di Modulo e Fase di G





6. FILTRI ATTIVI

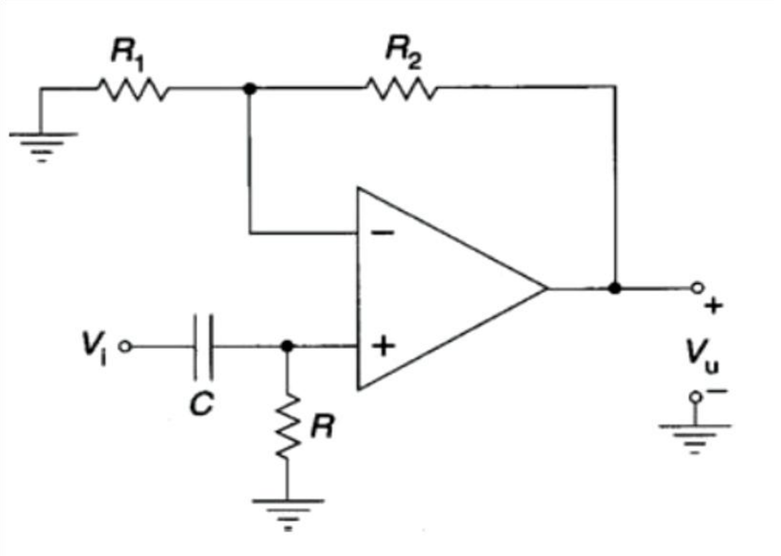
a) Schema circuitale del Filtro Attivo **PASSA - ALTO CR NON INVERTENTE** del 1° ordine

b) Funzione di Trasferimento **G(jω)**

c) Dimensionamento dei componenti in modo che **G_{HF} = 26 [dB]** **ft = 2.000 [Hz]**

RISPOSTA

a)



b) $$G(j\omega) = \frac{j\omega RC \ * \ (1 + R2 / R1)}{1 + j\omega RC}$$

c) Dimensionamento Componenti :

GUADAGNO : essendo G_{HF} = 26 [dB] cioè 20 + 6 [dB] , sapendo che :

- 20 [dB] corrispondono a un rapporto numerico 10
- l'aumento di 6 [dB], per le proprietà dei Logaritmi, corrisponde a una moltiplicazione per 2

si ricava che 26 [dB] corrispondono al rapporto numerico 10 * 2 = 20 = 1 + R2 / R1

da cui R2 / R1 = 19 perciò ponendo :

R1 = 10 [KΩ] >>>>> R2 = 190 [KΩ] >>>>> **resistore fisso da 150K + trimmer da 50K**

FREQUENZA di TAGLIO : f = 2.000 [Hz] = 1 / 2π RC >>>> R = 1/ 2π*2.000*10^{-8}

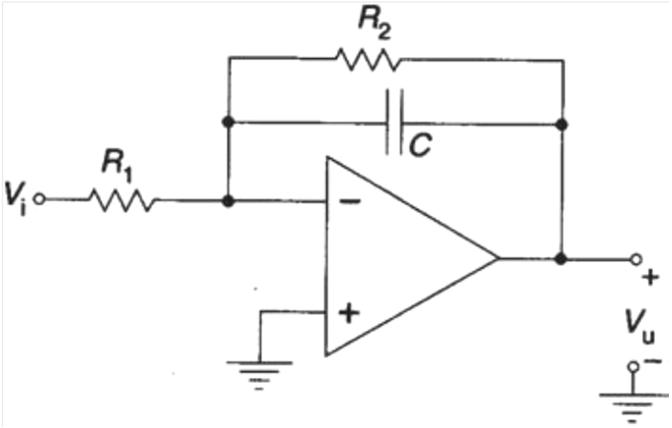
Ponendo , ad esempio, **C = 10 [nF]** >>>> **R ≈ 8 [KΩ]** >>>>>> **Trimmer** da 10K

7. FILTRI ATTIVI

- Schema circuitale del Filtro Attivo **PASSA – BASSO RC INVERTENTE** del **1°** ordine
- **G(jω) , |G| , Fase(G)**
- Dimensionamento dei componenti in modo che **$|G_{LF}|$ = 20 [dB]** **ft = 1.000 [Hz]**

RISPOSTA

- **Schema circuitale :**



- **G(jω) , |G| , Fase(G)**

Ricaviamo la f.d.t. :

$\overline{G} = - \overline{Zp} / R_1$ $\qquad \overline{Zp} = (R_2 * 1 / j\omega C) / (R_2 + 1 / j\omega C) = R_2 / (1 + j\omega R_2 C)$

$\overline{G} = - R_2 / (R_1 + j\omega R_1 R_2 C)$ da cui si vede come $G(j0) = - R_2 / R_1$

$G(j\infty) = 0$

Meglio scrivere la Fdt in questa forma, dividendo ogni addendo per R1 :

$$\overline{G} = - \frac{R_2 / R_1}{1 + j\omega R_2 C} \qquad \omega t = \frac{1}{R_2 C} \qquad |G| = \frac{R_2 / R_1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \qquad \text{Fase}(G) = +/- 180° - \arctan(\omega R_2 C)$$

- **Dimensionamento :**

$ft = 1/2\pi R_2 C = 1000$ [Hz] >>>> $R_2 = 1/2\pi ftC$ pongo C = 1 [nF] ricavo:

$$R_2 = \frac{1}{2\pi * 10^3 * 10^{-9}} = \frac{10^6}{2\pi} \approx 160 \text{ [K}\Omega\text{]}$$

20Log|G| = 20[dB] >>> |G| = 10 = R_2 / R_1

da cui R1 = R2/10 ≈ 16 [KΩ]

Per soddisfare pienamente alle specifiche, si prevede di usare un trimmer in serie a una R_2 di valore inferiore e di scegliere ovviamente i valori di una serie commerciale, p.e. E24 / E48

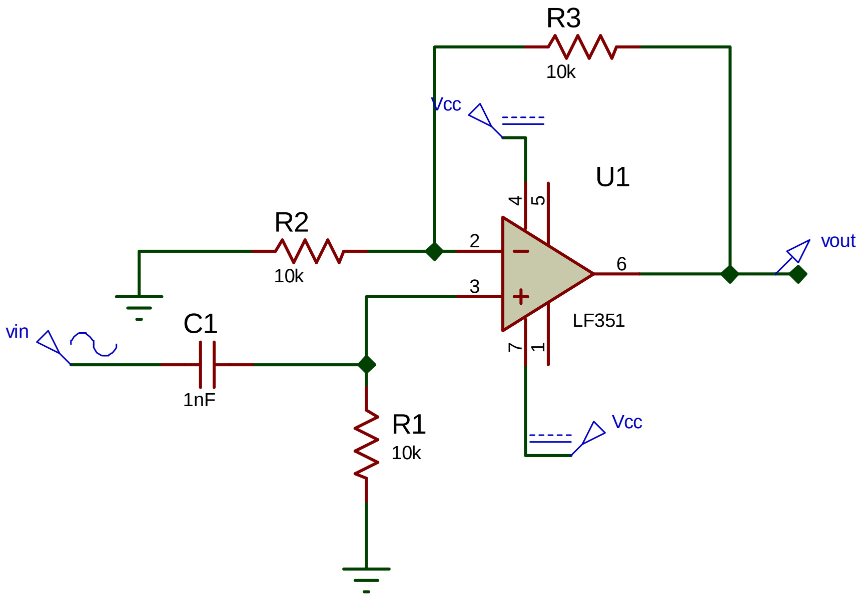
8. FILTRI ATTIVI / DERIVATORI - INTEGRATORI

Descrivi il comportamento dei Filtri attivi del 1° ordine nel Dominio del Tempo

VEDI IL FILE DI TEORIA : 14. FILTRI ATTIVI INV NON INV - DERIVATORI / INTEGRATORI

9. FILTRI ATTIVI / DERIVATORI - INTEGRATORI

- Che cosa fa questo circuito nel Dominio del Tempo ?
- Calcola il range di vout(t), data una vin(t) = 10sin(2π1000t) [V]
  (grafici)



RISPOSTA

- DERIVATORE REALE NON INVERTENTE (in banda attenuata, cioè almeno una decade a sx della ft)

  ft = 1 / 6.28*RC = 1 / 6.28*10exp4*10exp-9 = 15924 [Hz]

- Nella Banda **0 ÷ 0,1 ft (B. Attenuata**), il segnale v+ è proporzionale alla derivata del segnale v_{in}, infatti la corrente nel Condensatore è data da :

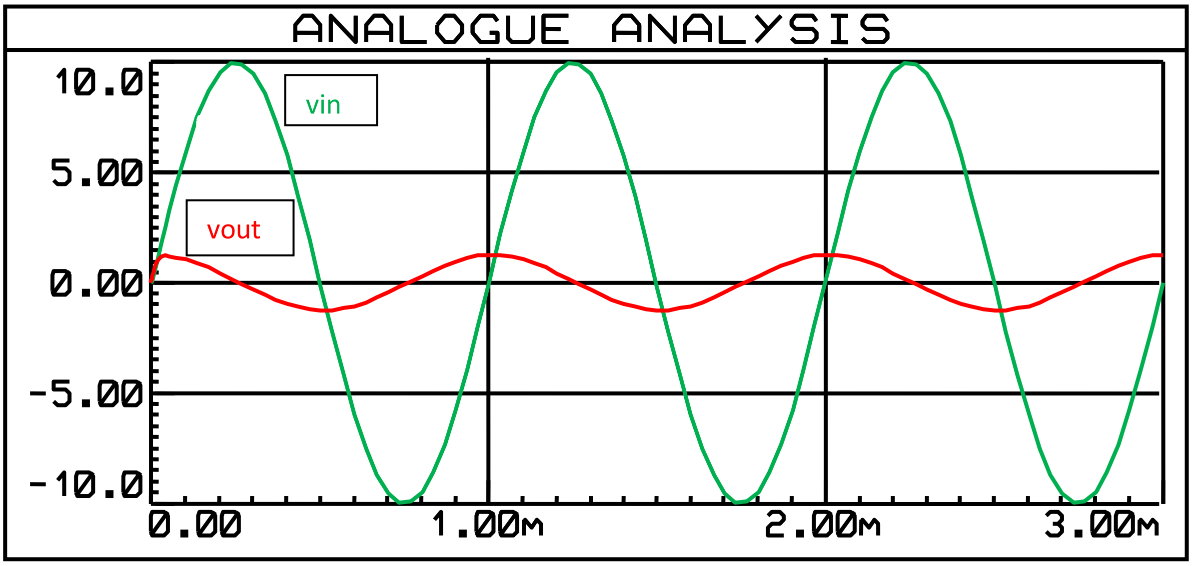
  $i(t) = C1 * v'_{in}(t)$ *da cui* $v+ = R1C1 * v'_{in}(t)$ *e quindi* $\mathbf{v_{out}(t) = (1+R3/R2) * R1C1 * v'_{in}(t)}$

  se $v_{in}(t) = \sin(\omega t)$ >>> $v'_{in}(t) = \omega * \cos(\omega t)$ e $v+ = R1C1 * \omega * \cos(\omega t)$ da cui :

  $\mathbf{v_{out}(t) = (1+R3/R2) * R1C1 * \omega * \cos(\omega t)}$

  se f = 1000 [Hz] >>>> ω=6280 [rad/sec] $(1+R3/R2) * R1C1 = 2 * 10^4 * 10^{-9} = 2 * 10^{-5}$

  $\mathbf{v_{out}(t) = 2 * 10^{-5} * 6280 * \cos(\omega t) \approx 0{,}126 \cos(\omega t)}$ **[V]**

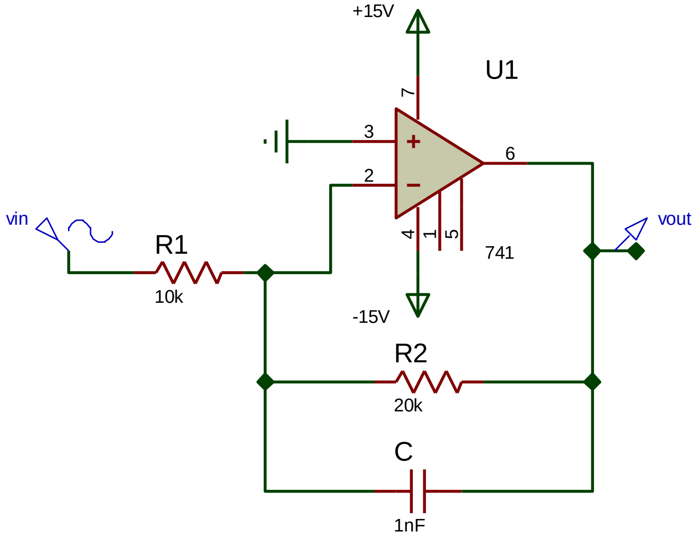


10. FILTRI ATTIVI / DERIVATORI - INTEGRATORI

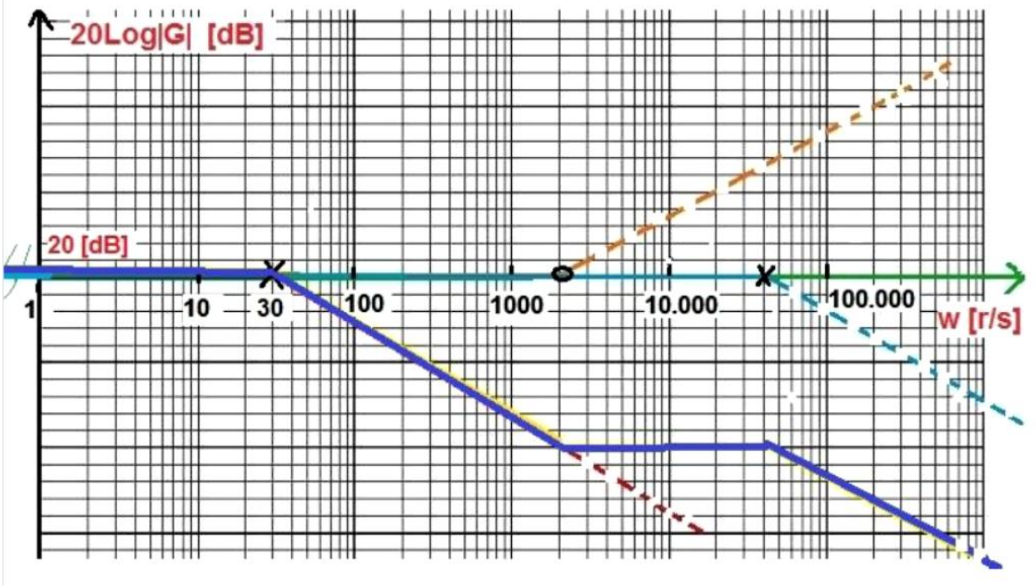
Che cosa fa questo circuito nel Dominio del Tempo ?

Calcola il range di vout(t), data una vin(t) = 1sin(2π100t) [V]

(grafici)



11.



dal grafico di Bode di 20 Log |G| , si deduce che $G(j\omega) = \dfrac{K * (j\omega + 2.000)}{(j\omega + 30) * (j\omega + 40.000)}$

Il Guadagno statico del circuito è 20 [dB] >>>>>> 10 , per cui $G(j0) = \dfrac{K * 2.000}{30 * 40.000} = 10$

Da cui K = 30 * 40.000 * 10 / 2.000 = 6.000 e infine : $\mathbf{G(j\omega) = \dfrac{6.000 * (j\omega + 2.000)}{(j\omega + 30) * (j\omega + 40.000)}}$

12. METODO GRAFICO DI BODE

Spiegare come si disegnano le curve asintotiche di Modulo e Fase, nell'ipotesi di Zeri e Poli della FdT Reali, Negativi, Semplici.

RISPOSTA (espansa)

La FdT sarà di questo tipo : $\bar{G}(j\omega) = K \dfrac{(j\omega + \omega_{z1})*(j\omega + \omega_{z2})*(....)}{(j\omega + \omega_{p1})*(j\omega + \omega_{p2})*(....)}$

La Curva di Bode del Modulo di $\bar{G}$ è il grafico, IN SCALA LOGARITMICA delle ω, di :

$$20Log|G| = 20\,Log \left| K \frac{(j\omega + \omega_{z1})*(j\omega + \omega_{z2})*(....)}{(j\omega + \omega_{p1})*(j\omega + \omega_{p2})*(....)} \right|$$

che, per le proprietà dei Moduli :

Modulo del Quoziente=Quoziente dei Moduli e

Modulo del Prodotto= Prodotto dei Moduli, diventa :

$$20Log\,K \frac{|j\omega + \omega_{z1}|*|j\omega + \omega_{z2}|*...}{|j\omega + \omega_{p1}|*|j\omega + \omega_{p2})*...} = 20Log\,K \frac{\sqrt{\omega^2+\omega^2_{z1}} * \sqrt{\omega^2+\omega^2_{z2}} * .....}{\sqrt{\omega^2+\omega^2_{p1}} * \sqrt{\omega^2+\omega^2_{p2}} * .....}$$

A questo punto, applicando le proprietà dei Logaritmi : Log del Quoziente = LogNum – LogDenom e

Log del Prodotto = Somma dei Logaritmi :

$$20Log|G| = 20LogK + 20Log\sqrt{\omega^2+\omega^2_{z1}} + 20Log\sqrt{\omega^2+\omega^2_{z2}} + ... - 20Log\sqrt{\omega^2+\omega^2_{p1}} - 20Log\sqrt{\omega^2+\omega^2_{p2}} - ...$$

Il grafico universale relativo a ogni addendo col segno + , associato a ciascuno ZERO della FdT, è simmetrico, rispetto all'asse ω, a quello relativo a ogni addendo col segno - , associato a ciascun POLO della FdT .

- Il grafico (asintotico) associato a un generico Zero è una spezzata composta da una semiretta orizzontale, da ω=0 fino a ω_{zi} e da una semiretta crescente, con pendenza + 20dB/dec, da ω_{zi} in poi
- Il grafico (asintotico) associato a un generico Polo è una spezzata composta da una semiretta orizzontale, da ω=0 fino a ω_{pi} e da una semiretta decrescente, con pendenza - 20dB/dec, da ω_{pi} in poi
- Il grafico di 20LogK è una retta orizzontale nel semipiano positivo, se K > 1, nel semipiano negativo,se K < 1
- **Il grafico risultante è la somma grafica dei vari contributi**

Grafico asintotico della fase :

- i fattori a Numeratore, essendo N° Complessi, danno ciascuno un contributo pari a + **artan(ω / ω_{zi})**
- quelli a denominatore**,** danno ciascuno un contributo pari a **- artan(ω / ω_{pi})**

il grafico asintotico associato a ogni **Zero** si sviluppa su circa 2 decadi**, da 0,1ω_{zi} a 10ω_{zi} :**

- Semiretta orizzontale pari a 0° fino a 0,1ω_{zi}, poi segmento crescente di + 45°/decade fino a 10ω_{zi}, poi Semiretta orizzontale pari a + 90°

il grafico asintotico associato a ogni **Polo** si sviluppa su circa 2 decadi**, da 0,1ω_{pi} a 10ω_{pi} :**

- Semiretta orizzontale pari a 0° fino a 0,1ω_{pi}, poi segmento decrescente di + 45°/decade fino a 10ω_{zi}, poi Semiretta orizzontale pari a -90°

- **Il grafico risultante è la somma grafica dei vari contributi**

Nel caso di Zeri / Poli doppi, tripli,… la pendenza delle Curve diventa :

- +/- 40/60… [dB/decade] per la Curva del Modulo
- +/- 90/135… [gradi/decade] per la Curva di Fase

13. Descrivi il comportamento in frequenza degli Amplificatori Operazionali (sia a BJT che a JFET), con particolare riferimento ai Parametri :

- Banda passante B_w
- Slew Rate
- Prodotto Guadagno * Larghezza di Banda
- Capacità parassite

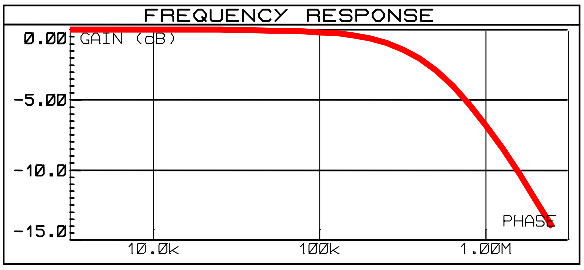
RISPOSTA

Gli A.O. a JFET (es: LF351), rispetto a quelli a BJT (es: µA741), hanno caratteristiche superiori :

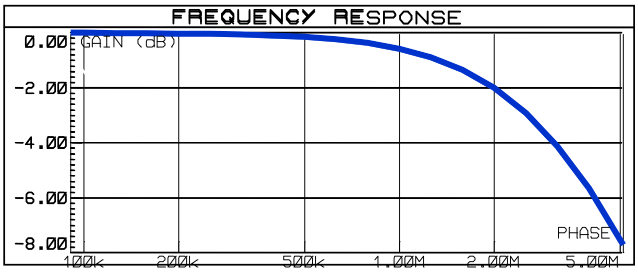
- la Banda Passante, cioè l' intervallo di frequenze in cui il Modulo del Guadagno è compreso tra il valore max e il suo 70% (Banda a 3 dB) è nettamente più ampia
- lo Slew-Rate (max velocità di variazione della v_{out}) è maggiore : B_w e S.R. sono infatti strettamente connessi
- il prodotto $G*B_w$ è superiore

In un'esperienza di LAB abbiamo appunto studiato il comportamento, al variare della frequenza, dei due A.O. configurati come A. di tensione invertenti, nei 3 casi di Guadagno = 1 - 10 - 100 ; abbiamo misurato le 3 freq. di taglio e abbiamo rilevato come la più bassa fosse quella associata al G maggiore ; il prodotto $G*B_w$ è infatti quasi costante.

Abbiamo inoltre visto, soprattutto studiando i Filtri attivi del 1° ordine, come comparisse sempre un secondo polo in HF, dovuto alle Capacità parassite dei Transistor di uscita, che bypassano a massa il segnale.

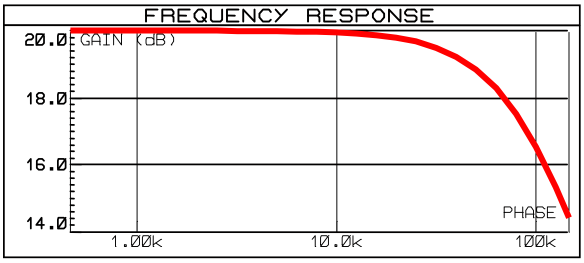


|GLF1| = 0 dB

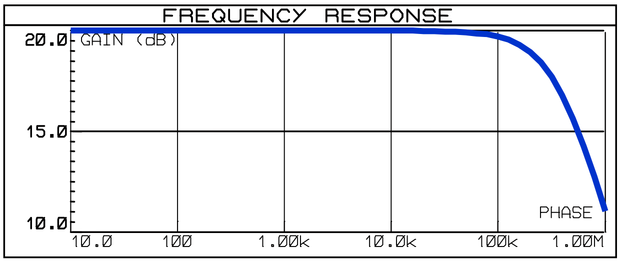


ft1 = 510 [KHz]

ft2 = 2,56 [MHz]

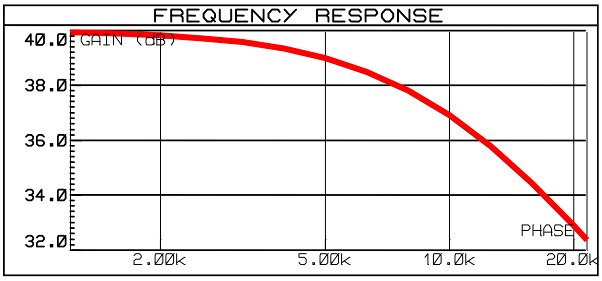


|GLF2| = 20 dB

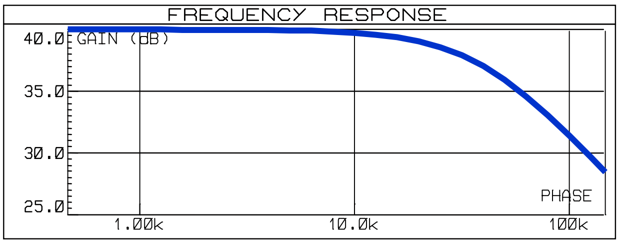


ft2 = 89 [KHz]

ft2 = 379 [KHz]



|GLF3| = 40 dB



ft3 = 9,8 [KHz]

ft3 = 40 [KHz]

14. Descrivi il fenomeno dell'Induzione Elettromagnetica.

15. Descrivi il funzionamento del Trasformatore Monofase ; disegna e spiega il suo circuito equivalente

16. Descrivi il funzionamento del Motore in corrente continua ; disegna e spiega il suo circuito equivalente.

17. Classifica i vari tipi di Trasduttori e fai degli esempi circuitali applicativi.

18. Descrivi le due tecniche di controllo di potenza con Tiristori :

- a parzializzazione di fase
- a treni d'onda