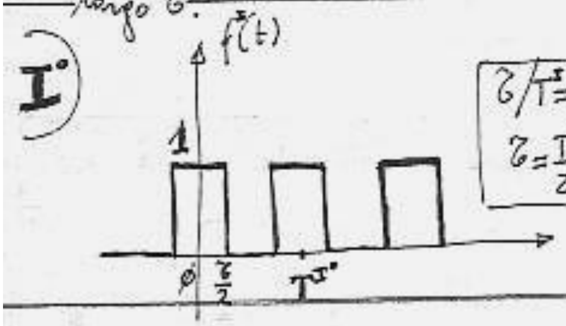
Consideriamo una $f(t)$ periodica (onda quadra).
Vediamo cosa succede allo spettro aumentando T e mantenendo costante τ (diminuendo però $\delta = \frac{\tau}{T}$), fino ad arrivare all'impulso rettangolare largo τ.

I°)

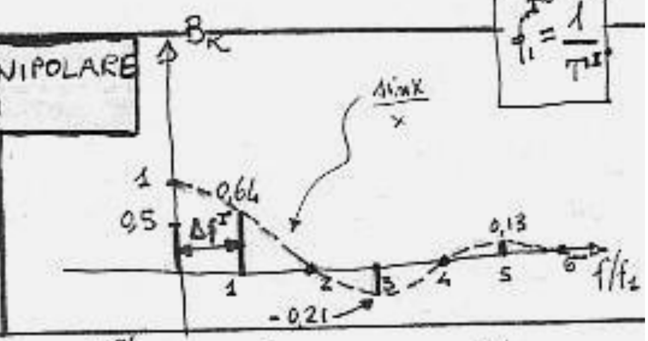


$\boxed{\tau / T^{I} = 0{,}5 \quad \tau = \frac{T^{I}}{2}}$

$\boxed{\text{O.Q. UNIPOLARE PARI}}$

$T = 1[ms]$
$\tau = 0{,}5[ms]$

$\boxed{f_1^{I°} = \frac{1}{T^{I°}}}$



$C_0 = 1 \cdot \frac{\tau}{T} = 0{,}5 \quad ; \quad A_K = \phi \quad \forall K \quad ; \quad \boxed{B_K} = \frac{2}{T}\left\{2\int_0^{\tau/2} 1 \cdot \cos(K\omega t)\,dt\right\} = \frac{4}{K\omega T}\left[\sin(K\omega t)\right]_0^{\tau/2}$

$= \frac{4}{K\omega T}\sin\left(K\omega\frac{\tau}{2}\right) = \frac{\cancel{4}\tau}{\cancel{T}2}\frac{\sin(K\omega\tau/2)}{K\omega\frac{\tau}{2}} = \boxed{\frac{\sin(K\omega T/4)}{K\omega T/4}}$

[L'inviluppo dei coeffic. dei coseni ha l'andamento di $\frac{\sin x}{x}$; si annulla per $f = \frac{K}{\tau} = 2, 4, 6, \ldots$]

$\boxed{B_K} = \frac{\sin\left(K\frac{2\pi T}{T 4}\right)}{K\frac{2\pi}{T}\frac{T}{4}} = \boxed{\frac{\sin(K\,\pi/2)}{K\pi/2}}$

$B_1 = \frac{2}{\pi} = 0{,}64$	$B_3 = -\left(\frac{2}{3\pi}\right) = 0{,}21$	$B_5 = \frac{2}{5\pi} = 0{,}13$
$B_2 = \phi$	$B_4 = \phi$	$B_6 = \phi$ etc.

$f^{I°}(t) = 0{,}5 + 0{,}64\cos(2\pi f_1 t) - 0{,}21\cos(3 \cdot 2\pi f_1 t) + 0{,}13\cos(5\pi f_1 \ldots + \ldots$

Come si vede dallo spettro dei B_K, il 1° lobo si annulla già per $K=2$, per cui contiene 1 sola riga; la fondamentale. $(\Delta f = 1[KHz])$

$\boxed{T^{II°} = 2T^{I°}}$

Se ora raddoppiamo $T^{I°}$ cosa succede? (τ = cost)

$\delta = \frac{\tau}{2T'} = 0{,}25$ per cui $\boxed{C_0 = 1 \cdot \frac{\tau}{2T'} = 0{,}25}$

$\boxed{\tau = \frac{T'}{4}}$

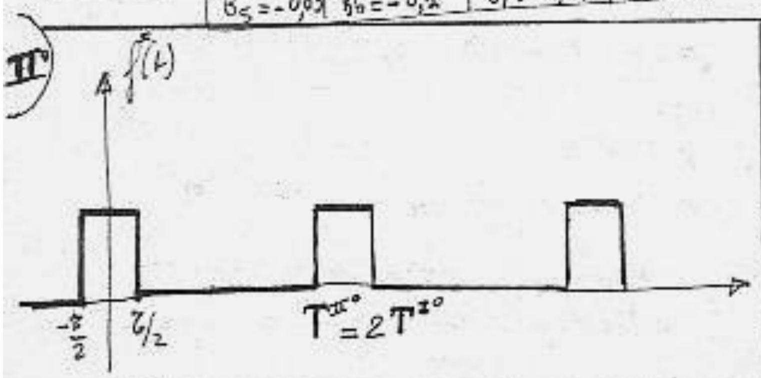
$B_K = \frac{2\tau}{T^{II}}\frac{\sin(K\omega\tau/2)}{K\omega\tau/2} = 2 \cdot \frac{1}{4}\frac{\sin\left(K\frac{2\pi T^{II}}{T^{II} 8}\right)}{K\frac{2\pi T^{II}}{T^{II} 8}} =$

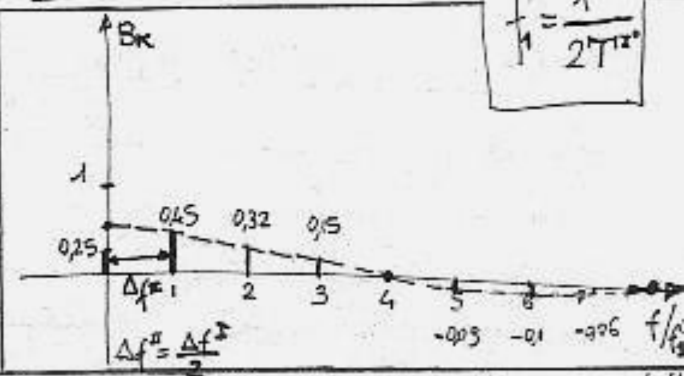
$B_1 = 0{,}45$	$B_2 = 0{,}32$	$B_3 = 0{,}15$	$B_4 = \phi$
$B_5 = -0{,}09$	$B_6 = -0{,}1$	$B_7 = -0{,}06$	$B_8 = \phi$

$\boxed{B_K = 0{,}5\,\frac{\sin(K\,\pi/4)}{K\,\pi/4}}$

$\boxed{f_1^{II°} = \frac{1}{2T^{I°}}}$

II°)



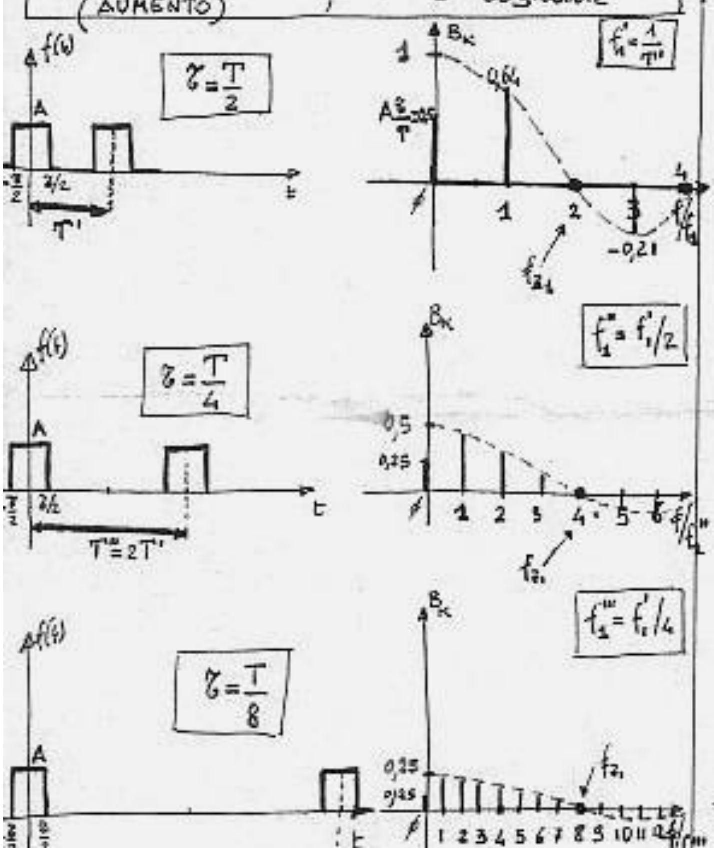


Il 1° lobo si annulla per $K=4$ e contiene 3 righe; l'altezza delle righe si è ridotta e la distanza tra le righe si è dimezzata. $(\Delta f = 500[Hz])$

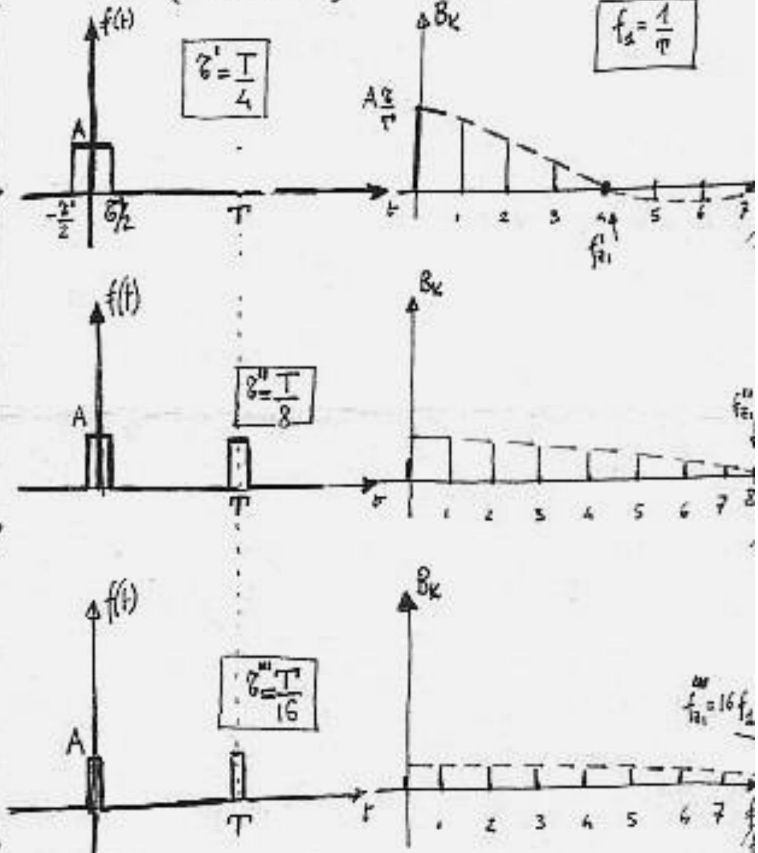
Se modifichiamo il valore di τ (diminuzione), mantenendo costante T, succede che il duty-cycle $\left(\frac{\tau}{T}\right)$ si riduce, ma non cambia la distanza tra le righe, per cui lo spettro rimane sempre a righe. L'inviluppo e' sempre del tipo $\frac{\sin x}{x}$; cio' che cambia e' l'altezza delle righe (diminuzione) e l'ampiezza dei lobi, soprattutto del primo. Infatti gli zeri dell'inviluppo si hanno per i valori di f pari a $\frac{K}{\tau}$ $\left(\frac{1}{\tau}, \frac{2}{\tau}, \frac{3}{\tau}, \dots\right)$ e se τ diminuisce, ovviamente questi zeri si spostano verso destra, sull'asse f.

Ricapitolazione

VARIAZIONE DI T (AUMENTO), con τ costante



VARIAZIONE DI τ (DIMINUZIONE), con T costante



L'espressione dei B_k e' $\left[2A\frac{\tau}{T}\right]\cdot\frac{\sin\left(k\pi\frac{\tau}{T}\right)}{k\pi\frac{\tau}{T}}$

Come si vede, la distanza tra le righe diminuisce, mentre il primo zero dell'inviluppo (f_{z_1}) cade nello stesso punto dell'asse f. Lo spettro tende a diventare continuo, per $T \to \infty$.

La distanza tra le righe non cambia (il valore di $f_1 = \frac{1}{T}$ e' costante), ma cambia il valore degli zeri dell'inviluppo $\left(f_{z_1} = \frac{1}{\tau}\right)$; f_{z_1} cade sempre più a destra e il primo lobo contiene perciò più righe. Lo spettro rimane a righe.