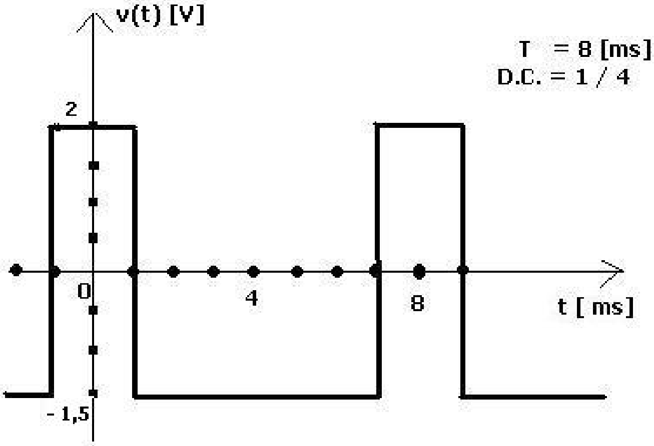
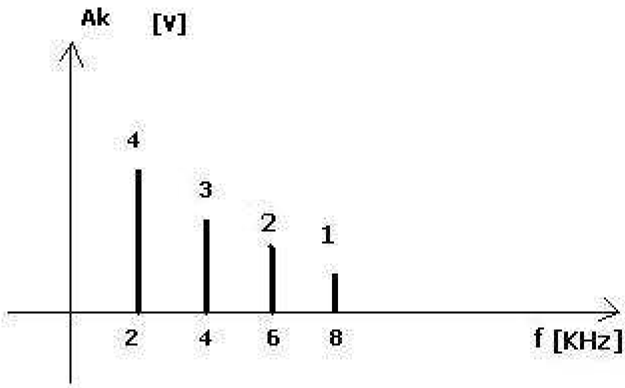
V Ae ELETTRONICA 3° test FILA 1 5 - feb - 2014

1) Data la seguente forma d'onda periodica :
   a) Calcolarne i coefficienti di Fourier, risolvendo l'integrale.
      [C_0 e coeff. delle armoniche contenute nei primi 2 LOBI]



   b) Disegnarne lo Spettro .
   c) Scrivere la funzione v(t), ricostruita con le componenti armoniche dei primi 2 lobi dello Spettro.

2) Filtro attivo RC Passa Basso NON invertente del 1° ordine
   a) disegnare lo schema
   b) dimensionare i componenti in modo che **G_{LF} = 6 [dB] , f_t = 2000 [Hz]**
   c) scriverne la F.d.T : G(jω) , |G| , Fase(G)
   d) disegnare i Grafici di Bode di Modulo e Fase (reali e asintotici)
   e) dato il seguente spettro , calcolare guadagno e sfasamento di ciascuna componente nel passaggio attraverso il filtro (o analiticamente o graficamente), COMMENTANDO i vari passaggi /calcoli/deduzioni grafiche.



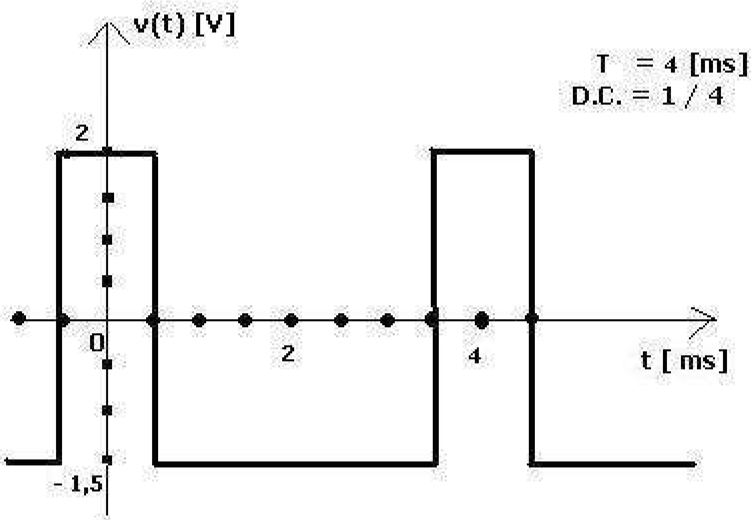
   f) disegnare i 2 spettri di ampiezza e fase del segnale in uscita al filtro
   g) spiega il rapporto esistente tra Larghezza di Banda di un canale di comunicazione e Velocità di TX di un segnale digitale binario, alla luce della Teoria di Fourier

VALUTAZIONE

	BASE	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	2e	2f	2g	TOT	VOTO
Pt max	20	15	5	5	5	8	6	10	16	5	5	100	10
Pt acq	20												

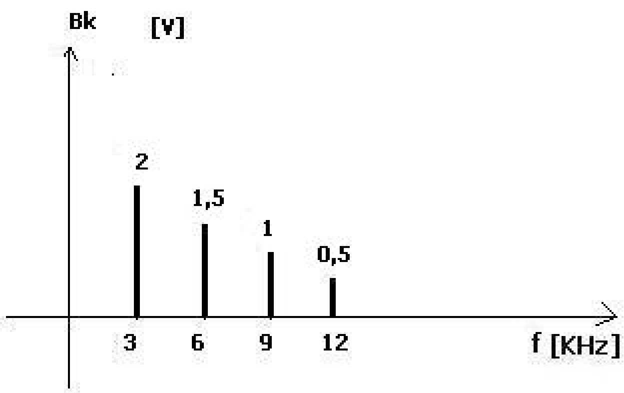
V Ae ELETTRONICA 3° test FILA 2 5 - feb - 2014

1) Data la seguente forma d'onda periodica :
   a) Calcolarne i coefficienti di Fourier, risolvendo l'integrale.
      [C_0 e coeff. delle armoniche contenute nei primi 2 LOBI]



   b) Disegnarne lo Spettro .
   c) Scrivere la funzione v(t), ricostruita con le componenti armoniche dei primi 2 lobi dello Spettro.

2) Filtro attivo RC Passa Basso NON invertente del 1° ordine
   a) disegnare lo schema
   b) dimensionare i componenti in modo che **G_{LF} = 14 [dB] , f_t = 2000 [Hz]**
   c) scriverne la F.d.T : G(jω) , |G| , Fase(G)
   d) disegnare i Grafici di Bode di Modulo e Fase (reali e asintotici)
   e) dato il seguente spettro , calcolare guadagno e sfasamento di ciascuna componente nel passaggio attraverso il filtro (o analiticamente o graficamente), COMMENTANDO i vari passaggi /calcoli/deduzioni grafiche.



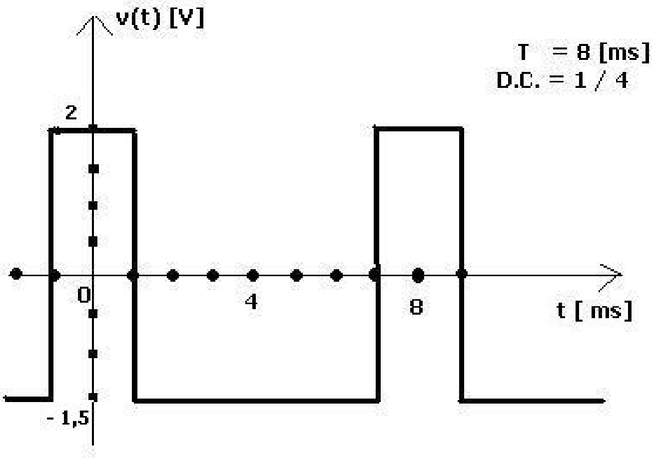
   f) disegnare i 2 spettri di ampiezza e fase del segnale in uscita al filtro
   g) spiega il rapporto esistente tra Larghezza di Banda di un canale di comunicazione e Velocità di TX di un segnale digitale binario, alla luce della Teoria di Fourier

VALUTAZIONE

	BASE	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	2e	2f	2g	TOT	VOTO
Pt max	20	15	5	5	5	8	6	10	16	5	5	100	10
Pt acq	20												

SOLUZIONE

1. a) CALCOLO COEFFICIENTI DI FOURIER – FILA 1



- C_0 = Vpp * τ/T + Vmin = 3,5 * 0,25 - 1,5 = **- 0,625 [V]**
- C_0 = (Area pos + Area neg) / T = (2*2 – 1,5*6) / 8 = (4 – 9) / 8 = - 5/8 = **- 0,625 [V]**
- $C_0 = 1/T \int_0^T v(t)\,dt = 1/T \left[2\int_0^{\tau/2} 2dt + \int_{\tau/2}^{T-\tau/2} -1{,}5dt \right] = 1/T \left[4t \Big|_0^{\tau/2} - 1{,}5 \Big|_{\tau/2}^{7\tau/2} \right] =$ **(τ/2 = T/8)**

$= 1/T [4T/8 – 1{,}5*7/8T + 1{,}5*T/8] = [4 - 10{,}5 + 1{,}5] / 8 = - 5 / 8 =$ **- 0.625 [V]**

Essendo la funzione pari, lo sviluppo contiene solo armoniche cosinusoidali :

$$Bk = 2\ Vpp * \tau/T \frac{\sin(k\pi\ \tau/T)}{k\pi\ \tau/T} = 2 * 3{,}5 * 1/4 \frac{\sin(k\pi/4)}{k\pi/4} = \frac{7}{k\pi} * \sin(k\pi/4)$$

risolviamo l' integrale di Fourier :

$$Bk = 2 / T \left[2\int_0^{T/8} 2\cos(k\omega_0 t)dt - \int_{T/8}^{7T/8} 1{,}5\cos(k\omega_0 t)dt \right] =$$

$$= 2/T \left[4/k\omega_0 * \sin(k\omega_0 t) \Big|_0^{T/8} - 1{,}5/ k\omega_0 * \sin(k\omega_0 t) \Big|_{T/8}^{7T/8} \right] = \qquad (\ \omega_0 = 2\pi/T\ )$$

$$= \frac{2}{T * k2\pi/T} [4\sin(k2\pi/T*T/8) - 1{,}5 \sin(k2\pi/T*7T/8) + 1{,}5 \sin(k2\pi/T*T/8)] =$$

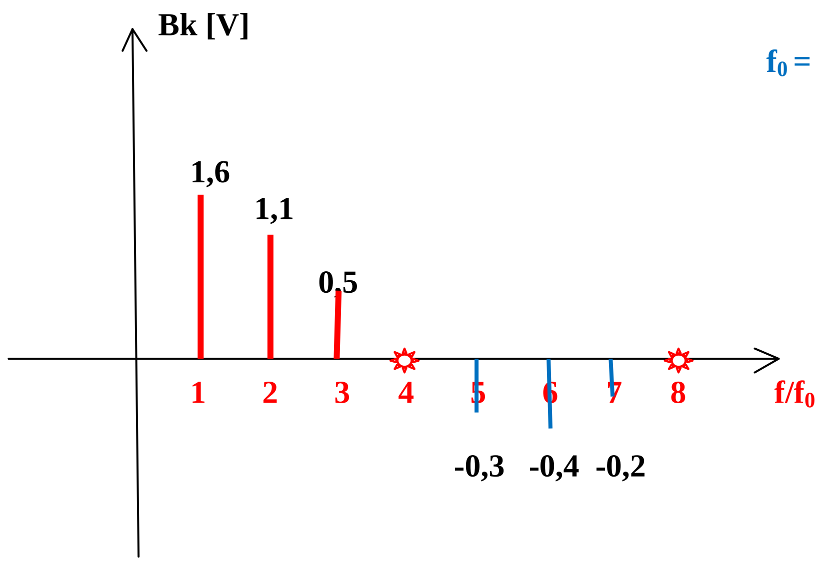
$$= 1 / k\pi [4\sin(k\pi/4) – 1{,}5\sin(k\pi7/4) + 1{,}5\sin(k\pi/4)] = \mathbf{7/ k\pi * \sin(k\pi/4)}$$

Essendo $\sin(k\pi7/4) = - \sin(k\pi/4)$

Perciò : **B1 = 7/π sin(π/4) = 1,6 [V]**
B2 = 7/2π sin(π/2) = 1,1 [V]
B3 = 7/3π sin(π3/4) = 0,5 [V]
B4 = 0
B5 = 7/5π sin(π5/4) = - 0,3 [V]
B6 = 7/6π sin(π6/4) = - 0,4 [V]
B7 = 7/7π sin(π7/4) = - 0,2 [V]
B8 = 0

b) SPETTRO D' AMPIEZZA

$f_0 = 1 / T = 1 / 8*10^{-3} = 125$ [Hz]

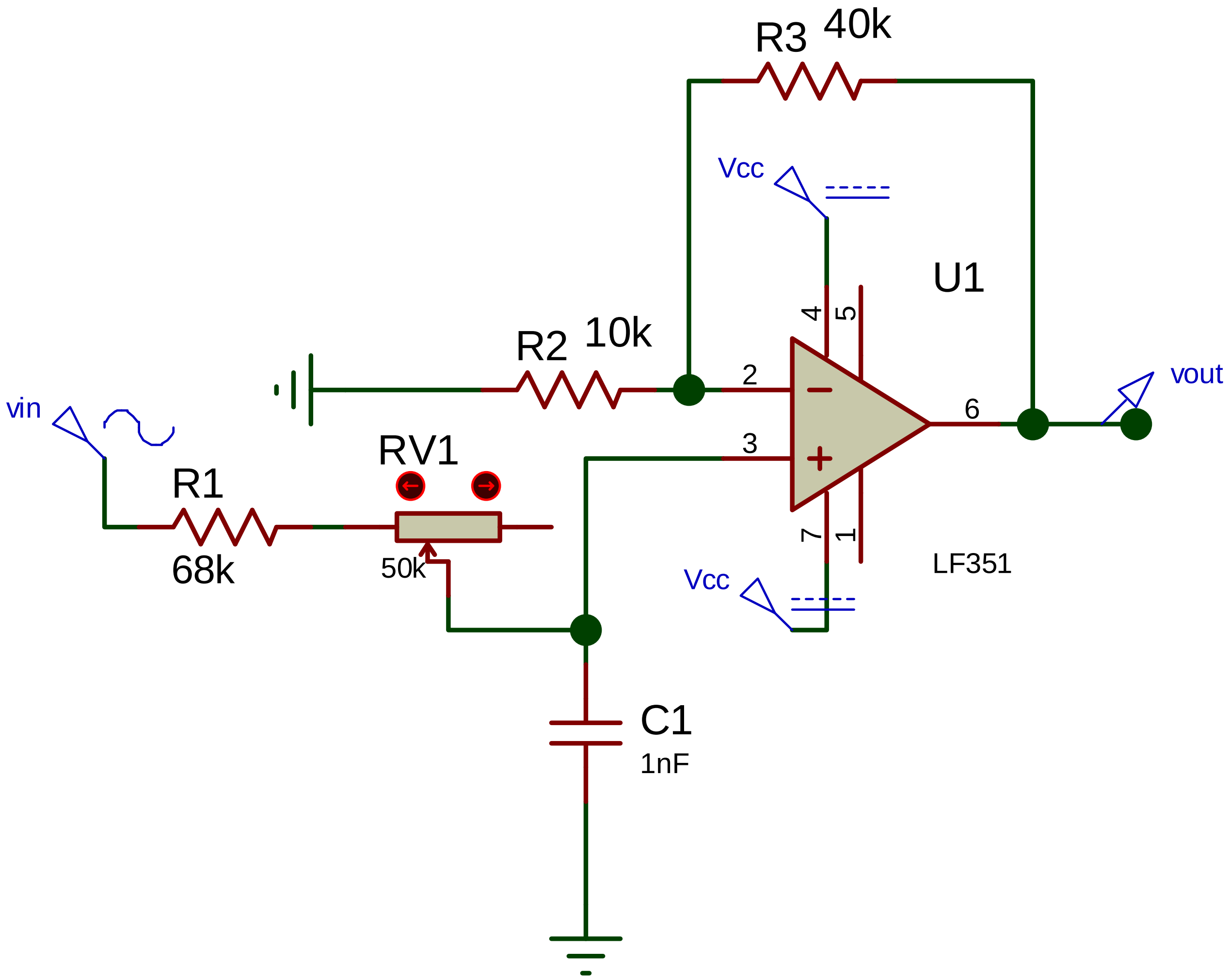


c) Espressione analitica di v(t) :

v(t) = - 0,625 + 1,6cos (2π*125t) + 1,1cos (2π*250t) + 0,5cos (2π*375t) – 0,3 cos(2π*500t) - ………

2. Filtro attivo RC Passa Basso NON invertente del 1° ordine – FILA 2

a) SCHEMA CIRCUITALE :



b) DIMENSIONAMENTO COMPONENTI :

Ft = 2000 [Hz] = $1 / 2\pi R_{tot1}C_1$ >>>> pongo **C_1 = 1 [nF]** >>>> **R_{tot1}** = $1 / 2\pi\ 2*10^3*10^{-9}$ = **79577 [Ω]**

Si userà **: R1 = 68 [KΩ] + RV1** (Trimmer **50 [KΩ]**)

$|G|_{dB}$ = 14 [dB] >>>> dato che 20 dB corrisponde a un rapporto |Vout / Vin| = 10 e
dato che sottrarre 6 dB significa dividere il rapporto per 2 :

$|G|_{dB}$ = 14 [dB] >>>> **|Vout / Vin| = 5**

il |G| del filtro è determinato dalla formula : **5 = 1 + R3/R2** perciò : R3/R2 = 4

ad es. **R2 = 10 [KΩ]** **R3 = 40 [KΩ]**

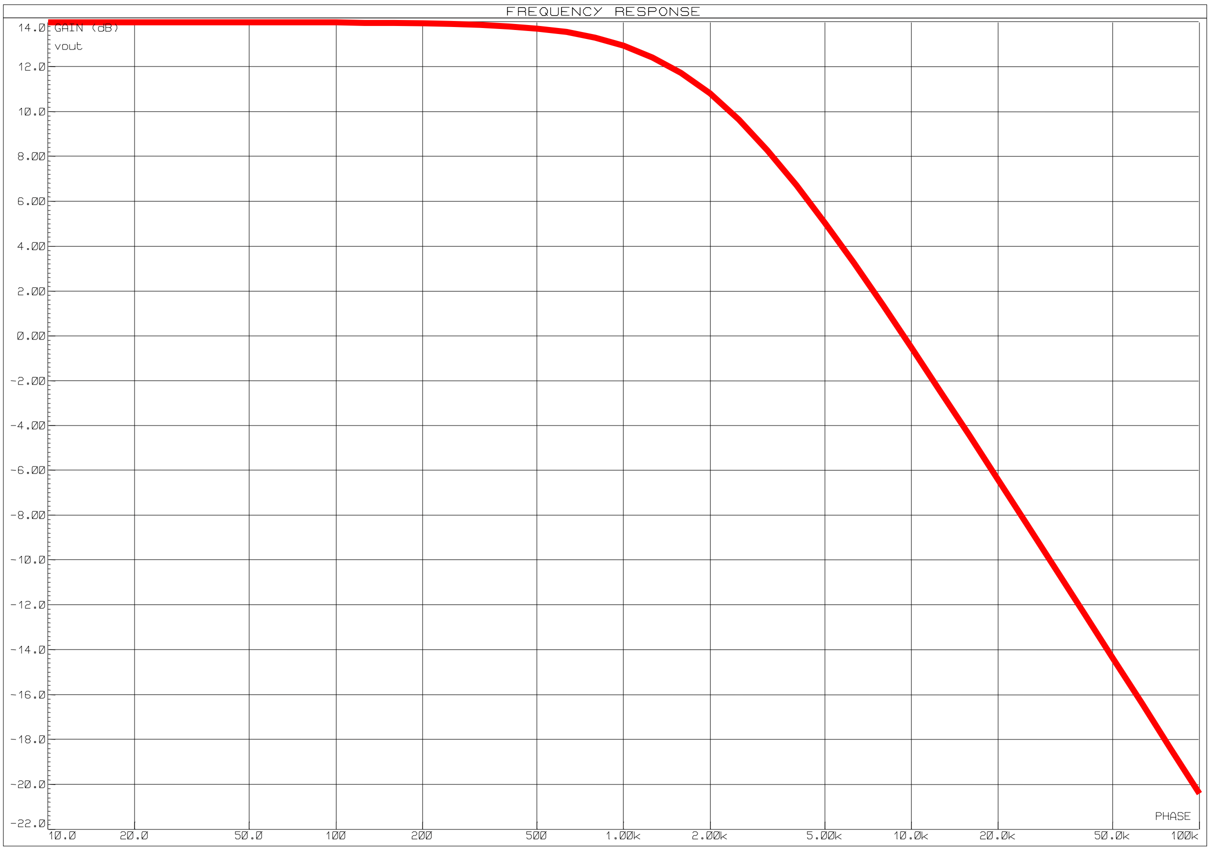
c) F.d.T : G(jω) , |G| , FASE(G)

- $$G(j\omega) = \frac{(1 + R_3/R_2)}{(1 + j\omega R_{tot1}C_1)} = \frac{5}{(1 + j\omega R_{tot1}C_1)} = \frac{5}{(1 + j\omega/\omega_t)}$$ essendo $\omega_t = 1 / R_{tot1}C_1$

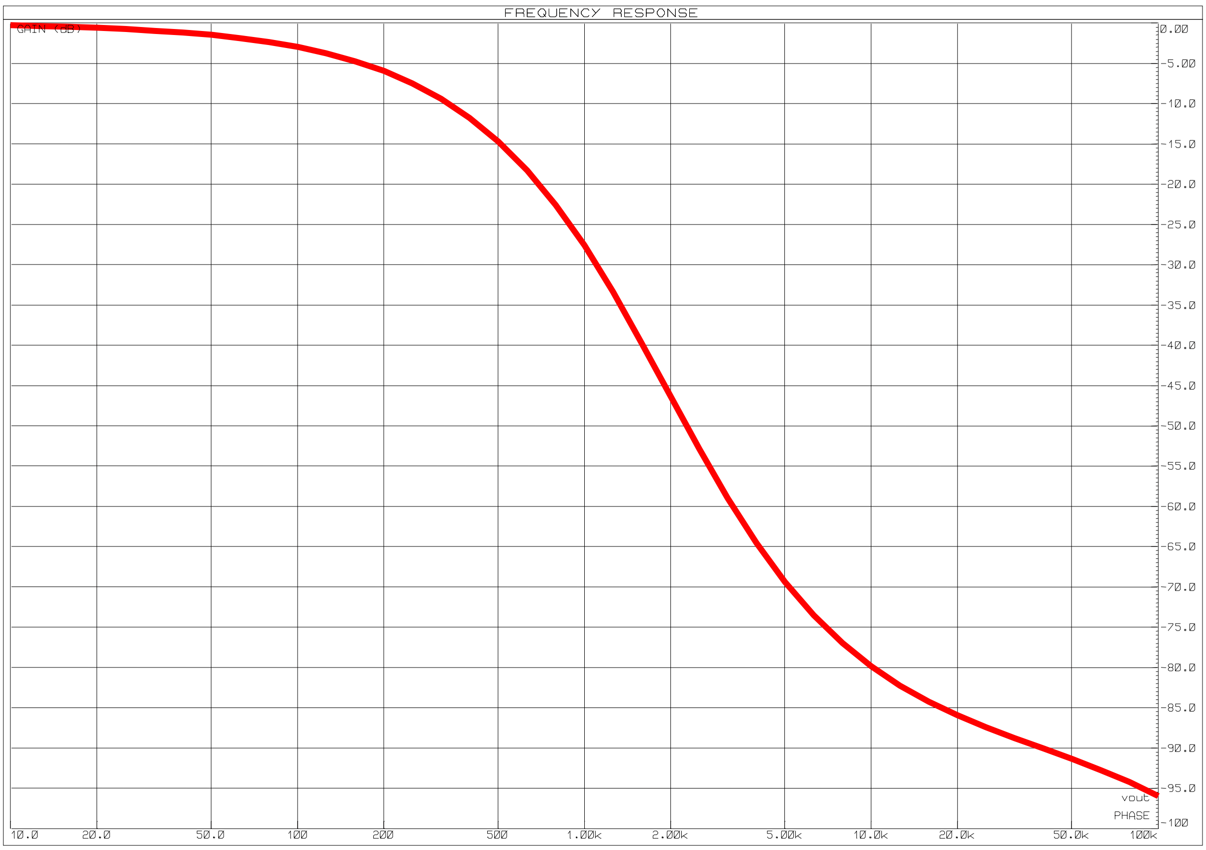
- $$|G| = \frac{(1 + R_3/R_2)}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_t)^2}}$$

- $\text{Fase}(G) = -\arctan(\omega R_1 C_1) = -\arctan(\omega/\omega_t)$

d) CURVA di BODE REALE del MODULO di G(jω)



CURVA di BODE REALE della FASE di G(jω)



e) CALCOLO DEL GUADAGNO DI CIASCUNA COMPONENTE, AD OPERA DEL FILTRO :

1° ARMONICA : 2cos(2π*3000*t) [V] **f_1 = 3000 [Hz]** **ft = 2000 [Hz]**

Calcolo del guadagno del filtro alla frequenza $f_1 = 3000$ [Hz]

$$|G_1| = \frac{5}{\sqrt{1+(\omega_1 R_1 C_1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+(\omega_1/\omega_t)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+(f_1/f_t)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+1{,}5^2}} = 2{,}8 \quad >>>> \quad 9\ [\,dB\,]$$

2° ARMONICA : 1,5 cos(2π*6000*t) **f_2 = 6000 [Hz]** **ft = 2000 [Hz]**

Calcolo del guadagno del filtro alla frequenza $f_2 = 6000$ [Hz]

$$|G_2| = \frac{5}{\sqrt{1+(f_2/f_t)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+3^2}} = 1{,}6 \quad >>>> \quad 4\ [\,dB\,]$$

3° ARMONICA : 1cos(2π*9000*t) [V] **f_3 = 9000 [Hz]** **ft = 2000 [Hz]**

Calcolo del guadagno del filtro alla frequenza $f_3 = 9000$ [Hz]

$$|G_3| = \frac{5}{\sqrt{1+(f_3/f_t)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+4{,}5^2}} = 1{,}1 \quad >>>> \quad 0{,}8\ [\,dB\,]$$

4° ARMONICA : 0,5cos(2π*12000*t) [V] **f_4 = 12000 [Hz]** **ft = 2000 [Hz]**

Calcolo del guadagno del filtro alla frequenza $f_4 = 12000$ [Hz]

$$|G_4| = \frac{5}{\sqrt{1+(f_4/f_t)^2}} = \frac{5}{\sqrt{1+6^2}} = 0{,}8 \quad >>>> \quad -2\ [\,dB\,]$$

CALCOLO DELLO SFASAMENTO DI CIASCUNA COMPONENTE, AD OPERA DEL FILTRO :

- $\varphi 1 = -\arctan(\omega_1/\omega_t) = -\arctan(1{,}5) = -56°$
- $\varphi 2 = -\arctan(\omega_2/\omega_t) = -\arctan(3) = -72°$
- $\varphi 3 = -\arctan(\omega_3/\omega_t) = -\arctan(4{,}5) = -77°$
- $\varphi 4 = -\arctan(\omega_4/\omega_t) = -\arctan(6) = -81°$

f) SPETTRI DI AMPIEZZA E FASE DEL SEGNALE IN USCITA AL FILTRO

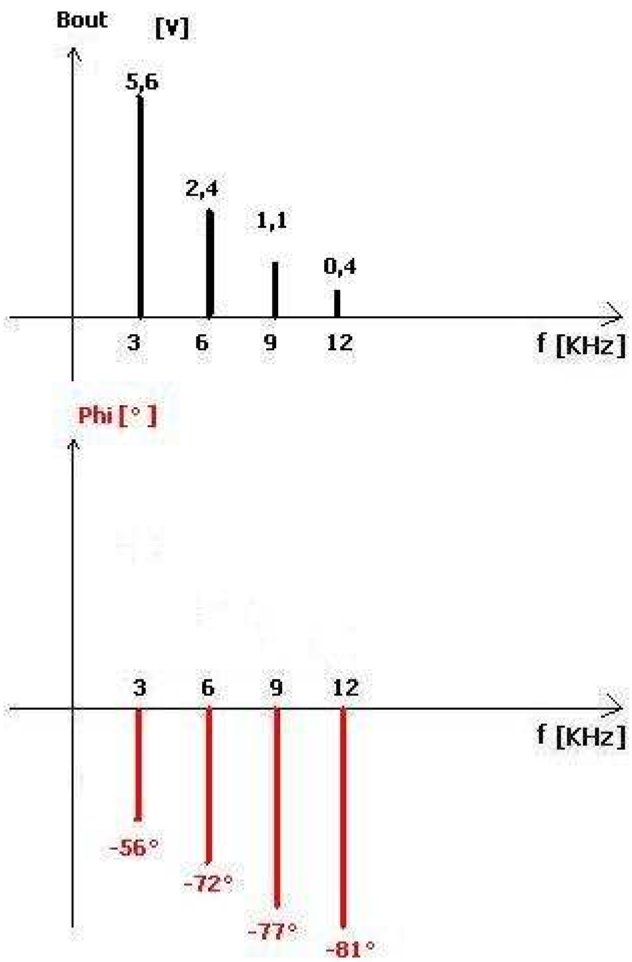
CALCOLO ALTEZZA DELLE RIGHE SPETTRALI IN USCITA AL FILTRO :

$\mathbf{B_{out1} = B_1 * G_1 = 2 * 2{,}8 = 5{,}6\ [V]}$

$\mathbf{B_{out2} = B_2 * G_2 = 1{,}5 * 1{,}6 = 2{,}4\ [V]}$

$\mathbf{B_{out3} = B_3 * G_3 = 1 * 1{,}1 = 1{,}1\ [V]}$

$\mathbf{B_{out4} = B_4 * G_4 = 0{,}5 * 0{,}8 = 0{,}4\ [V]}$



g) Rapporto tra Larghezza di Banda di un Canale di Comunicazione e Velocità di Trasmissione

Un segnale digitale binario è assimilabile a un'onda quadra (si pensi a una successione di **0** e **1**), per cui il suo sviluppo in serie di Fourier è costituito da un n° infinito di componenti armoniche di frequenza multipla (dispari) della fondamentale $\mathbf{f_0}$.

Supponiamo che la durata del bit ,$\mathbf{T_B}$, sia **1[ms],** da cui $\mathbf{T_0 = 2}$ **[ms]** , $\mathbf{f_0 = 500}$ **[Hz]**

Per non avere eccessiva distorsione del segnale è necessario che possano transitare sul canale di comunicazione almeno 7/8 armoniche, dalla prima a f = f_0 , fino alla 13°/15°, con f = 13/15 f_0 , essendo come già detto nulle le componenti con f multipla **pari** di f_0.

La Banda $\mathbf{B_W}$ del canale, quindi, dev'essere come minimo di **6500 / 7500** [Hz], trasmettendo alla ridicola Velocità di Trasmissione di :

$$\mathbf{V_{TX} = 1\ [Kb/s] = 125\ [B/s]}$$

Se aumentiamo la $\mathbf{V_{TX}}$ di un fattore **10**, otteniamo T_B = 0,1 [ms] >>>> T_0 = 0,2 [ms] >>>> $\mathbf{f_0}$ = **5** [KHz]
da cui B_W = **65 / 75** [KHz] .
E' perciò strettissimo il legame tra B_W e V_{TX} , alla luce della Teoria di Fourier .

Sulla **linea telefonica**, avente $\mathbf{B_W = 300 \div 3400}$ **[Hz]** , un segnale digitale binario subisce un' inaccettabile **distorsione d'ampiezza.**

A V_{TX} = 10 [Kb/s] , non passa neppure la fondamentale a 5 [KHz] !