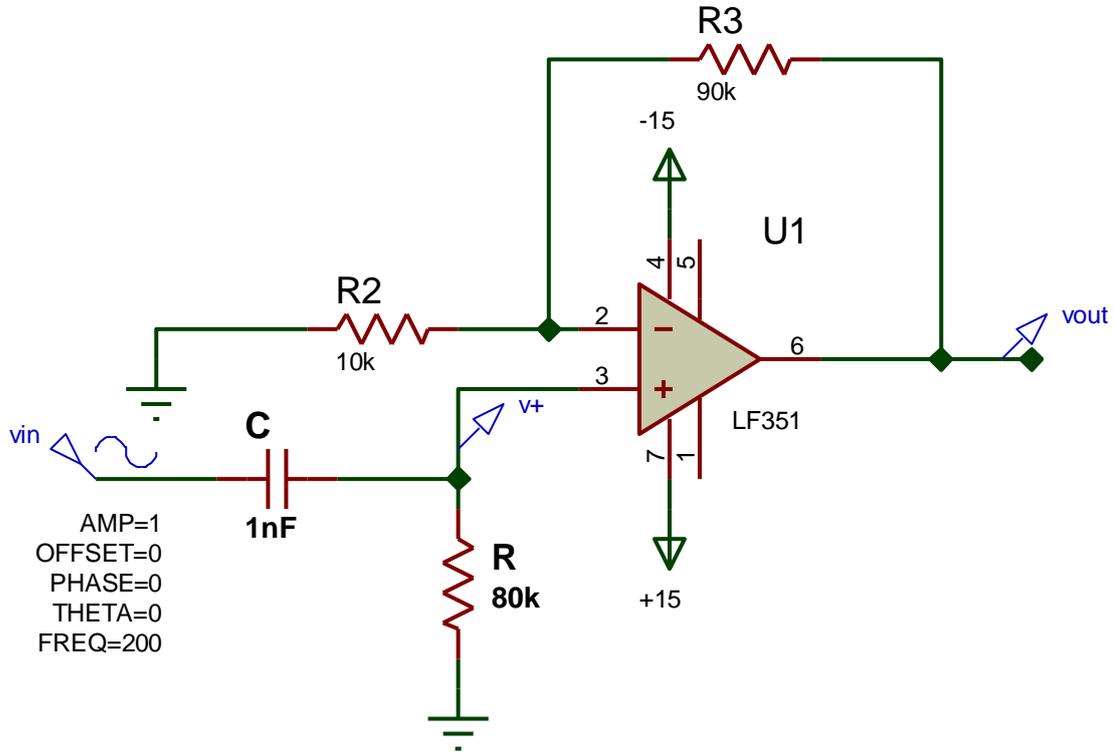


1. FILTRO ATTIVO PASSA-ALTO RC NON INVERTENTE (1°ordine)



DERIVATORE REALE NON INVERTENTE



$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9}} \approx 2000 \text{ [Hz]} \gg \omega_t = 1 / RC \approx 12570 \text{ [rad/sec]}$$

Questo circuito **amplifica** di un fattore $10 = (1 + 90/10) \gg 20 \text{ dB}$ il segnale v_+ , se questo ha frequenza **superiore** a circa 10 [KHz] e lo **filtra**, cioè lo attenua sempre più, se ha frequenza **inferiore** a $f_t = 2000 \text{ [Hz]}$.

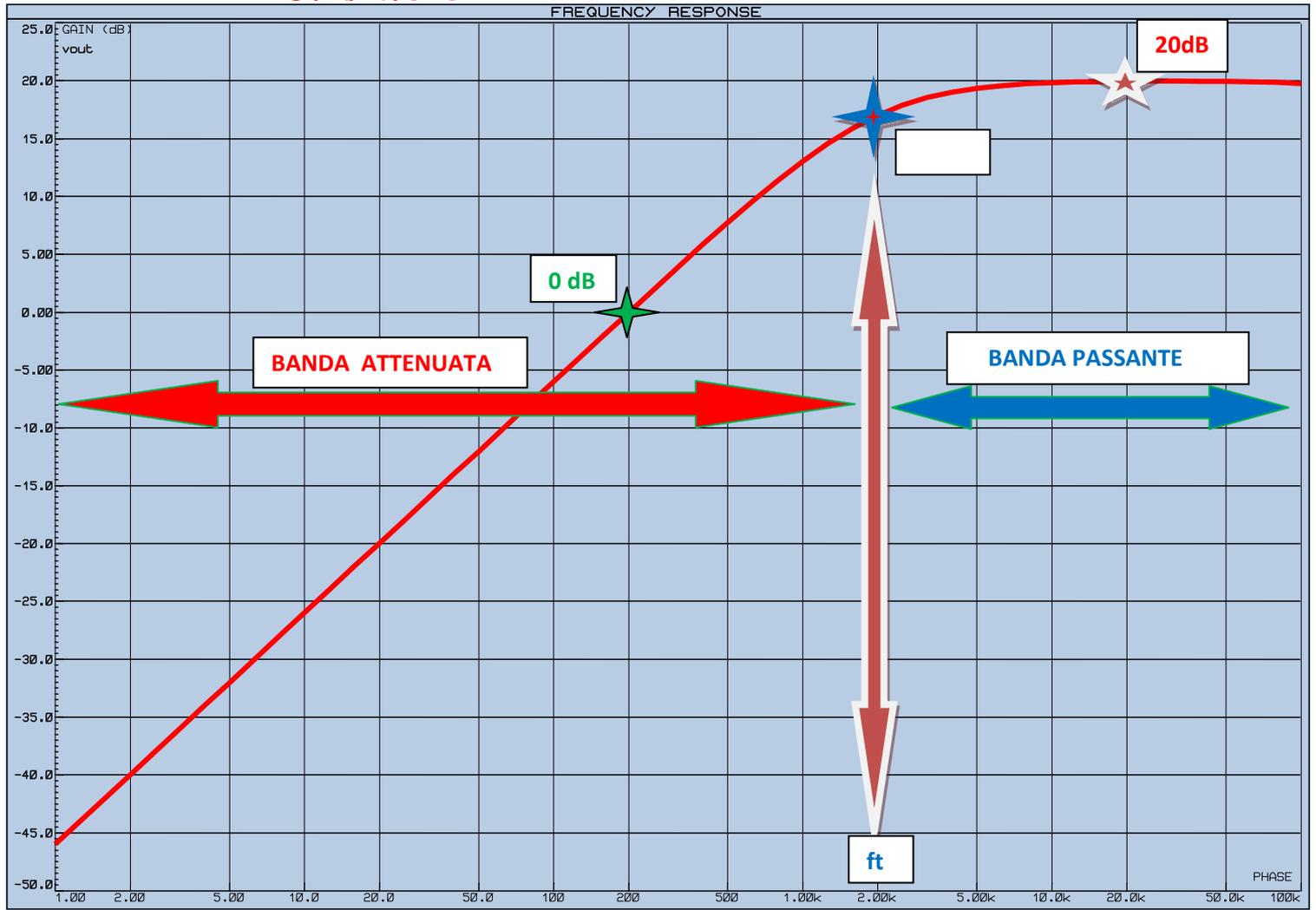
Nella Banda $0 \div f_t$ (**B. Attenuata**), il segnale v_+ è proporzionale alla derivata del segnale v_{in} , infatti la corrente nel Condensatore è data da :

$$i(t) = C \cdot v'_{in}(t) \quad \text{da cui} \quad v_+ = RC \cdot v'_{in}(t) \quad \text{e quindi} \quad v_{out}(t) = (1 + R3/R2) \cdot RC \cdot v'_{in}(t)$$

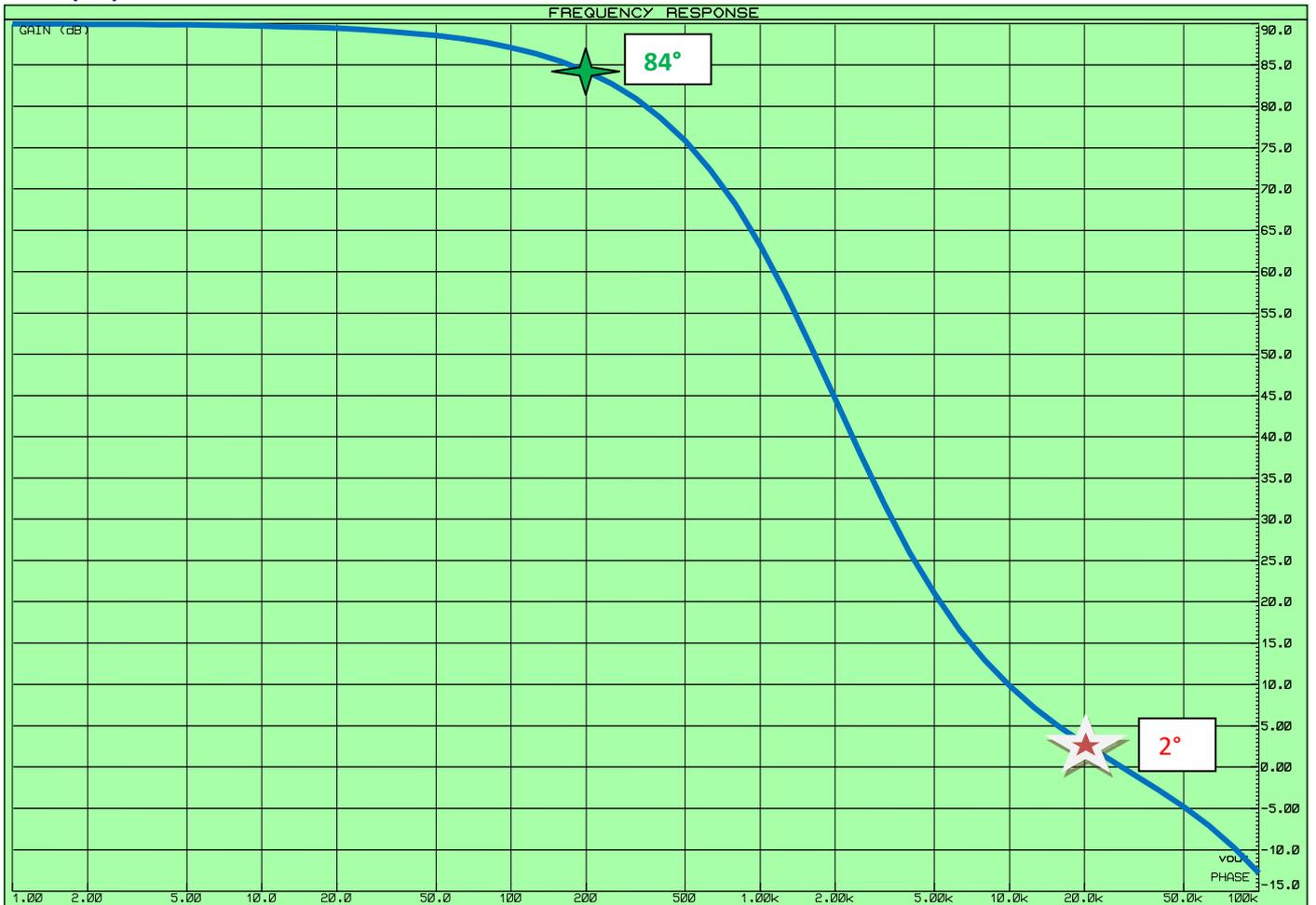
se $v_{in}(t) = \sin(\omega t) \gg v'_{in}(t) = \omega \cdot \cos(\omega t)$ e $v_+ = RC \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ da cui :

$$v_{out}(t) = (1 + R3/R2) \cdot RC \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

GRAFICI DI BODE :20 Log |G(jw)| [dB]



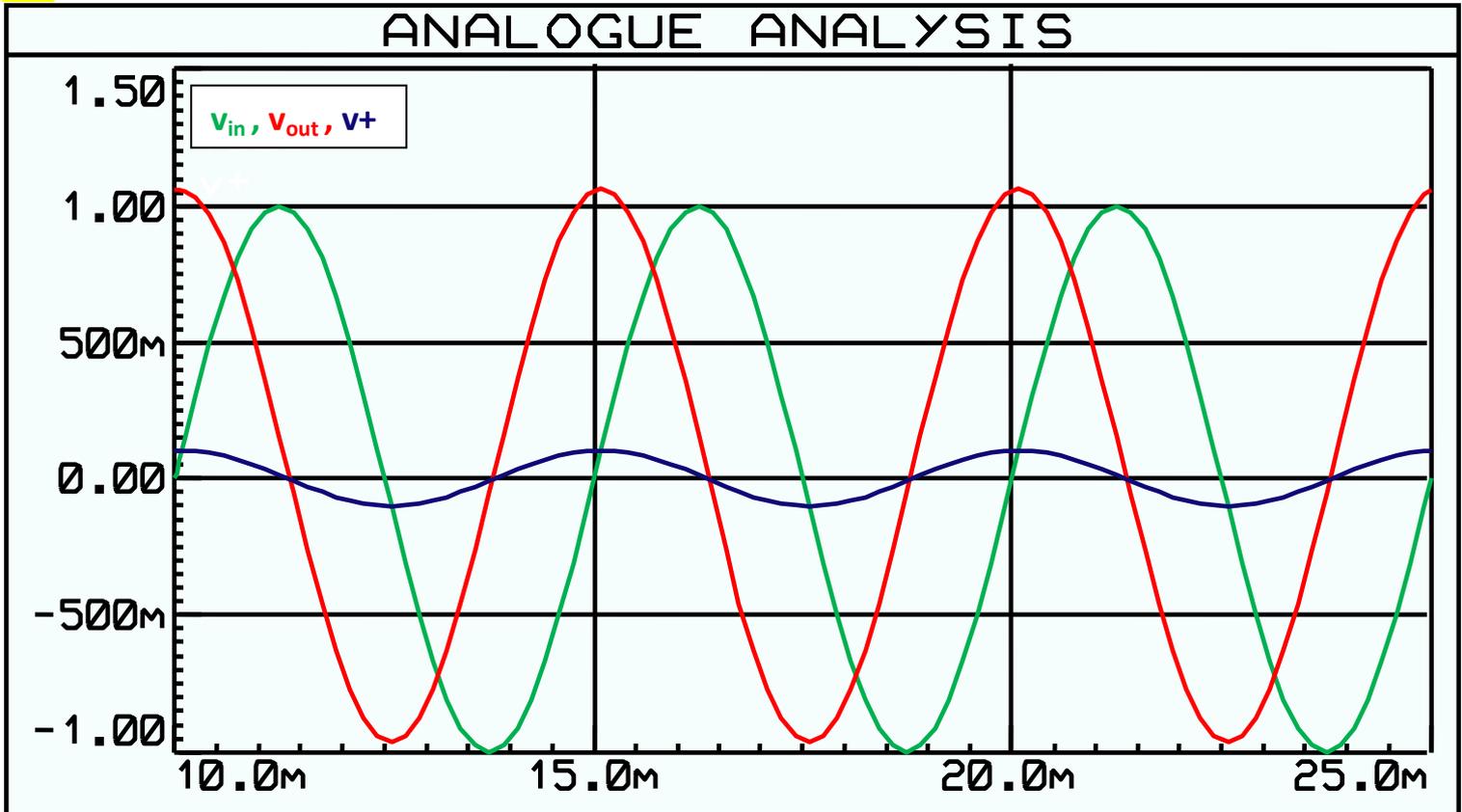
Fase (G)



1° esempio)

in Banda Attenuata, per $f = 200$ [Hz], il circuito si comporta da **DERIVATORE NON INVERTENTE**

Grafico analogico per $f = 200$ [Hz]



- $v_{in}(t) = 1\sin(2\pi \cdot 200t)$ [V]
- $v_{+}(t) = RC \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) = 80 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} \cdot 200 \cdot 2\pi \cdot \cos(\omega t) \approx 0,1 \cos(\omega t)$
- $v_{out}(t) \approx v_{+}(t) \cdot (1 + R2/R1) \approx 0,1 \cos(\omega t) \cdot 10 \approx 1 \cos(\omega t)$
- il grafico di v_{out} evidenzia la presenza di un piccolo offset positivo di circa 50 [mV], dovuto all'A.O
- riducendo la frequenza di un fattore 10 $\gg f = 20$ [Hz] $\gg V_{outmax} = 0,1$ [V] (calcoli nel DDT)
dai grafici di Bode : $|G| = -20$ dB Fase(G) $\approx 90^\circ$ \gg stesso risultato

Lavorando in frequenza, sui grafici di Bode, per $f = 200$ [Hz] si ottiene:

- $|G| = 0$ [dB]
- Fase(G) = 84°

$$\bar{V}_{out} = \bar{V}_{in} \cdot \bar{G} \quad |V_{out}| = |V_{in}| \cdot |G| \quad \text{e} \quad \text{Fase}(V_{out}) = \text{Fase}(V_{in}) + \text{Fase}(G)$$

da cui si ottiene una v_{out} con la stessa ampiezza max di v_{in} e sfasata in anticipo di quasi 90° , praticamente un coseno !

quindi l'analisi in frequenza conferma i risultati ottenuti nel dominio del tempo

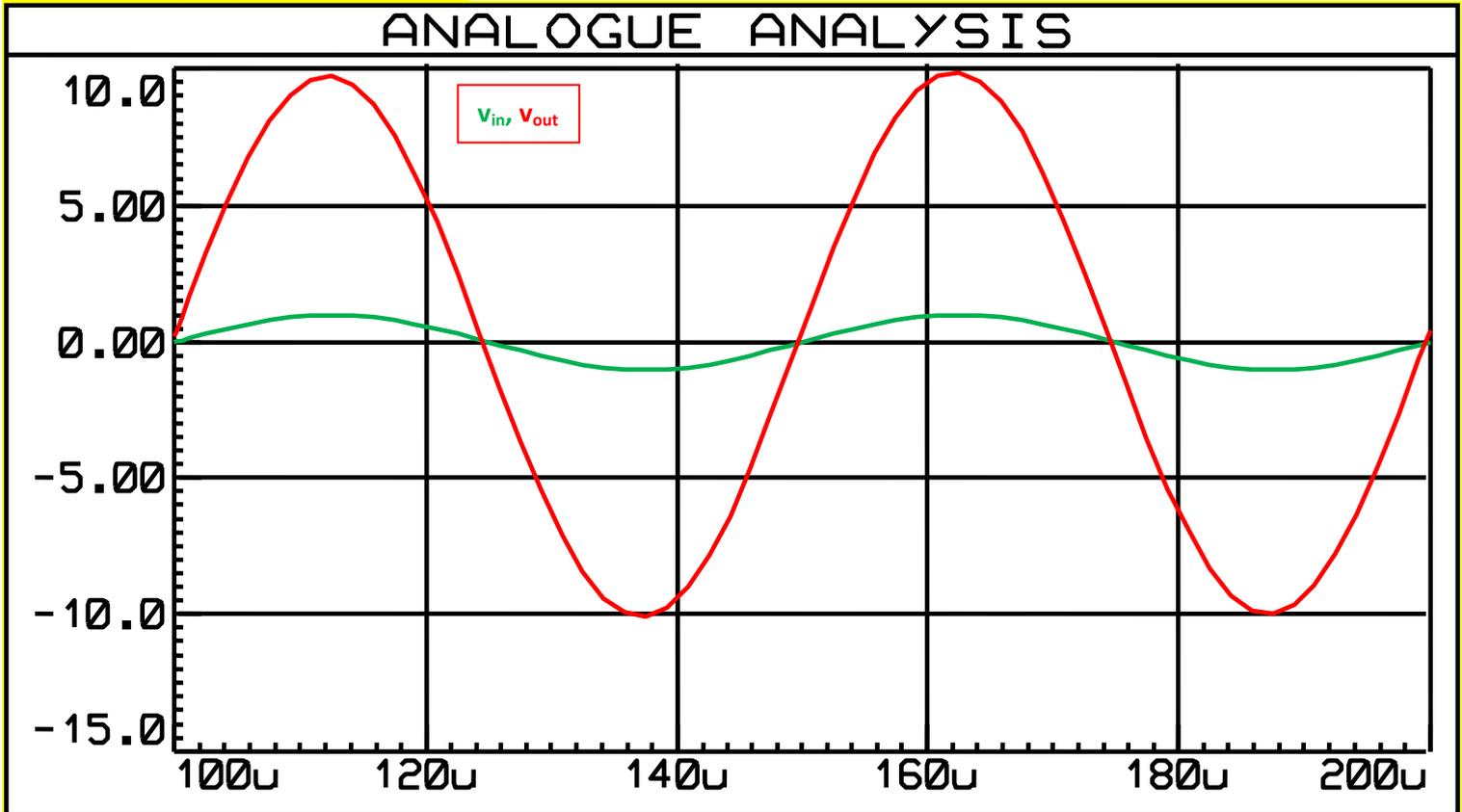
2° esempio)

in Banda Passante, per $f = 20.000$ [Hz], il circuito si comporta da **AMPLIFICATORE NON INVERTENTE**

infatti, a questa frequenza, $|Z_c| = 1 / 2\pi * 20.000 * 10^{-9} \approx 8$ [K Ω], è trascurabile rispetto a $R = 80$ [K Ω], per cui

$v_+ \approx v_{in}$ in modulo e fase $\gg \gg v_{out} \approx (1 + R_3/R_2) * v_{in} = 10 v_{in}$

Grafico analogico per $f = 20.000$ [Hz]



- $v_{in}(t) = 1 \sin (2\pi * 20.000t)$ [V]
- $v_{out}(t) = 10 \sin (2\pi * 20.000t)$ [V]

Lavorando in frequenza, sui grafici di Bode, per $f = 20.000$ [Hz] si ottiene:

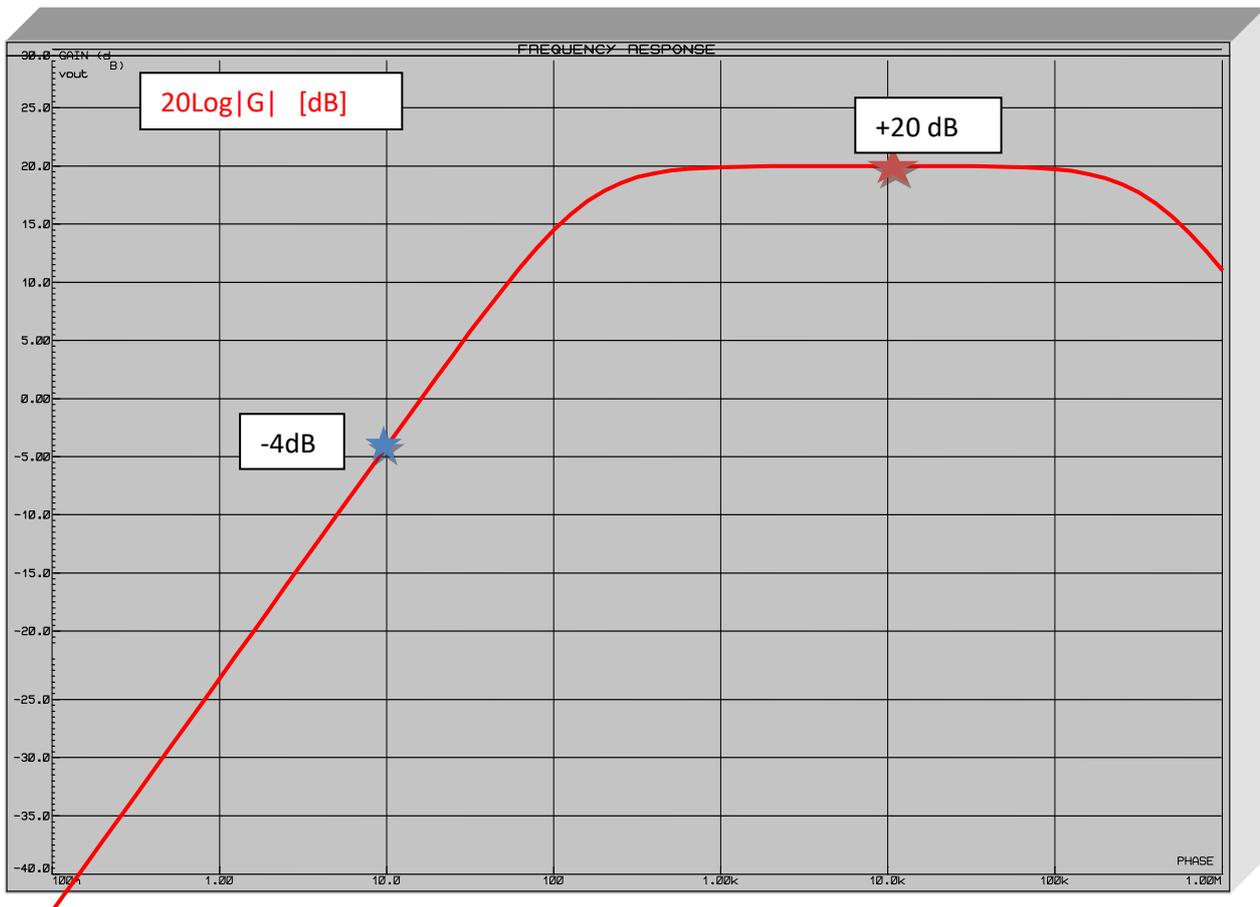
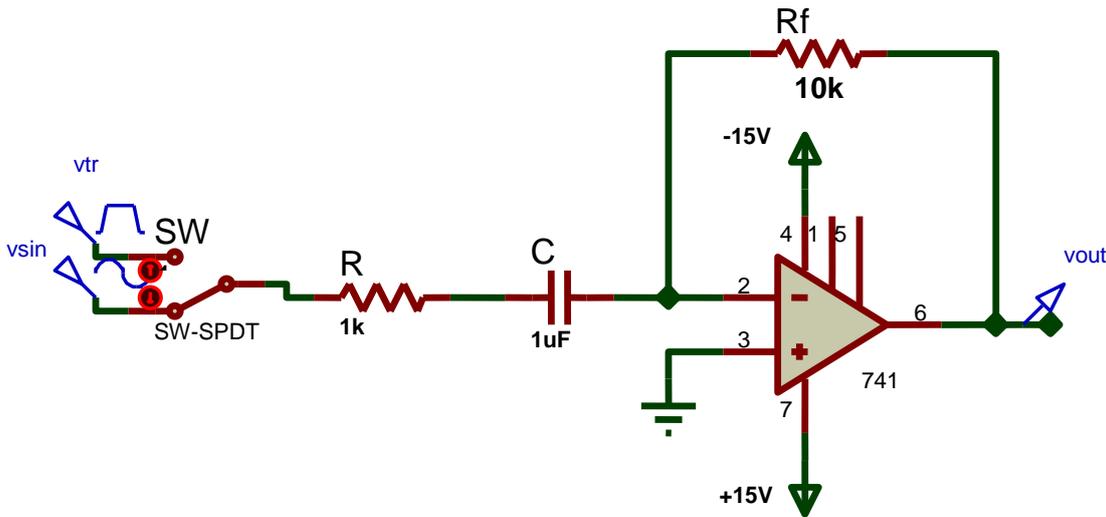
- $|G| = 20$ [dB]
- $\text{Fase}(G) = 2^\circ$

$$\bar{V}_{out} = \bar{V}_{in} * \bar{G} \quad |V_{out}| = |V_{in}| * |G| \quad \text{e} \quad \text{Fase}(V_{out}) = \text{Fase}(V_{in}) + \text{Fase}(G)$$

da cui si ottiene una v_{out} con ampiezza max pari a $10v_{in}$ e pressochè in fase

2. FILTRO ATTIVO PASSA – ALTO RC INVERTENTE / DERIVATORE REALE INVERTENTE

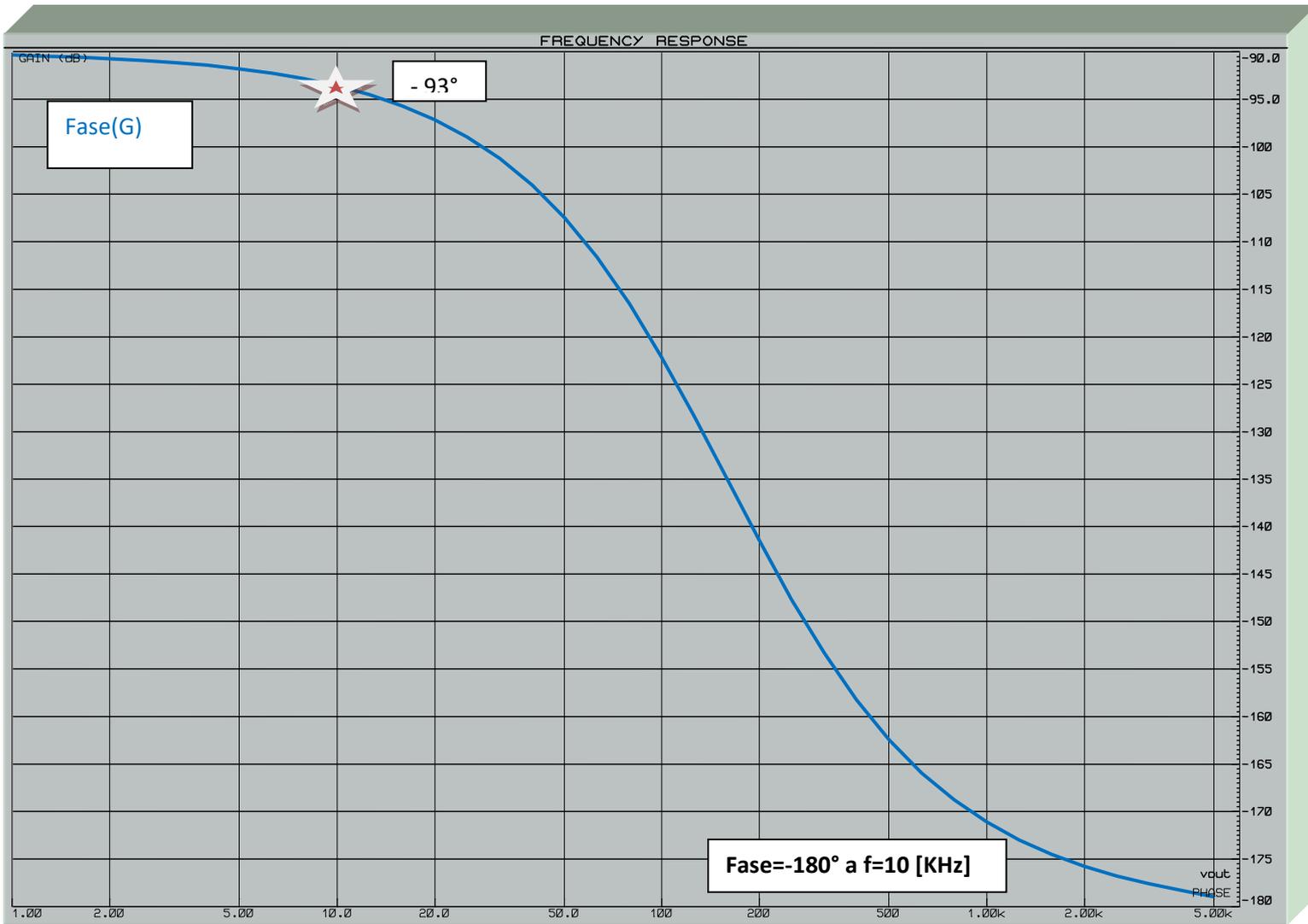
$$\tau = RC = 1 \text{ [ms]} \gg \omega_t = 1 / RC = 1000 \text{ [rad/s]} \gg f_t = 160 \text{ [Hz]}$$



Si noti come in HF intervenga un polo, causato dai parametri parassiti (**Condensatori virtuali**) dei Transistor componenti l' A.O. , che bypassano il segnale d'uscita a massa.

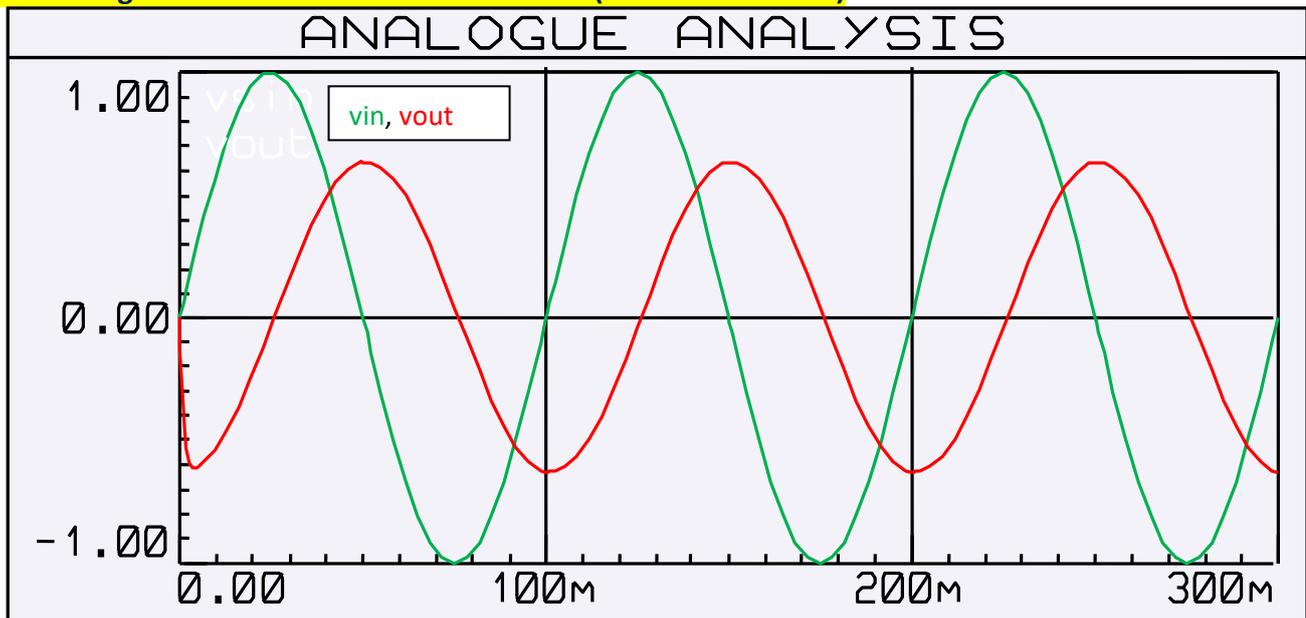
Il Modulo del Guadagno G_{HF} (pari a R_f / R), anziché rimanere costante (+20 dB) in HF, diminuisce tendendo a $-\infty$.
 R impedisce che il guadagno in HF tenda a ∞ , fissando il guadagno max a R_f/R ;
 determina anche la frequenza di taglio e la costante di tempo del circuito.

La Fase di G si muove tra **-90° in LF** (-180° dovuti alla configurazione invertente, + 90° dovuti all'effetto del Condensatore, che agisce con R come filtro **passa - alto**, sfasando perciò **in anticipo**) e **- 180° in HF**



a) Ingresso sinusoidale, in **Banda attenuata**, per $f = 10 \text{ [Hz]}$ $\gg \gg \omega = 62,8 \text{ [rad/sec]}$

Grafico analogico : DERIVATORE INVERTENTE (R= 1K RF= 10K)



$$v_{out}(t) \approx -C * \frac{d}{dt}[\sin(\omega t)] * R_f \approx -10^{-6} * \cos(\omega t) * \omega * 10^4 \approx -10^{-2} * 62,8 * \cos(\omega t) \approx -0,63 \cos(\omega t) \text{ [V]}$$

Possiamo scrivere questa formula approssimata, **trascurando l'effetto di R**, in quanto il suo valore (1K), è molto inferiore a $|Z_c|$, a questa pulsazione : $|Z_c| = 1/\omega C = 1/62,8 * 10^{-6} \approx 16K$

Lavorando in frequenza, sui grafici di Bode, per $f = 10$ [Hz] si ottiene:

- $|G| = -4$ [dB]
- $Fase(G) = -93^\circ$

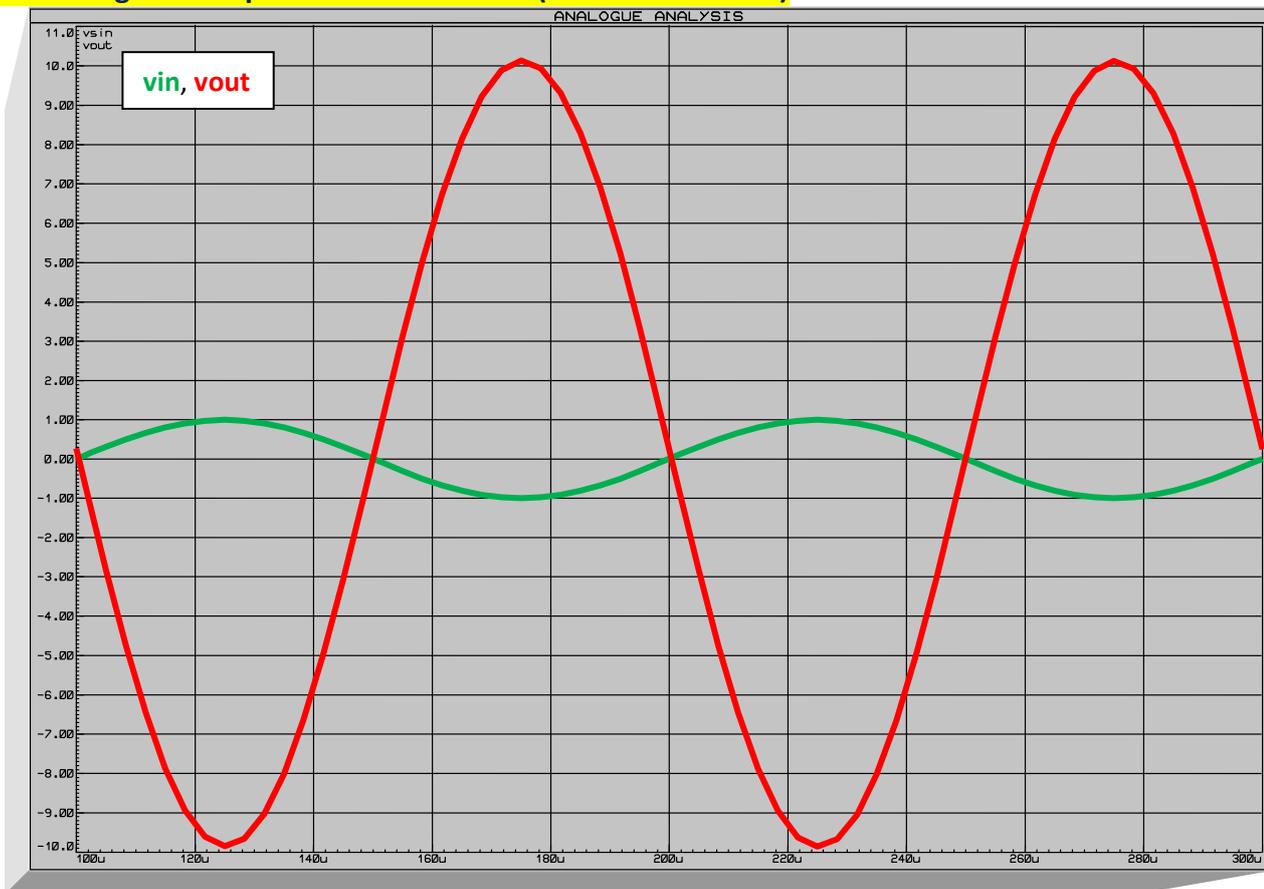
$$\bar{V}_{out} = \bar{V}_{in} * \bar{G} \quad |V_{out}| = |V_{in}| * |G| \quad e \quad Fase(V_{out}) = Fase(V_{in}) + Fase(G)$$

da cui si ottiene una v_{out} con ampiezza max pari a $V_{inmax} * 10^{-4/20} \approx 0,63$ [V] e sfasata **in ritardo** di quasi 93° , praticamente un **- coseno** !

Di nuovo, perfetto accordo tra il calcolo nel dominio del tempo e quello nel dominio della frequenza.

b) Ingresso sinusoidale, in Banda passante, per $f = 10.000$ [Hz] $\gg \omega = 62.800$ [rad/sec]

Grafico analogico : Amplificatore invertente ($R = 1K$ $R_f = 10K$)



A questa frequenza, il Condensatore ha un'impedenza trascurabile rispetto ad R :

$$R = 1 \text{ [K}\Omega\text{]}$$

$$|Z_c| = 1 / 6,28 * 10^4 * 10^{-6} = 16 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Per cui $v_{out} \approx -R_f/R * v_{in} = -10 v_{in}$

Lavorando in frequenza, sui grafici di Bode, per $f = 10.000$ [Hz] si ottiene:

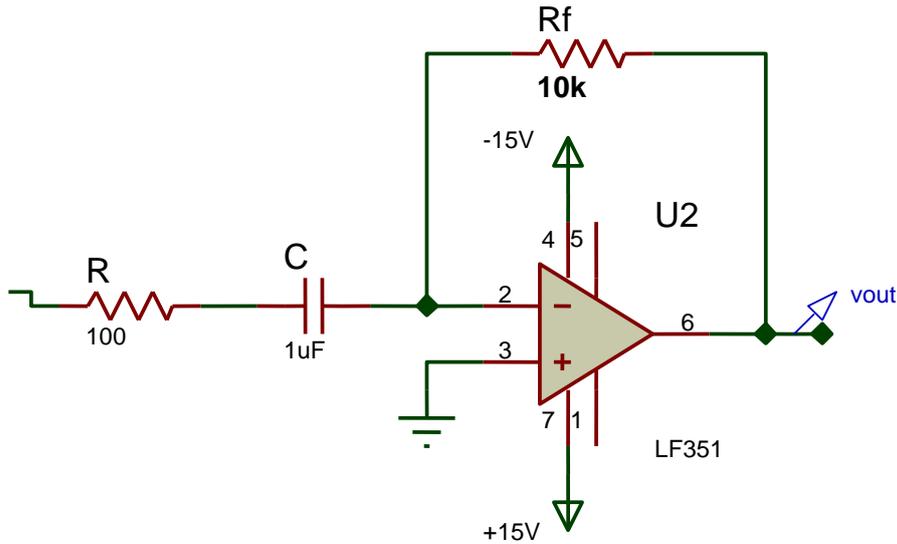
- $|G| = +20$ [dB]
- $Fase(G) = -180^\circ$

da cui si ottiene una v_{out} con ampiezza max pari a $V_{inmax} * 10 = 10$ [V] e sfasata **in ritardo** di 180°

Di nuovo, perfetto accordo tra il calcolo nel dominio del tempo e quello nel dominio della frequenza.

VARIAZIONE DI R >>>> variazione di f_t e di G_{HF} >>>> non varia v_{out}

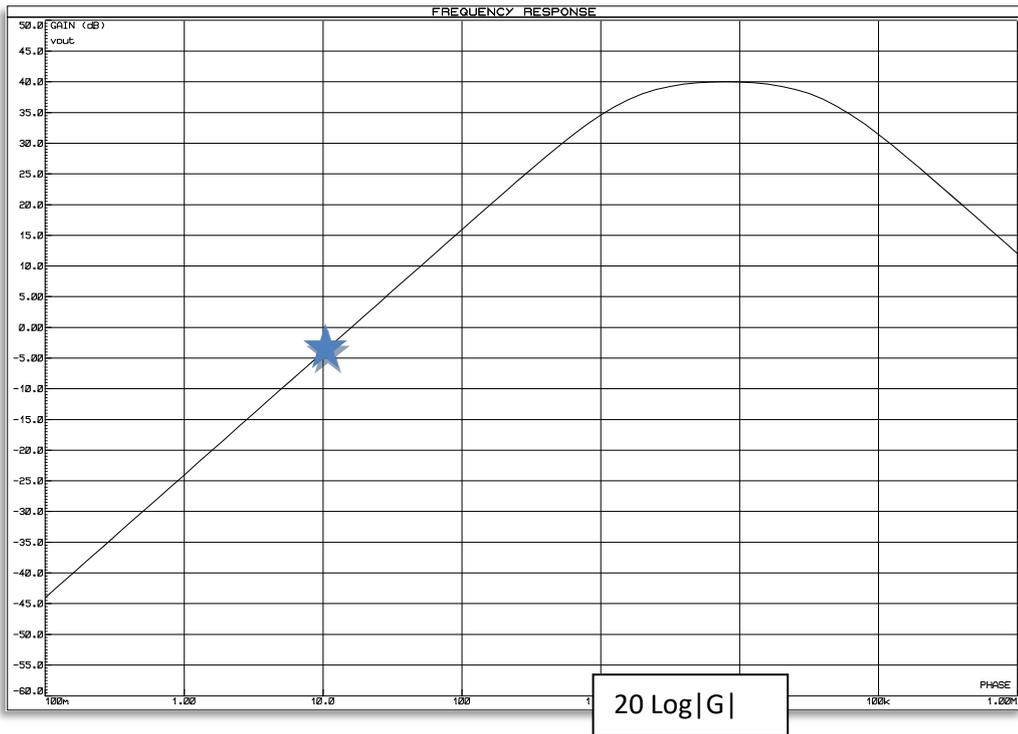
c) Ingresso sinusoidale, in Banda attenuata, per $f = 10$ [Hz] >>> $\omega = 62,8$ [rad/sec] con $R = 100$ [Ω], $R_f = 10K$
 $f_t = 1600$ [Hz] $G_{HF} = 40$ [dB]



nel dominio del tempo vale sempre :

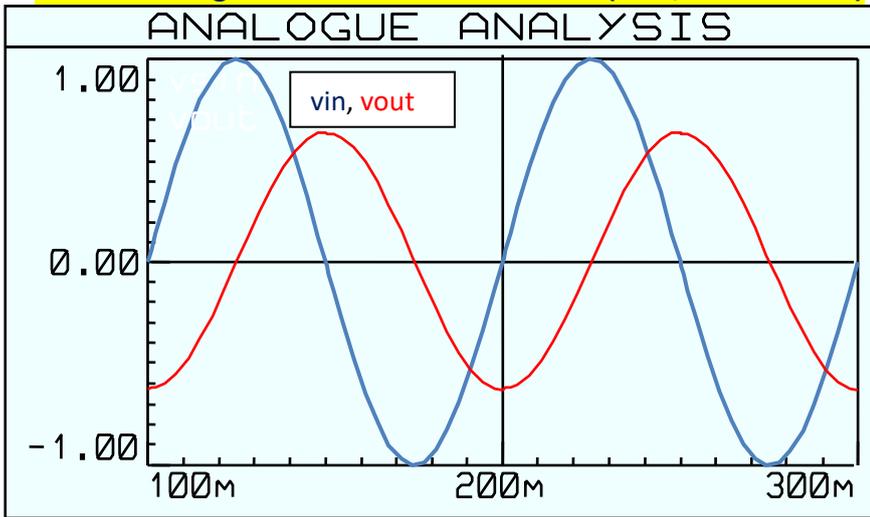
$$v_{out}(t) \approx -C * d/dt[\sin(\omega t)] * R_f \approx -10^{-6} * \cos(\omega t) * \omega * 10^4 \approx -10^{-2} * 62,8 * \cos(\omega t) \approx -0,63 \cos(\omega t) \text{ [V]}$$

essendo R ancora + trascurabile rispetto a $|Z_c|$, in LF ; il grafico di Bode cambia così però , perché cambia la f_t , che diventa pari a **1600 [Hz]** e cambia il **G_{HF}** :



infatti il $G_{HF} = 40$ dB ,ma noi stiamo lavorando in LF il Guadagno a 10 [Hz] è sempre di **-4 dB** , per cui v_{out} rimane uguale a prima, circa **0,6 [V]** come valore max e sfasata di circa **90° in ritardo (- coseno)**

Grafico analogico : derivatore invertente (R=0,1K Rf=10K)



VARIAZIONE DI Rf >>>>variazione solo di G_{HF} >>>> varia v_{out}

d) Ingresso sinusoidale, in Banda attenuata, per $f=10$ [Hz] >>> $\omega=62,8$ [rad/sec] con $R = 1K, R_f = 100K$

$f_t = 160$ [Hz] $G_{HF} = 40$ [dB]

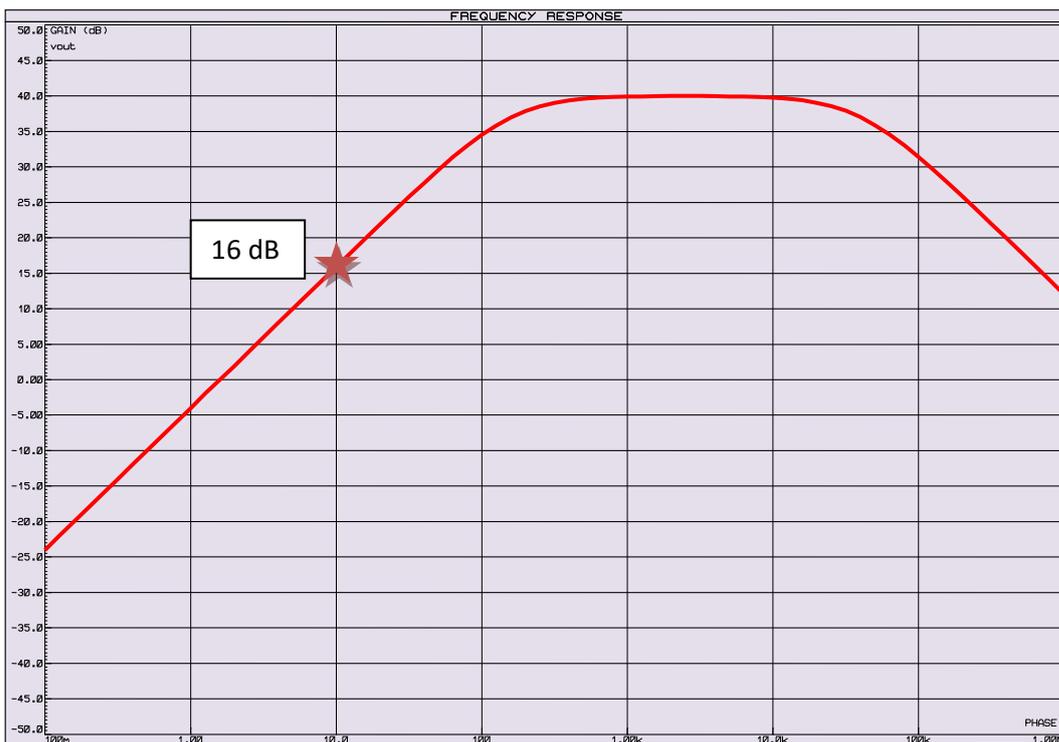
nel dominio del tempo :

$$v_{out}(t) \approx - C * d/dt[\sin(\omega t)] * R_f \approx -10^{-6} * \cos(\omega t) * \omega * 10^5 \approx -10^{-1} * 62,8 * \cos(\omega t) \approx - 6,28 \cos(\omega t) [V]$$

dal Grafico di Bode del Modulo, vediamo che, a 10 [Hz], **$|G|=16$ dB >>>>6,3**

per cui **$V_{outmax} = V_{inmax} * 6,3 = 6,3$ [V]**

dal Grafico della Fase, a 10 [Hz], si legge uno sfasamento di circa **-93°** , per cui v_{out} è in ritardo su v_{in}



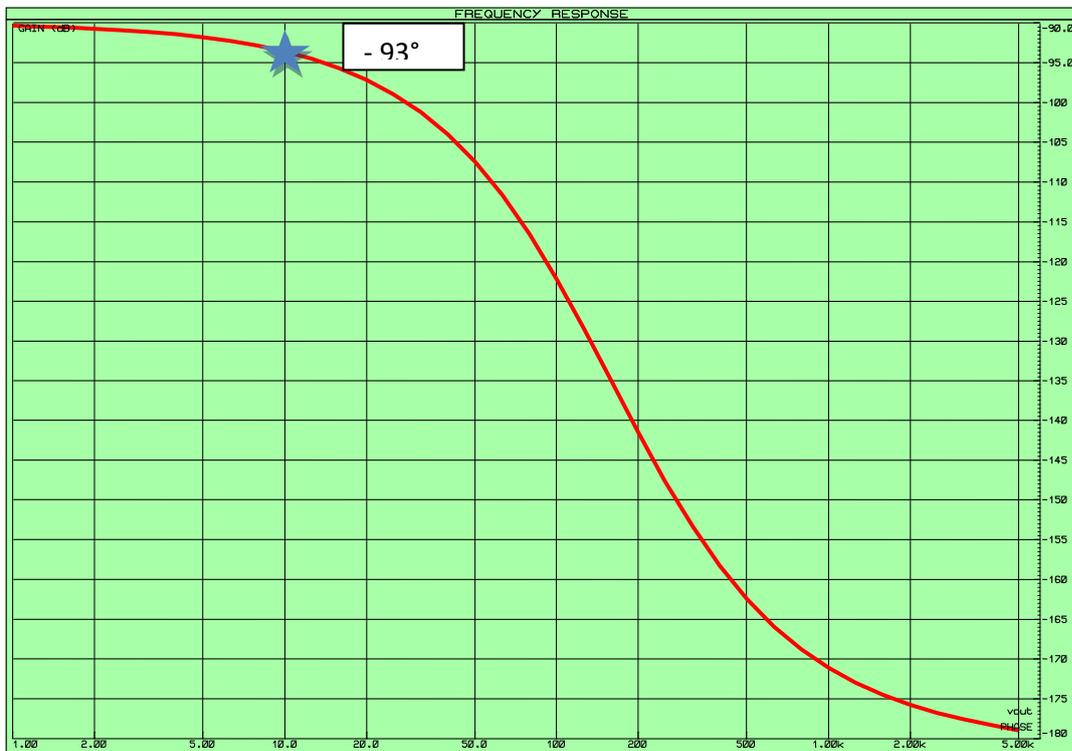
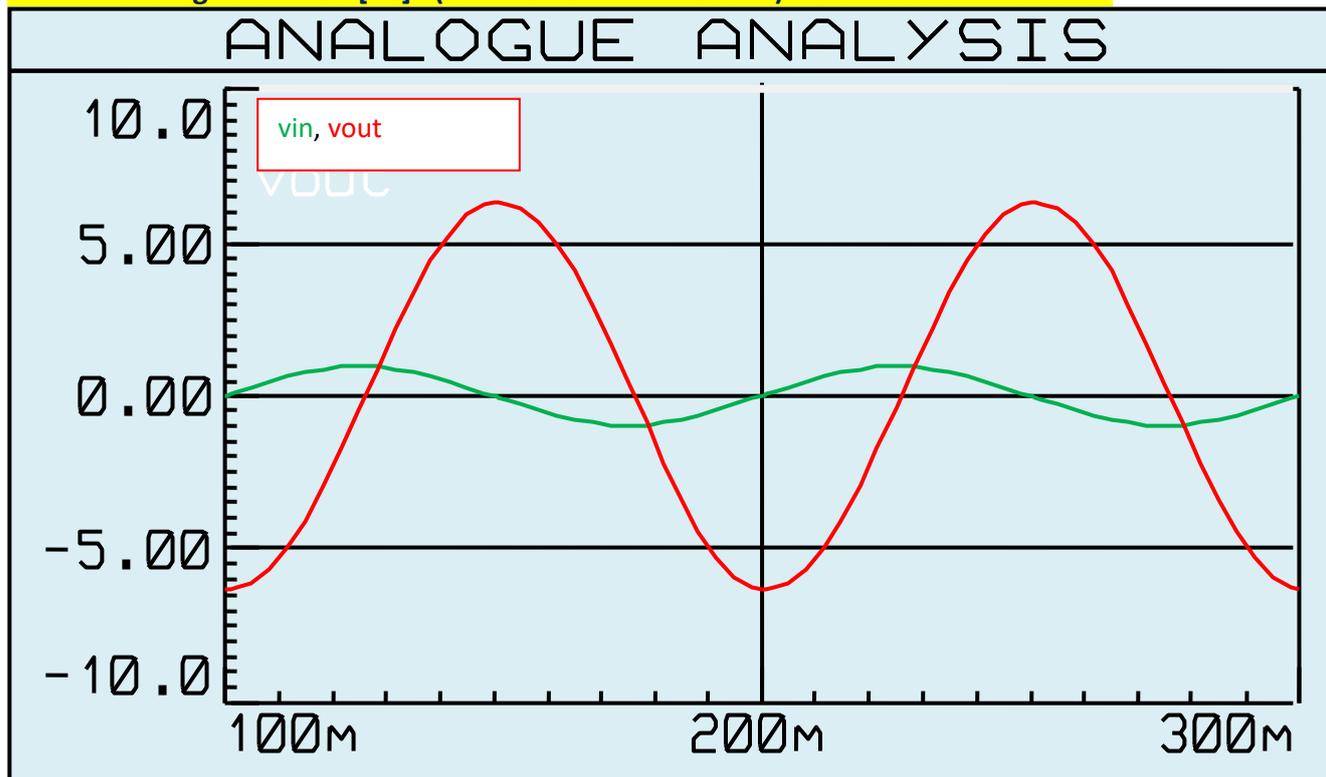


Grafico analogico a $f = 10$ [Hz] (con $R1 = 1K$ $Rf = 100 K$) : Derivatore invertente

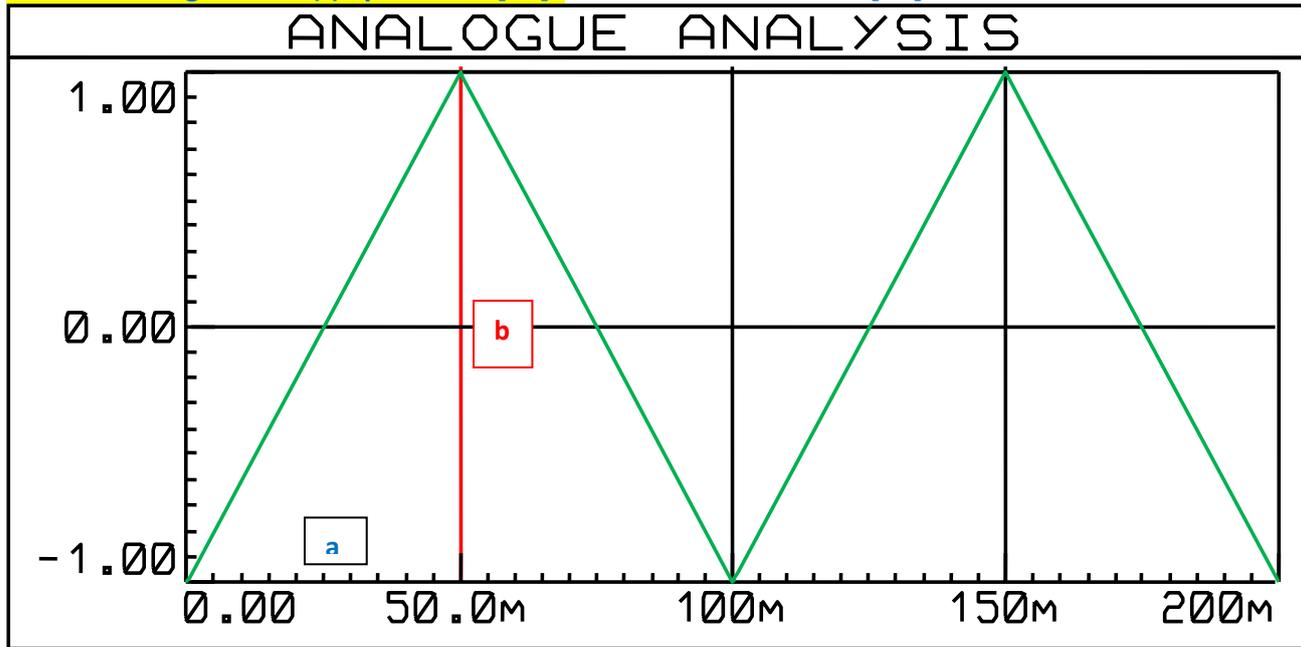


Ricapitolando, per far lavorare il filtro passa-alto invertente come **derivatore**, nel DDT, bisogna scegliere una frequenza di lavoro in **banda attenuata**, circa una decade a $s_{xdiff} = 1 / 2\pi RC$, per far sì che R sia trascurabile rispetto a $|Zc|$; l'ampiezza max in uscita dipende invece essenzialmente da Rf .

e) Ingresso con segnale di tensione triangolare, $V_{pp} = 2$ [V], Periodo = 100 [ms], $R = 1K$, $R_f = 10K$

Grafico analogico di $v_{in}(t)$ per $f = 10$ [Hz]

$f_t = 160$ [Hz]



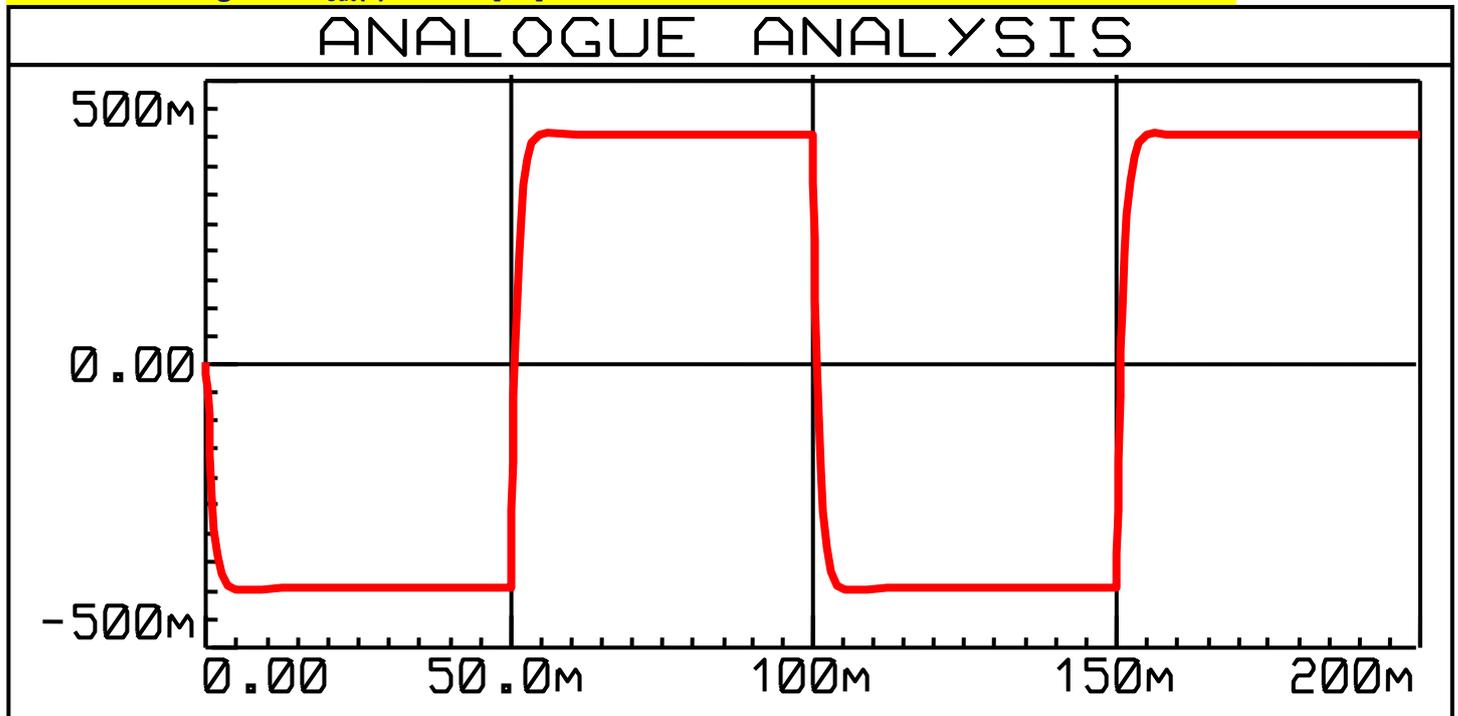
$$v_{in}(t) = + (2 / 0.050) * t = 40t \quad \text{per } 0 < t < 50 \text{ [ms]}$$

$$v_{in}(t) = - (2 / 0.050) * t = -40t \quad \text{per } 50 < t < 100 \text{ [ms]}$$



coefficiente angolare $\equiv \tan (b/a) = 2/0,05$ [V/s]

1. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 1K$ $R_f = 10K$: Derivatore invertente

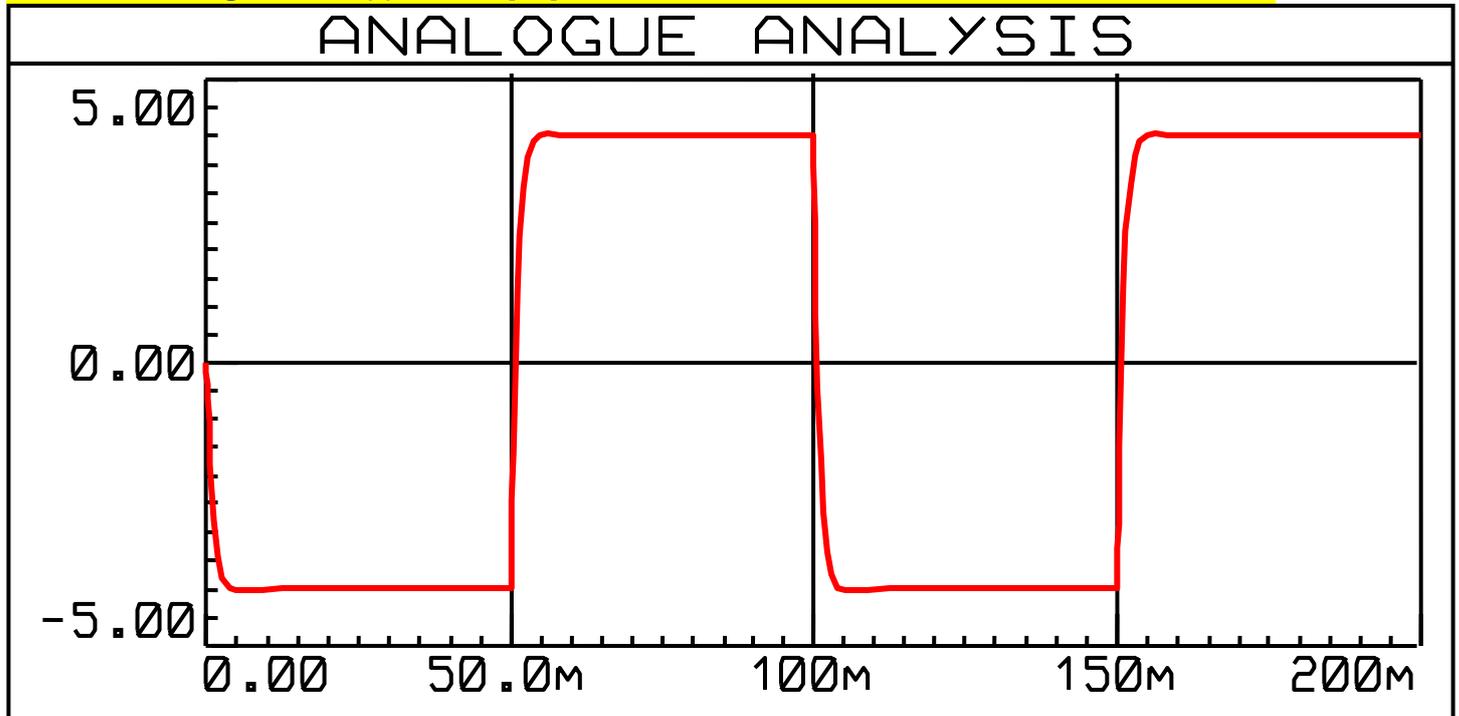


$$v_{out}(t) = - C \, d/dt [v_{in}(t)] * R_f = - C \, d/dt [40t] * 10^4 = - 10^{-6} * 40 * 10^4 = - 400 \text{ [mV]} \text{ per } 0 < t < 50 \text{ [ms]}$$

$$v_{out}(t) = - C \, d/dt [v_{in}(t)] * R_f = - C \, d/dt [-40t] * 10^4 = + 10^{-6} * 40 * 10^4 = + 400 \text{ [mV]} \text{ per } 50 < t < 100 \text{ [ms]}$$

$V_{pp} = 0,8$ [V]

2. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 1K$ $R_f = 100K$: Derivatore invertente



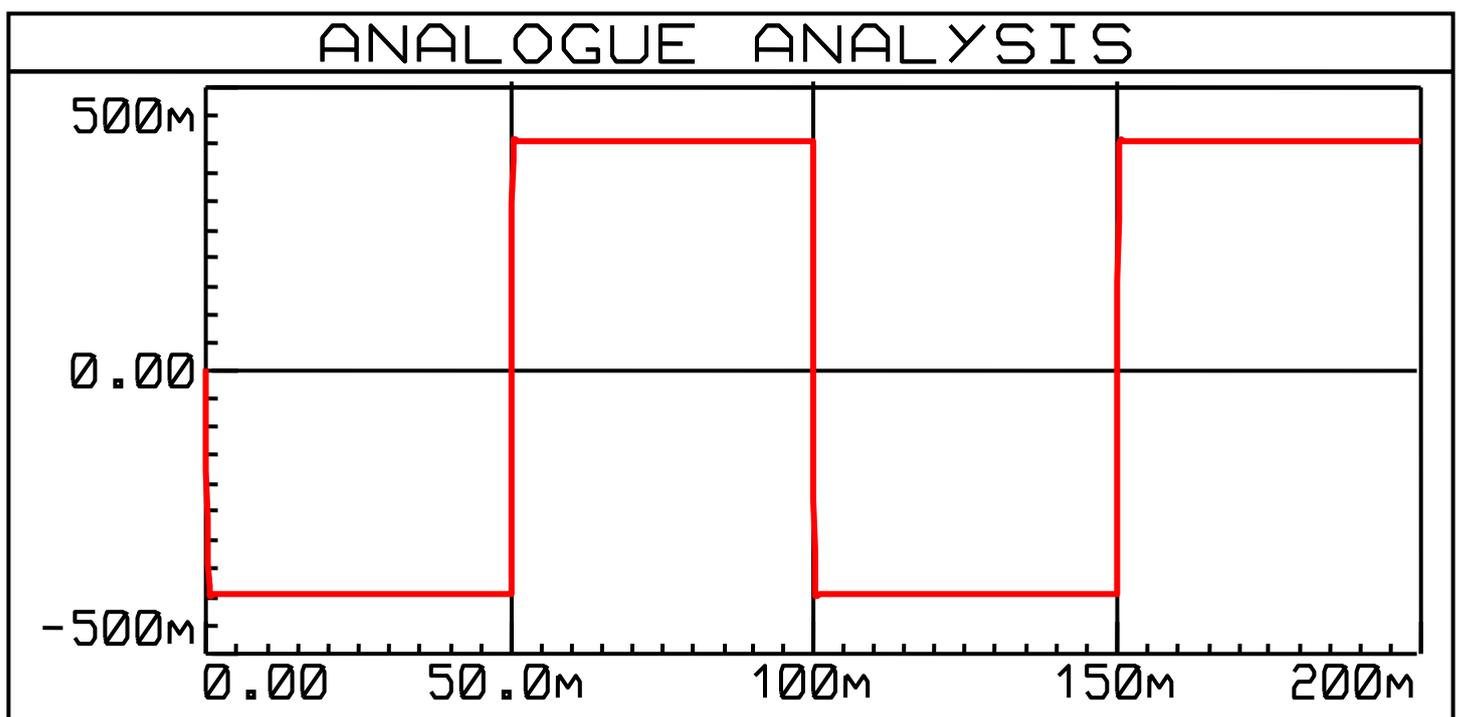
$$v_{out}(t) = -C \frac{d}{dt} [v_{in}(t)] * R_f = -C \frac{d}{dt} [40t] * 10^5 = -10^{-6} * 40 * 10^5 = -4 \text{ [V]} \text{ per } 0 < t < 50 \text{ [ms]}$$

$$v_{out}(t) = -C \frac{d}{dt} [v_{in}(t)] * R_f = -C \frac{d}{dt} [-40t] * 10^5 = +10^{-6} * 40 * 10^5 = +4 \text{ [V]} \text{ per } 50 < t < 100 \text{ [ms]}$$

$$V_{pp} = 8 \text{ [V]}$$

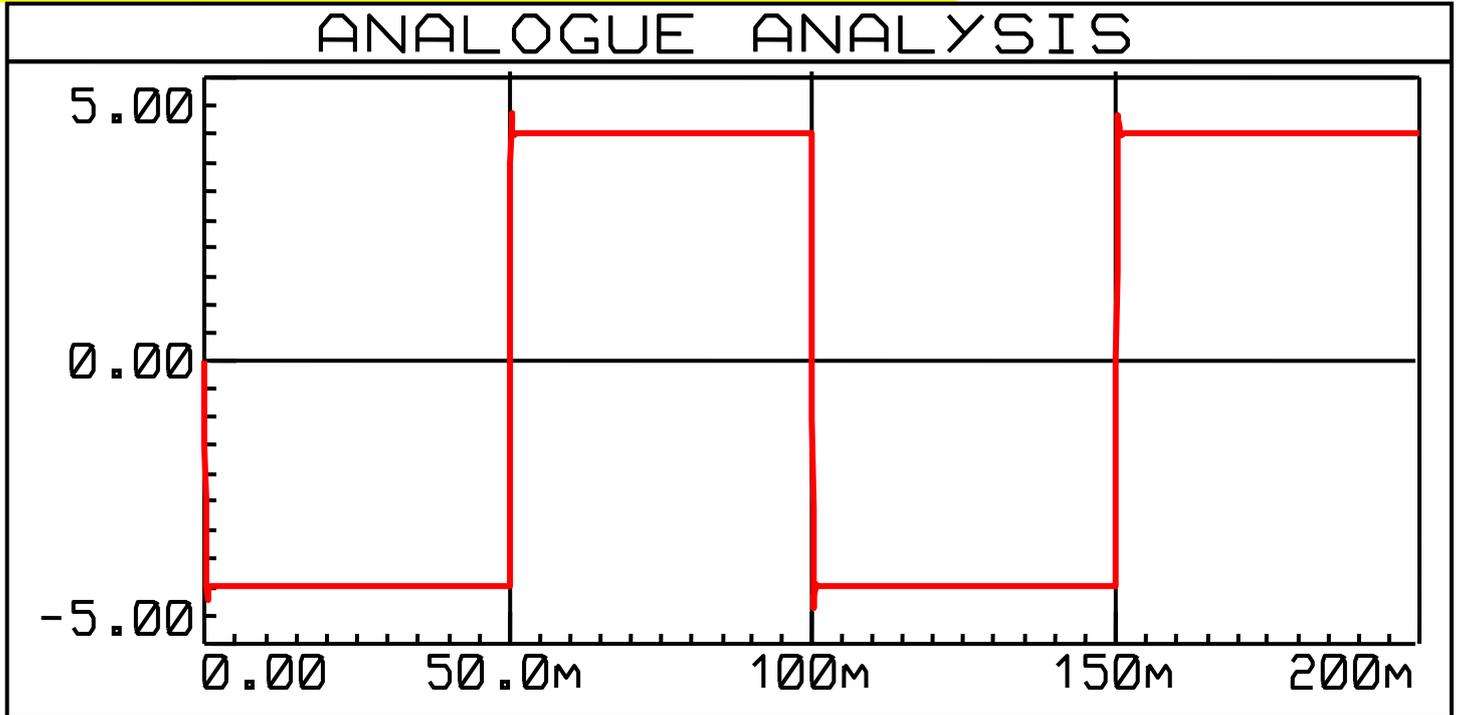
3. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 0,1K$ $R_f = 10K$: Derivatore invertente

$f_t = 1600$ [Hz], la costante di tempo è 10 volte + piccola, il sistema è 10 volte + veloce e riproduce meglio il segnale in OUT $G_{HF} = 40$ [dB]



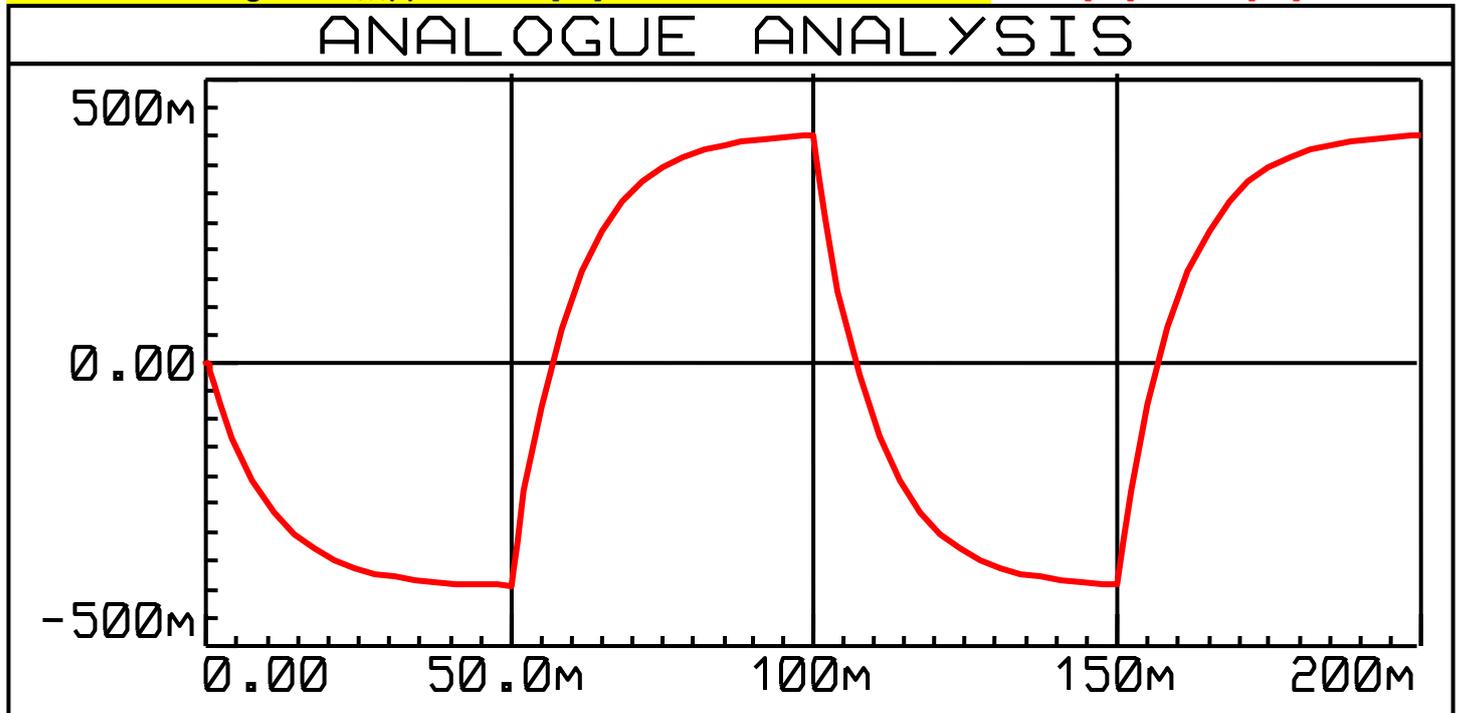
$$V_{pp} = 0,8 \text{ [V]}$$

4. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 0,1K$ $R_f = 100K$ $f_t = 1600$ [Hz], $G_{HF} = 60$ [dB]



$V_{pp} = 8$ [V]

5. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 10K$ $R_f = 10K$ $f_t = 16$ [Hz] $G_{HF} = 6$ [dB]

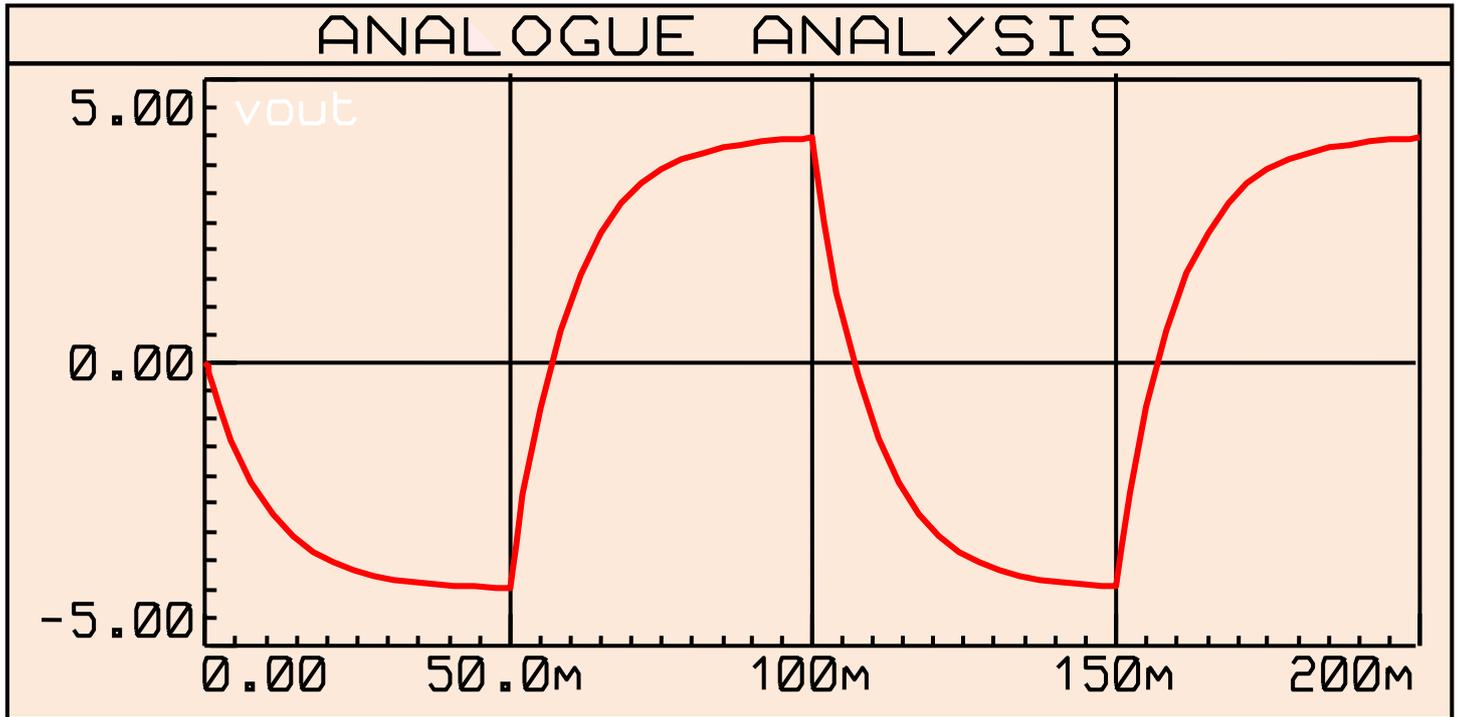


$V_{pp} = 0,8$ [V]

La costante di tempo è troppo grande (f_t troppo bassa), per cui si evidenziano i transitori di carica/scarica di C

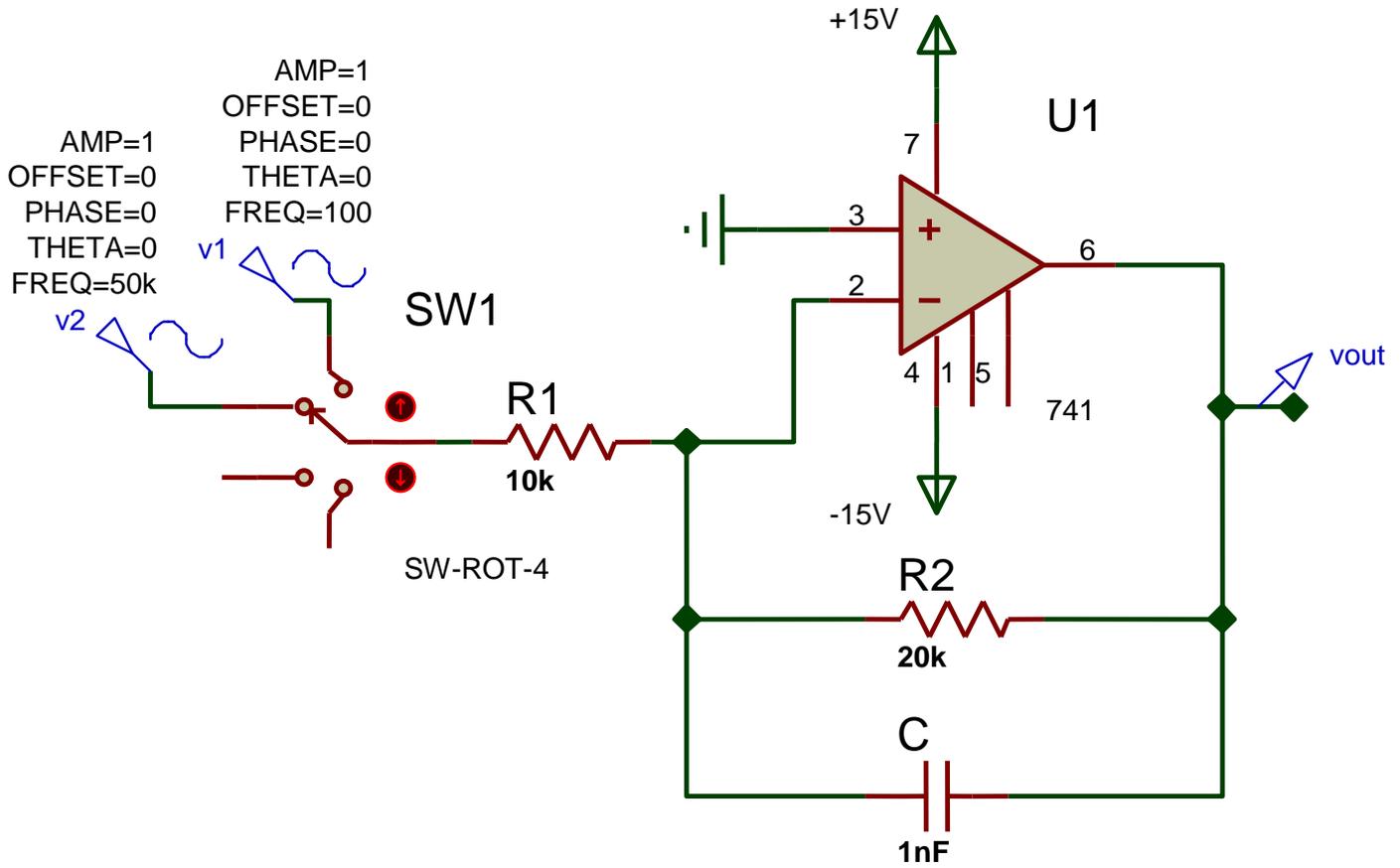
6. Grafico analogico di $v_{out}(t)$ a $f = 10$ [Hz] con $R = 10K$ $R_f = 100K$

$f_t = 16$ [Hz] $G_{HF} = 20$ [dB]



$V_{pp} = 8$ [V]

3.FILTRO ATTIVO PASSA-BASSO RC INVERTENTE (1° ORDINE) - INTEGRATORE REALE INVERTENTE



$$f_t = 1 / (2\pi R_2 C) = 1 / (2\pi * 2 * 10^4 * 10^{-9}) = 7958 \text{ [Hz]}$$

R_2 impedisce che G_{LF} tenda a ∞ , provocando la saturazione dell'A.O. e ne determina anche la f_t

il |Guadagno Statico| è pari a $2 \gggg 6$ [dB]

Grafico di Bode del Modulo di G

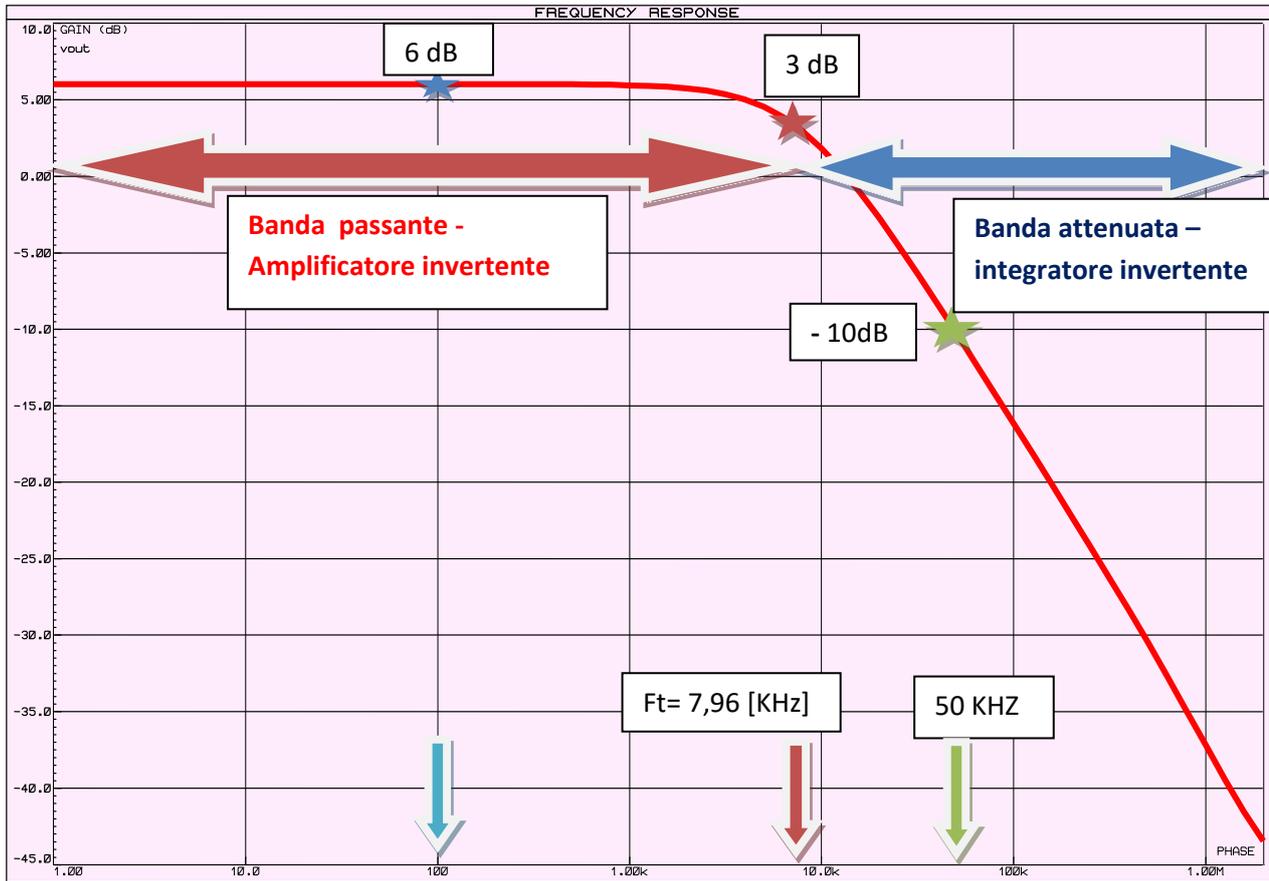
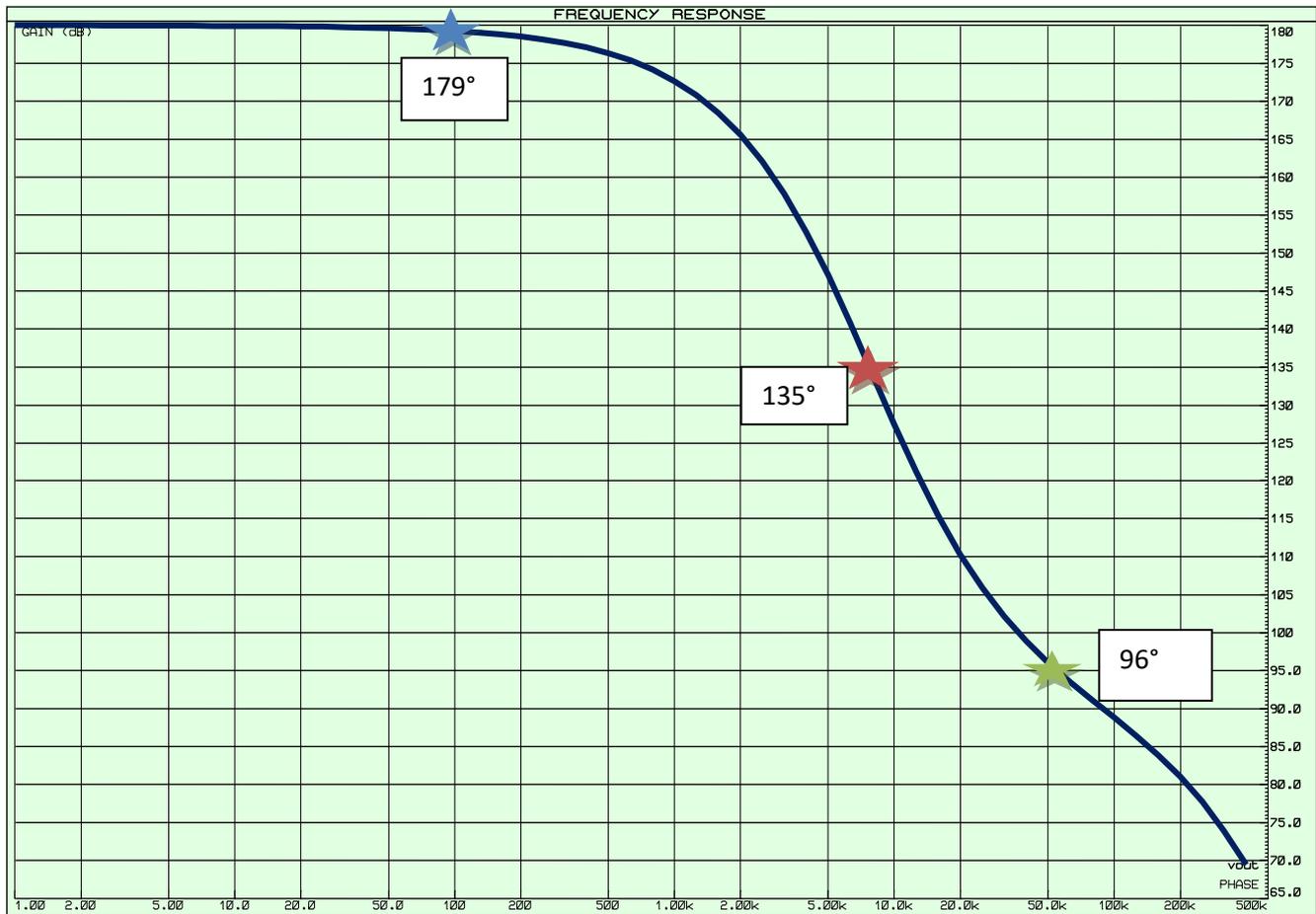
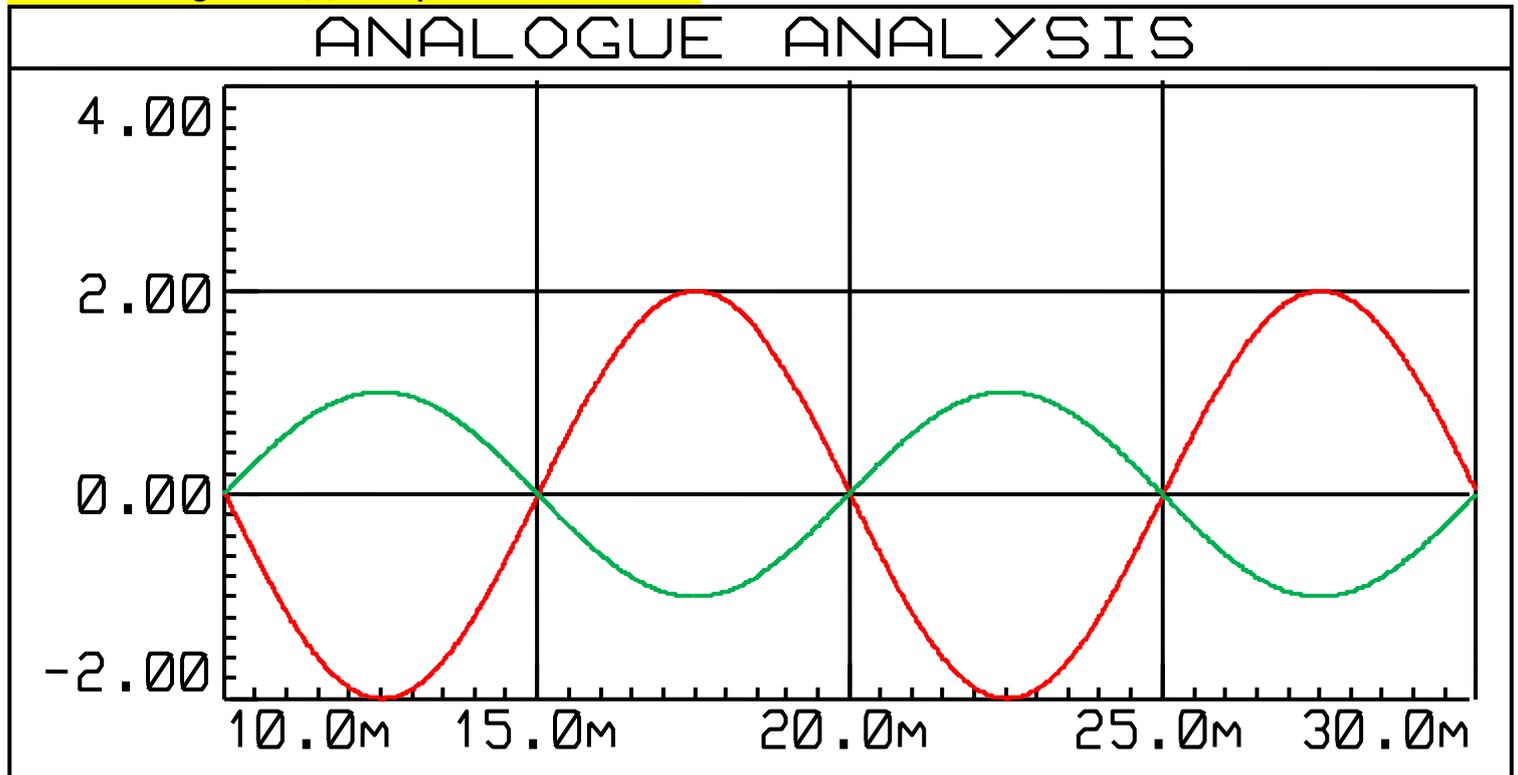


Grafico di Bode della Fase di G



a) INGRESSO SINUSOIDALE $f = 100$ [Hz], $V_{max} = 1$ [V] $R1 = 10K$ $R2 = 20K$

Grafico analogico di v_{out} : Amplificatore invertente



$$v_{in}(t) = 1 \sin(2\pi 100t) \text{ [V]}$$

>>>>>>

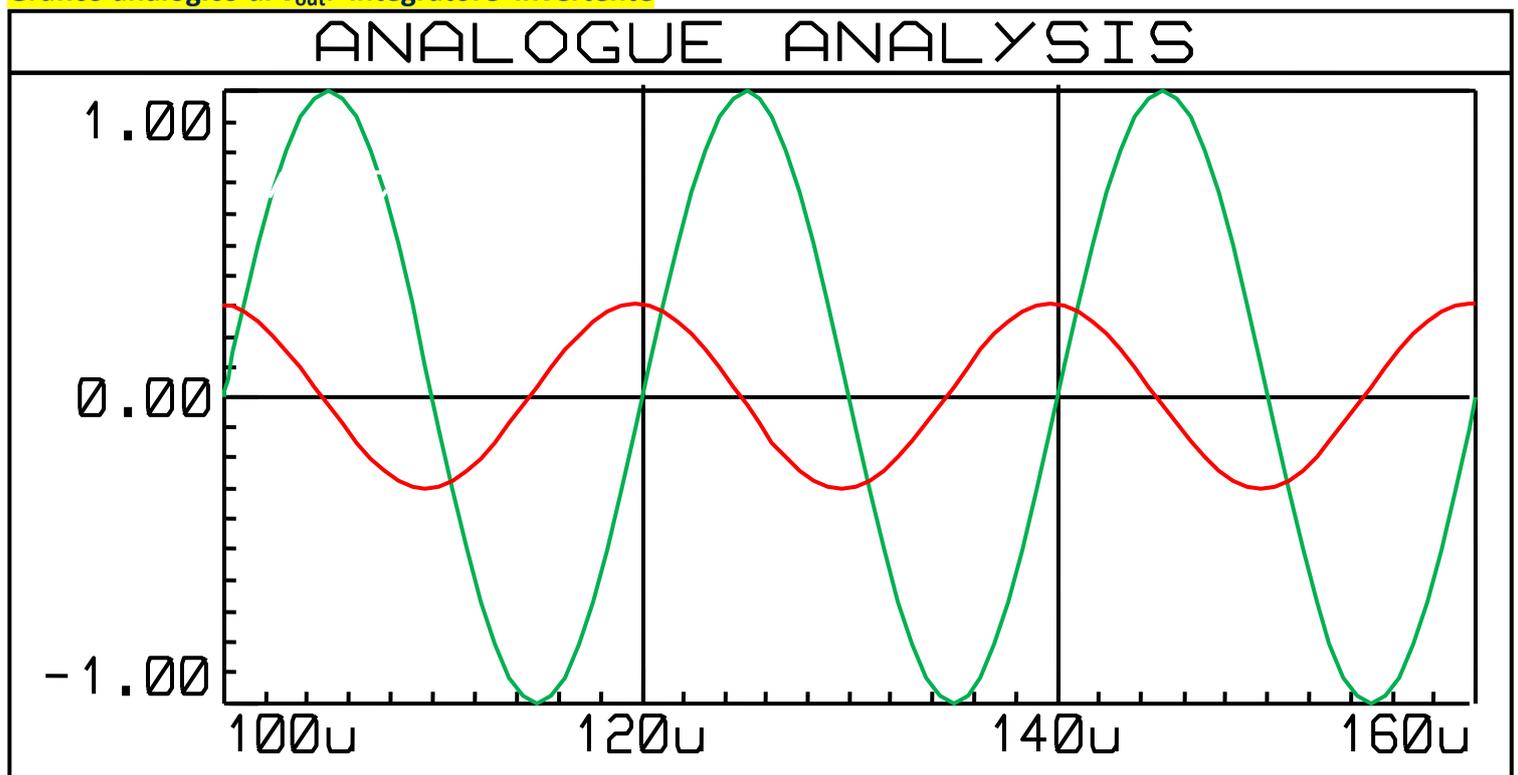
$$v_{out}(t) = -2 \sin(2\pi 100t) \text{ [V]}$$

A questa frequenza, $|Z_c| \approx 1,6M$, è trascurabile rispetto a $R2$, per cui il circuito si comporta come un amplificatore Invertente con Guadagno = - 2

Lavorando in frequenza, leggiamo sui grafici che per $f = 100$ [Hz] $\gg \gg |G| = 6$ dB Fase(G) = 179° cioè v_{out} ha ampiezza doppia ed è sfasata di 180° , rispetto a v_{in}

b) INGRESSO SINUSOIDALE $f = 50$ [KHz] $V_{max} = 1$ [V] $R1 = 10K$ $R2 = 20K$

Grafico analogico di v_{out} : integratore invertente



$$v_{in}(t) = 1 \sin(2\pi 50.000t) \text{ [V]}$$

>>>>>>

$$v_{out}(t) = 0,3 \cos(2\pi 50.000t) \text{ [V]}$$

infatti : $v_{out}(t) \approx -1/R_1C [-\cos(2\pi \cdot 50.000t) / 2\pi \cdot 50.000] \approx +0,32 \cos(2\pi \cdot 50.000t)$ [V]

[ricordando che l'integrale di $\sin(\omega t)$ in dt è $-\cos(\omega t) / \omega$]

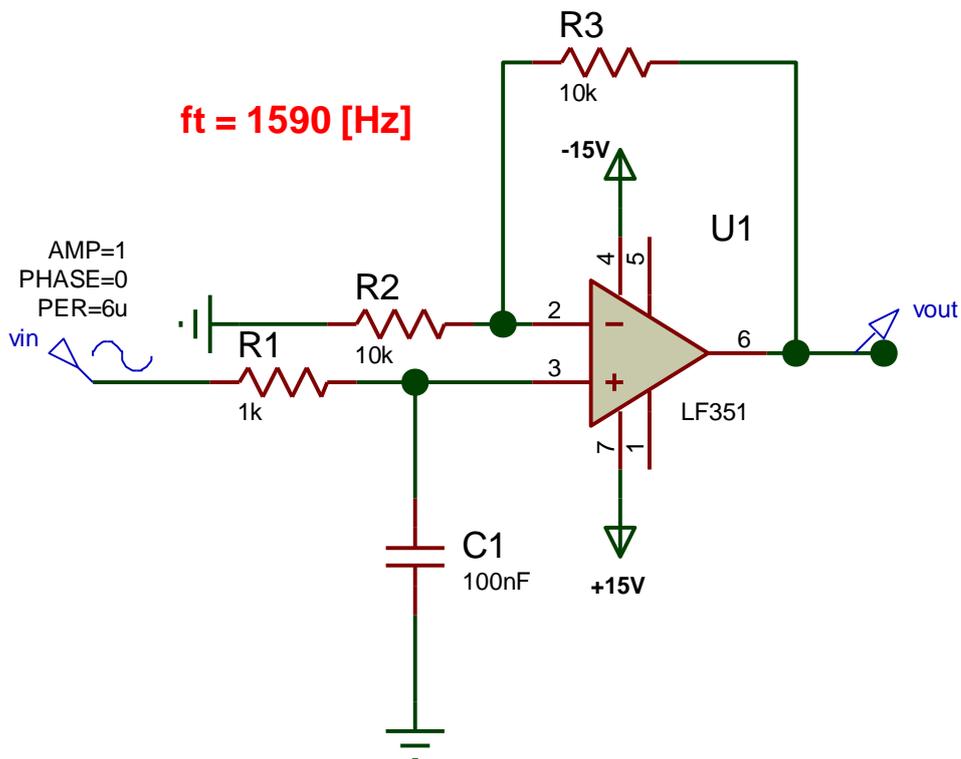
A questa frequenza, $|Z_c| \approx 3,2K$, per cui possiamo trascurare R_2 , e il circuito si comporta come un integratore invertente quasi ideale, con costante di tempo $\tau = R_1C$

Lavorando in frequenza, leggiamo sui grafici che per $f = 50.000$ [Hz] $\gg \gg |G| = -10 \text{ dB} \gg \gg |G| = 10^{-10/20} \approx 0,316$
Fase(G) = 96°

cioè v_{out} ha ampiezza max pari a $0,316 V_{inmax}$ ed è sfasata di $+96^\circ$ rispetto a v_{in}

quindi partendo da un seno con ampiezza max = 1 [V], si ottiene un coseno con ampiezza max $\approx 0,32$ [V]

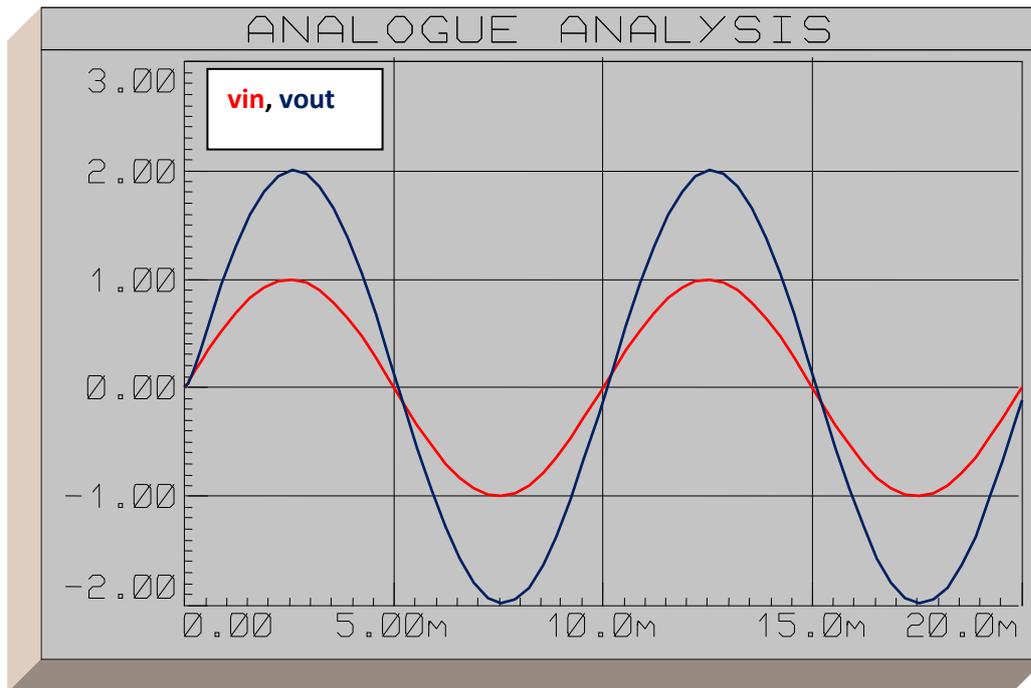
4. FILTRO ATTIVO PASSA-BASSO RC NON INVERTENTE (1° ORDINE) / INTEGRATORE REALE NON INVERTENTE



Guadagno Statico = 2 >>>> 6 [dB]

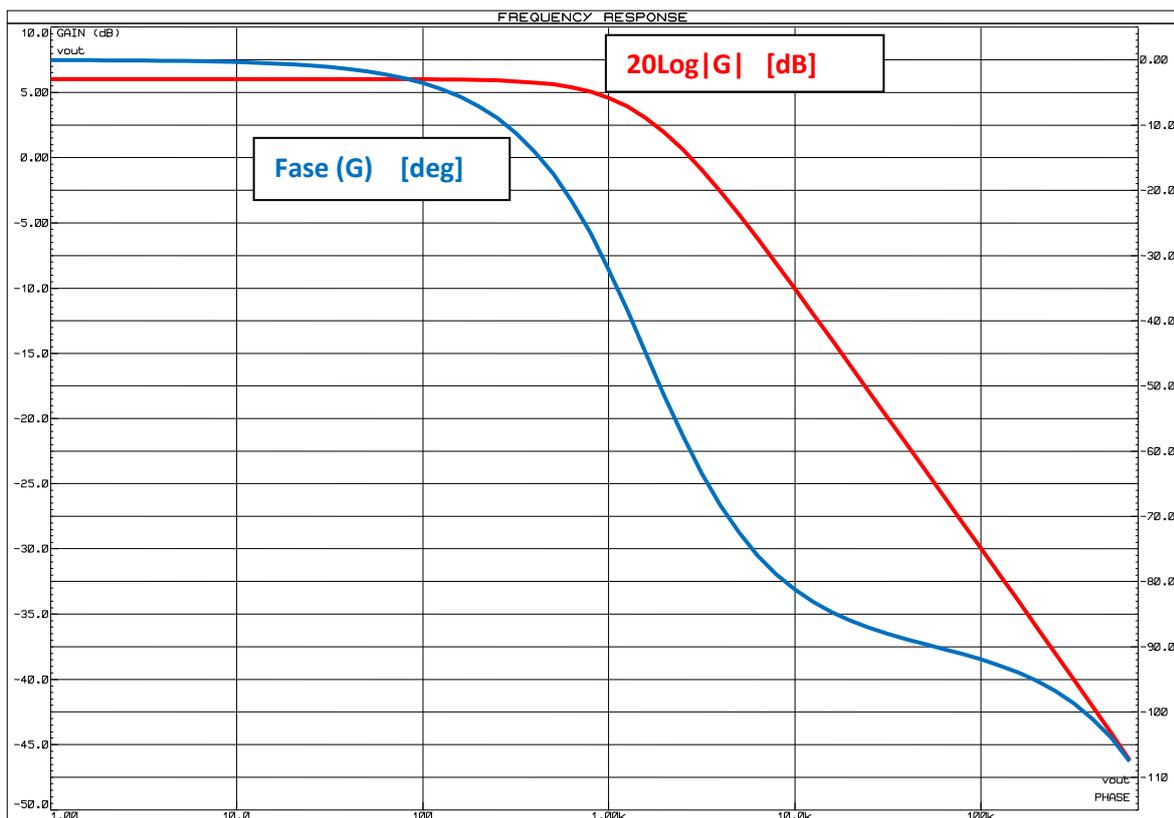
in Banda Passante, per $f = 100$ [Hz], il circuito si comporta da **AMPLIFICATORE NON INVERTENTE** :

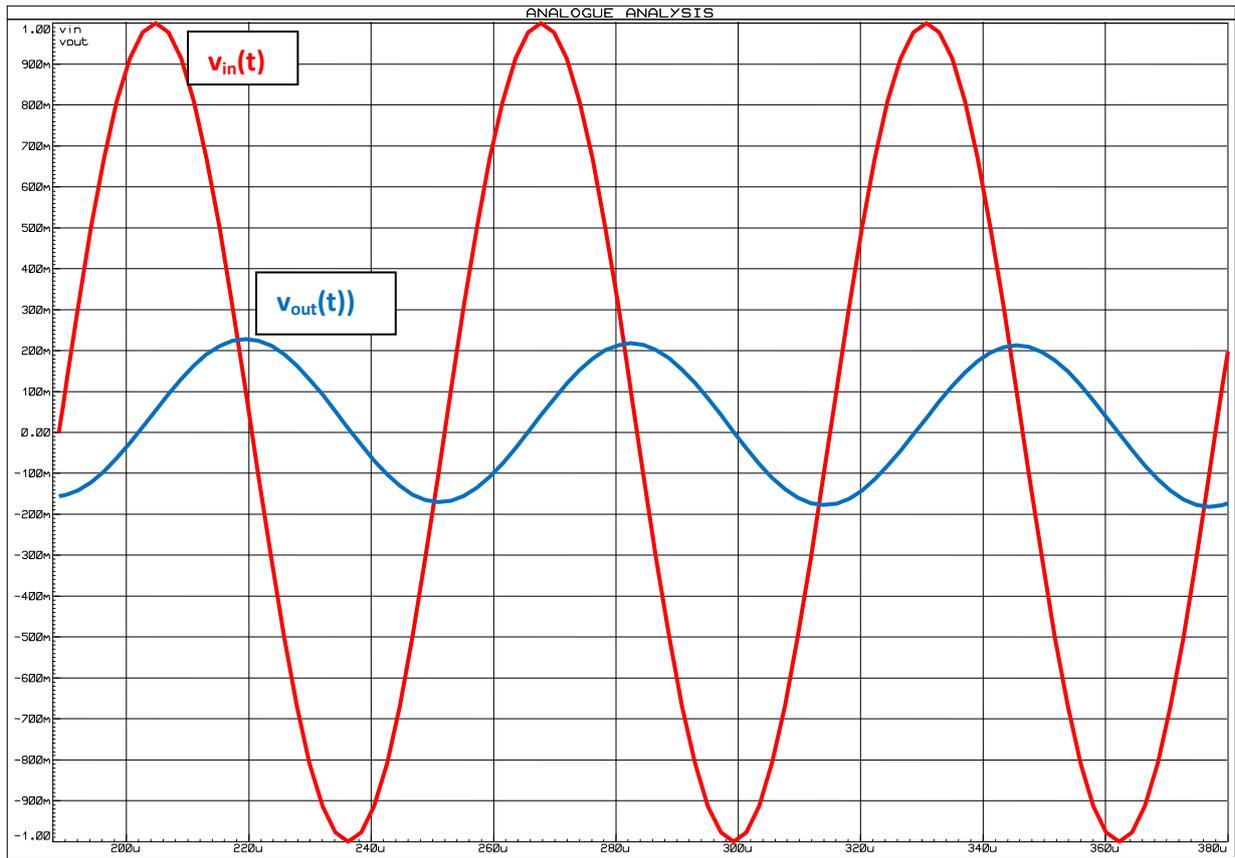
$$v_{out}(t) = 2 v_{in}(t)$$



in Banda Attenuata, per $f = 16000$ [Hz], (una decade a dx di ft) il circuito si comporta da :

- Filtro Passa-basso , nel DDF, con $|G| = -14$ [dB] $\gggg 10^{-14/20} \approx 0,2$; Fase = -85°
- Integratore, nel DDT, con $v_{out}(t) \approx 0,2 \sin(2\pi 16000 t - 85^\circ)$ [V] , cioè praticamente un - coseno attenuato a circa 1/5 del valore di IN





FORMULARIO

1. FILTRO ATTIVO PASSA-ALTO RC NON INVERTENTE (1°ordine) <<<>>> DERIVATORE REALE NON INVERTENTE

Ipotesi : frequenza di lavoro ad una decade a sx della freq. taglio $f_{lav} = 0,1 f_t$

DDT	DDF
$v_{out}(t) \approx (1+R_3/R_2) * RC * v'_{in}(t)$ se $v_{in}(t) = \sin(\omega t) \gg \gg v'_{in}(t) = \omega * \cos(\omega t)$ $v_{out}(t) = (1+R_3/R_2) * RC * \omega * \cos(\omega t)$	$ G _{dB} = G_{max} _{dB} - 20dB$ Fase(G) $\approx +84^\circ$ Se $ G_{max} _{dB} = 20dB$, il $ G _{dB} = 0dB \gg \gg V_{outmax} = V_{inmax}$

2. FILTRO ATTIVO PASSA – ALTO RC INVERTENTE <<<>>> DERIVATORE REALE INVERTENTE

DDT	DDF
$v_{out}(t) \approx - R_f C * v'_{in}(t)$ se $v_{in}(t) = \sin(\omega t) \gg \gg v'_{in}(t) = \omega * \cos(\omega t)$ $v_{out}(t) = - R_f C * \omega * \cos(\omega t)$	$ G _{dB} = G_{max} _{dB} - 20dB$ Fase(G) $\approx -96^\circ$ Se $ G_{max} _{dB} = 20dB$, il $ G _{dB} = 0dB \gg \gg V_{outmax} = V_{inmax}$